PETRI NONII SALACIENSIS DE ARTE ATQVE RATIONE NAVIGANDI LIBRI DVO.

EIVSDEM in theoricas Planetarum Georgij Purbachij annotationes, & in Problema mechanicum Aristotelis de motu nauigij ex remis annotatio vna.

EIVSDEM de erratis Orontij Finoei Liber vnus.

EIVSDEM de Crepusculis Lib. I. Cum libello Allacen de causis Crepusculorum.



CONIMBRICÆ,
In ædibus Antonij à Marijs, Vniuersitatis Typographi. Anno 1573.
Cum facultate Inquisitoris.

SEBASTIANO PRIMO INVICTISSIMO REGI AC DOMINO NOSTRO, *ANTONIUS MARIS* TYPOGRAPHUS CONIMBRICENSIS, PERPETUAM OPTAT FOELICITATEM.

CVM in libros, de ratione nauigandi, præstãtissimi viri Petri Nonij, incidissem, planè admiratus sum, quantum licentiæ habeat nostra audacia in clarissimorum autorum opera. Erat sanè liber adeo deprauatus, vt certum naufragium facturus esset, qui ea ratione nauigaret. Deerant non pauca, alia fuerunt temere substituta, omnia ita imutata, vt autor ipse partũ non agnosceret, imo iusto dolore, cõmotus librum mendis vndiq; scatentẽ, infamaret, ac exponeret. Quo circa ne cõtigat, viros (quos rarò natura gignit, ad opera reipublicæ salutaria facienda) deterreri ab studio edẽdi ea, quæ multis vigilijs & diuino prope cõsilio cõsecuti sunt, timentes librariorũ inscitia facilè corrũpi posse, & adulterari. In animũ induxi meũ, meis sumptibus, prælo cõmittere idẽ opus, ab omnibus erroribus, vitijs, ac infamia vindicatũ & in pristinũ decorẽ restitutũ; & quo maior accessio fieret, addendũ putaui eiusdẽ autoris libros, de Erratis Orontij Finæi, & de crepusculis iam olim apud nos editos, & ob eorũdem vtilitatẽ ac doctrinam nũc maxime desyderatos. Qua in re nec diligentiæ, nec sumptibus, in deliniandis figuris Geometricis, peperci, sperãs fore, vt labor hic meus, bonis omnibus, non sit ingratus. Cũ verò opus absolutum viderẽ & magno patrono opus esse, intelligerem: non multum dubitaui, quin celsitudini tuæ consectarẽ: si enim aduersariorũ potentia esset formidanda, quem te fortiorem vlla vnquam vidit ætas? si periti artis eiusdem, de qua in libris agitur, audacia timenda est, quis te his artibus instructior? si deniq; merces aliqua huius laboris iure expectari debet, quis te magnificentior? Accessit autoris dignitas & excellentia inter omnes huius ætatis mathematicos. Cuius rei quando & admirabilis demonstrandi facilitas & plena eruditionis opera, fidem non facerent, efficax argumentum esset, quòd parrui tui, huius regni principes (quibus nihil non magnũ placuit) eo præceptore vsi sunt, & tu randẽ, Rex inclyte, eiusdẽ doctrinã probes, ac mathematica præcepta libenter audias. Quare nec defensionẽ recusare, nec laborẽ hunc meũ frustra susceptũ arbitrari debes. Deus Optimus Maximus maiestatem tuam diù in columem seruet. Conimbricæ Pridie idus Augusti. anno à CHRISTO domino nato 1573.

PETRVS NONIVS SALACIENSIS AD LECTOREM.

PAVCVla quædam afferemus candide Lector de nauigandi ratione, quo facilius ea quæ in hoc Cōmentario continētur, percipere possis. Intelligamus igitur in sphæra cœlesti quatuor circulos maximos per punctum supra verticem venientes. Vnus eorum meridianus sit, alius verò verticalis, qui eum secat ad rectos angulos, & per puncta intersectionū æquinoctialis & horizontis transit. His enim duobus circulis horizontis circumferentia in quadrantes diuiditur. Reliqui duo ij sunt, qui per medium secant ipsos quadrantes. Communes autem sectiones eorundem circulorum & plani horizontis, rectæ quædam lineæ sunt in centro coincidentes. Nautica verò arcus vbicunq; fuerit deportata cum sit horizonti æquidistās, huiusmodi rectas lineas virtute magnetis repræsentat: & proinde eas horizontis partes ad quas ipsę tendunt. Hispani porrò eas lineas cōmuni nomine rumbos appellant. Cęterùm medianam proprio nomine rumbum dicunt Septentrionis & Austri, eam verò quę hāc secat ad rectos angulos super ipso centro rumbum Lestis & Oēstis: Subsolanum enim dicūt Lestem, Fauoniū verò Oēstem. Reliquarum verò duarum quę quadrantem Orientalem Borealemque, atq; oppositum bifariam secat, rumbus est Nordestis & Sudoēstis. Nordestem enim dicunt punctum medium inter Septentrionem & ortum Solis æquinoctialem, Sudoēstem verò punctum ei oppositum: sed quæ denique Occidētalem quadrantem Borealēq;, atq; ei oppositum in duas ęquales partes diuidit, rumbus Noroēstis & Suēstis appellatur. Pręterea attendēdum nobis ęst, quòd nautæ cū è portu soluunt, ita cursum instituunt, vt continuis profectionibus acus nauticę adminiculo ad easdem horizōtis partes nauis prorā perpetuo intendant: quando autem oportet, ad aliam positionē diuertūt. A Leste enim in Oēstem nauigare dicuntur, qui dum prora nauis intenta est in Oestem, spatiū aliquod conficiunt: & de alijs quoq; nauigationibus idem habendum est iudicium. Regulares autem definimus, non irregulares. Nam si nauis prora defixa sit

in Nordestem: ipsa tamen nauis propter aquarum decursus, aut ventorum impulsum, vel ob aliud quidpiam, per meridianum transuecta fuerit, neq; nauigasse dicetur ad Nordestem, neq; ad Septentrioné. Eas porrò curuas lineas, quas naues ad eum modum currendo in superficie maris describunt, rũbos etiam appellãt. Vt si (exempli gratia) sub meridiano ad alterum polorum nauigatum fuerit, descripta linea rũbus dicetur Septentrionis & Austri: sin autem ad punctum medium inter Septétrionem & ortum æquinoctialem, rũbus appellabitur Nordestis & Sudoëstis: & similiter in cæteris. Quarũ quidem linearũ aliæ circulares sunt, aliæ ex circularibus compositæ. Nam si ad alterũ polorum sub vno itur meridiano, vel ab ortu æquinoctiali ad Occasum sub ipso circulo ęquinoctiali: maximorum igitur circulorum circumferentias ita describi in terræ marisq; subiecto globo, negabit nemo: sed si aliter, descriptas lineas ex exiguis quibusdam segmentis maximorum quorundam circulorum cõpositas esse necesse est. Nauis enim eo modo super ęquora constituta est, vt per dorsum carinamue, centro mũdi suo pondere innitatur. Quare si per ipsum dorsum à prora in puppim secundum nauis longitudinem planũ venire intellexeris, huius itaq; plani & marini globi communis sectio maximus erit circulus in horizontem incidens, quemadmodũ ex primo libro Geometrię Theodosij manifestè liquet: & proinde nauis locus arculus quidam erit ipsius maximi circuli: nihil enim refert si in tanto circuitu latitudo aliqua reperiatur. Iam igitur si nauim vel vẽto, vel remis è loco pellas, quo prora spectat, situm variari necesse est: propterea quòd mutato loco impares fiãt anguli positionũ, triangulorum scientia id indicante. At qui supposuimus similem seruari sitũ inter nauigandum: igitur priusquam in ipsa positione inclinatione ue notabilis differẽtia fiat, diuertit nauis à priori circulo in alium maximũ: quapropter descripta linea non erit vna circularis, sed ex circularibus composita. Quoniã verò nautis per difficile erat, similes harũ lineas in globis ducere, opus etiã impeditum: planã igitur quandã orbis descriptionem Mathematici excogitauerunt, nauigandi arti quam exercent non solũ conuenientem, sed facillimã quoq;. In ea enim quęcunq; rectæ lineę pro rumbis positę eiusdem nominis: quoniã ęquidistantes sunt, cũ omni linea meridiana rumbo ue Septẽtriõis & Austri ęquos angulos efficiũt. Idcirco similis notabitur situs velut in globo, quanquam à legitima planisphęrij ratione haud parum deficere videatur, quemadmodũ partim in hoc Cõmentario, partim in alijs quos fortassè breui edemus, explicabitur à nobis

bis. Igitur quotiescunq; inter nauigandum in altū prouecti quo in loco sint cognoscere cupiunt, id statim ex inuēta altitudine poli, & qualitate itineris, idest ex cognito rumbo, quem sequuti sunt deprehendunt, vel ex sola itineris qualitate, & quantitate. Rumbū enim acus nautica demonstrat: longitudinem verò confecti spatij quibusdam coniecturis expendunt. Interdū etiam ignorata itineris qualitate, ex ipsius duntaxat quantitate deprehensa in primis altitudine poli, quo in loco sint cognoscunt. Enim verò in triangulo rectangulo præter angulum rectum quinq; sunt, tria videlicet latera cum duobus angulis acutis: ex ijs autem si duo quæuis cognita fuerint, reliqua tria innotescent: latitudinē porrò radicalis loci vnde soluerunt, cognitam semper supponimus. Et quia huiusmodi triangula in ipso planisphærio, quo vtuntur, vel explicata reperiuntur, vel facilè describi possunt ductione æquidistantium: nil propterea opus habent Geometricæ artis peritia, sed solo circino singula:, & quęcunq; ex his volunt, experiuntur. Iam verò si sub vno meridiano nauigatio fit, aut sub vno parallelo, facillimum est eis situm loci, in quo sunt inuenire. Nam si sub vno eunt meridiano, distantiam à circulo æquinoctiali in primis inuentam in eodem supputāt meridiano versus mundi polum. At si sub vno parallelo versantur, confectum spatium æstimatione metiuntur: idipsum deinde in eodem supputant parallelo ab eo loco vndè soluerunt, & ad eam mundi plagā aut Orientalem, aut Occidentalem versus quam nauigarunt: ad finem enim eiusmodi distantiæ se receptos esse affirmant. Cæterùm quia omnes æquidistantes æquales faciunt, consequēs est vt idem spatium tot gradus comprehendat in maiore circulo, quot in minore, quod est absurdum. Sed de his aliàs.

PRAECIPVAE SENTEN ciæ prioris libri.

CIRCVLVS meridian⁹ via est Septētrionis & Austri, æquinoctialis verò via Lestis & Oestis. Reliquæ autē viæ quas Hispani rumbos appellant, circuli non sunt, sed exiguis maximorum circulorum segmentis constant in Præfatione.

Quamuis circulus ille verticalis, quem recta linea Lestis & Oestis in plano horizontis repræsentat, per puncta ortus & occasus æquinoctialis veniat: non est tamen ob id ipsum suspicandum, vt qui sub ipso circulo globū terræ marisq; circuiuerit, nauigasse dicatur ad Lestem, aut Oestem.

Quamuis nauis proram in ortum aut occasum æquinoctialem perpetuò dirigamus: fieri tamen non poterit, vt ad ipsa æquinoctialia pūcta vnquam perueniamus, sed potius eo modo nauigando, circulus quidam describitur æquinoctiali æquidistans.

Quando porrò ea arte nauigamus, per ambitus maximorum circulorum transuehimur, simul & currimus sub æquinoctialis parallelo: diuerticulis tamen quibusdam quæ sensum omnem effugiunt.

Præter æquinoctialem circulum, nullus alius ex æquidistantibus Lestis & Oestis via verè dici potest.

Quanta sit loci latitudo ostenditur, vbi Verticale sydus oritur ad Nordestem, occidit verò ad Noroestem.

Qui sub maximo circulo iter fecerit præter meridianum & æquinoctialem, necesse est vt, sæpissimè viarum inclinationes commutet, propter variam atque inconstantem angulorum situs inæqualitatem à nouis meridianis sub ortam. Aliter enim fieri non poterit, vt directo itinere progrediatur.

Nautæ igitur eum ad eandem mundi partem perpetuò tendunt, simili seruato situ, directas vias percurrere non possunt.

Cur orbis loca perperàm posita sint in nautarum planisphærio?

PRÆCIPVAE SENTENTIAE posterioris libri.

RECtilineum illud planisphærium, quo nostri nautæ vtuntur, tametsi veram orbis imaginem præbere non possit: arti tamen nauigādi quam ipsi exercēt, valde conueniens est.

Vnum atque eundem Ptolemæum fuisse arbitror, qui vtrumque opus Astronomicum nē pe & Geographicum composuit.

Eadem ipsa arte, qua nostri nautæ vtuntur, ad inueniendum quanta sit differentia inter meridianos duorum locorum, olim Ptolemæus vsus fuit.

Modus ille examinatur quo Ptolemæus vsus fuit, vt longitudinis differentiam inueniret inter Coruram & Palurā in pelago Indico.

Quoniam Ptolemæus locorum distantias in quauis inclinatione contrahit ad rectitudinem capiendam, consultius & cautius id facit, quàm nostri nautæ. Hi enim spatium, quod nauigando multis ambagibus conficiunt, in rectum producunt.

Adaucta ea linea quæ rectum subtendit angulum,

Caput Arietis à quo in tabulis Alphonsi calculus motus astrorum initium sumit, sectionē Vernam esse.

Obseruatio à nobis facta Conimbricæ labente anno à Christo nato 1555. in æquinoctio Autumnali.

Deductio declinationis partium eclipticæ in vnum planum tradita à Vitruuio, & à nobis demonstrata.

Fabrica atque vsus cuiusdam circularis instrumenti, quo in plano horizontis iacente, Solis altitudines capiuntur.

Fabrica atque vsus Astronomici radij, & Ioannis Schoneri lapsus notatur.

Hieronymi Cardani error aperitur: qui putauit ex cognita proportione vmbræ ad gnomonem, cuiuscunque syderis, & quacunque hora altitudinem à centro terræ inueniri posse.

Hieronymus Cardan⁹ perperam Vitellionem reprehendit, in quo insigniter deceptus est: cum inquirit ad quantam altitudinem à terra vapores ascendere posśint.

Arcus occultationis Solis in circulo altitudinis arcui distantiæ ipsius à puncto exortiuo æqualis esse non potest, nisi in ijs locis quæ sub æquinoctiali posita sunt: & quando Sol sub ipso circulo æquinoctiali decurrit.

Expositio cuiusdam loci obscuri septimo capite primi libri Geographiæ Ptol.

Declinationem polaris stellæ tempore Hipparchi repertam non conuenire cum calculo Ptolemæi de Motu fixorum syderum.

Augustini Ricij argumentatio soluitur, qui putauit errasse Ptolemæum gradu vno, minutis sex in locis Solis & Lunæ & stellarum fixarum.

Hieronymus Cardanus inconsiderate in libello de Temporum restitutione asserit, inter duas obseruationes Ptolemæi Autumnalis æquinoctij octo præcise solares annos intercessisse.

Canones, quibus nautæ ad inueniendum altitudinem poli vtuntur, per altitudinem polaris stellæ extra meridianum existentis, generales esse non possunt ad omnia climata.

Ad inueniendum altitudinem poli per meridianas Solis altitudines & stellarum fixarum recens canon noster.

Petri Appiani modus examinatur, quo in Cosmographia vsus est ad inueniendum altitudinem poli per horam cognitam.

Iacobi Ziegleri modus ad inueniendum altitudinem poli per distantiam Solis horizontalem à meridiano examinatur.

In omni loco posito inter æquinoctialem & circulum Cancri, quando Sol vicinior est polo mundi Arctico, quàm verticale punctum, gnomonum vmbræ citra miraculum retrocedunt.

Ex cognita poli eleuatione duorum locorum, & situ quem eorum distantia seruat ad alterum meridianum, non potest in vniuersum cognosci, quanta sit ipsa distantia, neque meridianorum differentia: quanquam hæc Ptolemæus iactet se inuenisse per organum Meteoroscopium, & Ioannes de Monteregio idem polliceatur problemate 46. tabulæ primi mobilis.

Cur per ea quæ vel Appianus cognita sumit, vel Ziegleius altitudo poli cognosci non possit.

Propositionem decimamtertiam primi libri Menelai de Triangulis sphæricis veram nō esse in vniuersum: quemadmodum ea proposita est.

Posteriorem partem octauæ propositionis capitis 14. primi libri Reuolutionum Nicolai Copernici, in quo de triangulis sphæricis agit, veram non esse.

Et quod vndecima propositione docet, error est.

Et similiter lapsus est ipse Copernicus propositione sexta de rectilineis triangulis.

Neque minus lapsus est in duodecima.

De varia Solis habitudine ad verticale punctū in differentibus locis terræ, ante meridiem, & post.

Ioannis Stofleri error ostenditur, qui putauit eo die quo Sol per Zenith eorum hominum trāsit, qui inter tropicos positi sunt, vmbram matutinam eosdem habere rectam in occasum Solis eiusdem paralleli proiectam: pomeridianam verò rectam in ortum ad horizontis punctum extendi, super quo Sol oriebatur.

Quomo-

PRAECIPVA EX IIS QVAE IN THEORICAS PLANETARVM Georgij Purbachij annotauimus.

SIT arcus Zodiaci quem Sol apparenti motu in dato tẽpore percurrit, per æqualia ſectus fuerit à linea mediæ longitudinis, tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens.

Quantouis temporis ſpatio dato, arcum zodiaci reperire quem Sol in tanto tempore apparenti motu percurrat, pareſq; faciat in eodẽ tempore æqualem motum & apparentem.

Ioannis Baptiſtæ antiqui expoſitoris error aperitur, de loco maximæ æquationis centri Lunæ.

Punctum illud eccentrici Geometricè inuenitur, in quo maxima fit æquatio centri in ipſa Luna, & quantum ab auge diſtet ipſum punctum.

Quanta ſit maxima centri æquatio numeris oſtenditur: & quanta etiam ſit diſtantia epicycli à centro mundi in eo ſitu.

Ioannis Baptiſtæ ſententia de minutis proportionalibus refellitur.

Quando in vno atque eodem ſitu epicycli inæqualibus argumentis pares reſpondent æquationes, plus diſtat à fine argumenti maximæ æquationis illius ſitus finis argumenti minoris, quàm finis maioris.

In ſolo Marte axis orbis deferentis epicyclum axem zodiaci ſecat, non in Ioue, neque in Saturno. Contrarium docet Purbachius.

Maximæ æquationis centri in tribus planetis ſuperioribus demõſtratio, in qua error aperitur Eraſmi Reinnoldi, & alterius etiam Eraſmi, & antiqui expoſitoris.

Aequationes argumẽtorum in ipſis tribus planetis ſuperioribus ad ſitum mediocris remotionis centri epicycli à terra ſupputatas eſſe: non autẽ ad medias longitudines à Georgio Purbachio definitas.

Inter ſitum augis & oppoſiti augis ſemel tantum centrum epicycli Veneris atque Sol in eodem loco zodiaci verè ſunt ſecundum lõgitudinem, quando videlicet diſtantia centri epicycli à centro æquantis æqualis fuerit ſemidiametro deferentis.

Celerius moueri centrum epicycli Mercurij circa augem æquantis, videlicet ſuper centro deferentis: tardius autem circa oppoſitum augis, demonſtratur.

Aequationes argumentorum quæ in tabulis Mercurij ſcribuntur, ſunt quæ contingunt dum centrum epicycli à centro mundi diſtat interuallo æquali ſemidiametro deferentis: ſed huiuſmodi diſtantia mediocris diſtantia centri epicycli à centro mundi dici non poteſt, niſi valde impropriè loquaris vt Georgius Purbachius.

Quanto arcus motus argumẽti vicinior fuerit oppoſito augis veræ epicycli, tanto æquationem ipſius motus argumenti maiorem fieri.

Maior quantitas epicycli cauſa non eſt, vt ſtationum puncta viciniora ſint oppoſito augis veræ, ſi cætera ponantur paria.

Fieri quidẽ poteſt, vt in minore epicyclo ſtationum puncta minus diſtent à perigæo ipſius epicycli, in maiore verò longius diſtẽt.

Tarditas motus argumenti, id eſt tardior motus planetæ in epicyclo verè cauſa eſt, vt pũcta ſtationum magis inuicem appropinquent.

Gebri & Ioannis de Monteregio argumentatio aduerſus Ptolemæum ſoluitur, qua contẽdũt fieri poſſe vt in eiſdem planetis ad inæquales à centro mundi remotiones æquales ſint ſtationum arcus.

Diſcrimen quod notauit Eraſmus Reinnoldus inter Mercurium & tres planetas ſuperiores atque Venerem, de proportionibus quæ relinquũtur, vt cauſas aſsignaret diuerſitatis ſtationum atque retrogradationum ipſorum planetarum, ſufficiens non eſt.

In motu verò Solis fit tranſitus à minori in maius, ſed non per æqualia.

Arcus eclipticæ ſemicirculi aſcendentis in climatibus Borealibus rectè deſcendere, oſtenditur.

Quod Ioannes Baptista alts Pisces & Arietem maximas habere descensiones in sphæra obliqua, allucinatio est.

Sunt quædam loca Borealia, in quibus rectius descendit Sagittarius quàm Aries.

Nisi tardior descensus maiorem postulauerit Solis occultationem, quanquá longius intra noctem terminetur: causa non erit, vt Luna post coitum citius appareat. Contingit enim æquales zodiaci arcus inæquales habere descensus. Cæterùm maiori descensui minorem occultationem respondere.

Nonagesimum gradum eclipticæ ab ascendente in circulo maximo semper esse per zenith & eclipticæ polos venientia, demonstratur.

Tantam esse distantiam inter nonagesimum gradum eclipticæ ab ascendente & meridianum, secundú diuisiones horizontis, quanta est amplitudo ortus ascendentis, demonstratur.

Lucida enarratio Theoricæ latitudinis triũ planetarum superiorum.

ÆEquationes motus accessus & recessus octauæ sphæræ inæqualibus crementis crescunt.

Reliqua accidentia motus octauæ sphæræ, tam secundum Alphonsum quàm secundum Thebit demonstrantur.

FINIS.

¶Errata.

Pag.8.col.2.li.7. lege Troglodytica.& li.9. lege Taprobana.

Pag.33.col.2.li.21. lege anguli ad punctum e. recti.

Pag.106.col.2. li.42. lege recessus à parallelo.

In libro de erratis Orontij finæi.

Pag.26. in altera extremitate semicirculi ibi descripti pone c.& inter c.& k. pone l.

Figura nautici instrumenti, quod Hispani acum appellant.



ARGVMENTVM PRIORIS LIBRI.

PRæclarus vir Martinus Alphonsus à Sosa anno salutis 1530. iussu regis nostri inuictissimi cum classe quadam versus occasum solis hyemalem nauigauit, ad argēteum fluuium. Rediēs autem in Lusitaniā tertio suæ nauigationis anno, retulit mihi quàm accuratè, quamquè diligenter locorū situs peruestigarat, cæterùm nōnulla reperisse, quæ illi fuerant admirationi. Primùm se in diebus æquinoctij solem obseruasse in exortu, atq; in occasu, inspexisseq; ad Lestem exoriri, occidere verò ad Oestē. Interrogauit igitur atq; efflagitauit à me, cur quandiu inter nauigandum cursum tenemus ad Lestem, sub vno atq; eodem versamur parallelo, ad æquinoctialem verò circulum peruenire nūquam possumus, in quem ita nauigando prorā nauis perpetuò intendimus? Aiebat præterea se peruenisse ad latitudinem australem graduum 35. cum sol principium Capricorni teneret, eūq; orientem vidisse ipsa die brumæ ad Suestem cum quarta Lestis, occidentem uerò ad Sudoestem cum quarta Oestis, cuius quidem rei causam ignorare fatebatur. Nam talis deberet esse exortus in regionibus Australibus, cum per australia signa sol incedit, qualis in borealibus cū per borealia, at sub latitudine boreali graduum 35. cum est in initio Cancri oritur ad Nordestē cum quarta Lestis. in latitudine igitur australi eorundem graduum 35. cum est in initio Capricorni, similiter exoriri deberet ad Nordestem cum quarta Lestis. Hæc igitur cur ita fierent, sciscitabatur à nobis, causas tunc illi tradidimus coràm vt potuimus, scriptis deinde mandauimus annis ab hinc triginta, commentario vno edito de ea re Lusitano sermone, quem denique hoc tempore, vt non solum à Lusitanis, sed etiam ab alijs hominibus legi, atq; intelligi posit, in Latinum vertere voluimus.

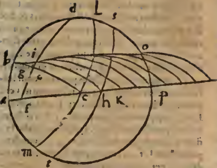
¶ DE DVOBVS PROBLEMATIS CIRCA NAUIGANDI ARTEM Petri Nonij Salaciensis, Liber vnus.

PRINCIPIO igitur ita rem se habere in vniuersum, quemadmodum quibusdam in locis Martinus Alphonsus se deprehendisse ait, accipiamus oportet. Vbicunque nempe simus exoriri solem ad Lestem, occidere autem ad Oestem, cū æquinoctialia puncta ingreditur. Ducta enim per horizontis cētrum recta linea meridiana, velut docuit Vitruuius, si super ea ab ipso centro in eodem plano rectam lineam ad rectos angulos excitaueris, ipse circulus horizontis his duabus rectis lineis in quadrantes diuisus erit. Quarum prior quæ meridiana est, rumbus est Septentrionis & Austri, posterior verò rumbus Lestis atq; Oestis Hispanicè dici solet. Hoc autem repræsentat nauticum illud instrumentum, quod vulgò acum appellant, & quæuis eius imago in nautarum planisphærio depicta. Quoniam verò ex circulis parallelis solus æquinoctialis est, qui vnà cum meridiano horizontem, in quadrantes secare posit, quod accidere necesse est ijs circulis qui à Leste in Oestē producuntur, nullus idcirco præter æquatorem parallelus Lestis & Oestis rumbus esse potest. Sed circulum quendam maximum cœlestis sphæræ intelligemus, meridianum in verticali puncto ad rectos angulos secantem, & per horizontis atque æquinoctialis intersectiones venientem, quæ ortus & occasus æquinoctiales dicuntur. Erit profectò recta illa linea Lestis & Oestis communis sectio plani huius verticalis circuli atq; plani horizontis: quod ex vndecimo libro elementorum Euclidis facile potest ostendi. Si quis igitur eandem Lestis & Oestis lineā sequutus fuerit, quandiu rectà processerit, tandiu in ipso verticali circulo erit ortus atq; occasus æquinoctialis: vertex etiam sub eiusdem circuli circumferentia versabitur. Quòd si de vero illo horizonte ageremus, qui ex maximis circulis sphæræ est, vnam tantum rectam lineā Lestis atq; Oestis affirmaremus esse, eamq; recto horizonti communem, in qua certè communis sectio fit omnium horizontum cum verticalibus. Cæterùm est alius horizon qui à nobis vsurpatur, per superficiem terræ transiens, non per centrum, vero illi centralique horizōti parallelus, ab eoque parum distans, quippe

qui cœli ferè dimidium nobis oſtendat. In huiuſmodi itaq; horizonte habet vnuſquiſq; locus propriam ſibi peculiaremq; Leſtis & Oeſtis lineam, in ortum atq; occaſum Solis æquinoctialem vtrinq; productam.

Sed quamuis prædictus circulus maximus verticaliſq; quem Leſtis & Oeſtis linea repræſentat, in ortum tẽdat æquinoctialem, adeò vt qui ſub eo terræ mariſq; globum circuiuerit, ipſum punctum exortiuum vertice ſuo pertingat: non eſt tamen ob idipſum ſuſpicandum, vt qui ad eum modum illuc tranſuectus fuerit, nauigaſſe dicatur ad Leſtem. Nam cũ longiuſculum ſpatium confecerit, nauis proram aliò tendere videbit, non in Leſtem. Quapropter gubernator clauum tenens, tametſi cauſam ignoret, cum ſub vno parallelo in plagam orientalem contendit, rectæ nauigationi proſpiciẽs ſtatim à principio eum præcauet errorẽ. Enim verò ſi nauigando nauis proram intenderemus in Leſtem, tum verò gubernaculum ita cõſtringeremus, illigaremuſq;, vt nihil vacillare poſſet, mari autem trãquillo placidoq; vteremur, ventus inſuper ſecundus ad noſtrum flaret arbitrium, qui quò prora tendit eo aſpiraret, ſi ad eum, inquam, modum curſum teneremus, & aliquanto iam ſpatio confecto in acum nauticã reſpiceremus, nauis proram aliorſum inclinatã eſſe comperiremus, alioq; tendere, non in Leſtem. Cauſa eſt quòd in eo loco de quo proficiſcimur, meridianus cum verticali rectos efficit angulos. Cæterùm vt ab eo diſcedimus, ſub ipſo verticali perducti, in nouum protinus horizontem, nouumq; incidimus meridianum. Nouus itaq; meridianus cum verticali prioris loci pares angulos non efficit, velut antea, ſed potius impares. Quorum alter exterior eſt in ſphærico quodam triangulo ex ipſis meridianis & eodem verticali conſtituto poſitionis angulus ſitusúe à Geographis appellatus: alter verò interior eſt ei oppoſitus qui ad verticem prioris loci, quònam tenderemus indicabat. Quoties autem circulus maximus ſub quo ducimur, alius eſt quàm æquinoctialis, ipſe exterior angulus interiori oppoſito eſt inæqualis: interdum maior, interdum minor, iuxta variam cognominationem aut borealẽ, aut auſtralem partium orbis, ad quas, & per quas ſub ipſis maximis circulis ducimur. Ita enim res ſe habet in his triangulis, quanquam in rectilineis exterior interiori ei oppoſito ſemper ſit maior. Sed redeamus ad inſtitutum. Si itaque ad eum modum nauigatum fuiſſet, errore deprehenſo, opus eſſet emendatione, rurſuſq; ad prioris latitudinis parallelum reuocato curſu regredi oporteret. Cæterùm non ita nauigare conſueuit qui in Leſtem intendit, ſed oculis in acum nauticam defixis, ita temonem mouet, regitque ſemper, ita denique curſum inſtituit, vt nauis prora eò tendat, quò Leſtis linea. Sic igitur errorem præcauet, vitatq;, vt in latitudine nullus ſit lapſus, aut imperceptibilis. Nauis itaq; prora in ortum æquinoctialem ſemper eſt intenta, qui à verticali puncto partibus diſtat nonaginta, ſed ad ipſum æquinoctialis punctum peruenire nunquam poteſt. Quinimo ſub vno atque eodem verſatur parallelo, quod dignum videtur admiratione. Porrò cum ad eum modum omnia loca perluſtremus, quæ ſub eodem poſita ſunt parallelo, ipſos propterea parallelos receptum eſt a Leſte in Oeſtem produci, ſed non verè. Nullus enim præter æquinoctialem, rumbus aliquis eſſe poteſt eorum qui in acu nautica vel iam ſunt expreſsi, vel in ea intelligi poſſunt. Sed eſt nihilominus à quouis loco ad quemuis locum æqualis altitudinis poli propria quædam ac certiſsima via, qua iter faciendum erit, ſine ijs diſpendijs, quæ neceſſario faciunt, qui per circulum parallelum ducuntur. Eſt inſuper alia commoditas in huiuſmodi profectione, nempe quod poſsimus omni die certiſsimo calculo confectum ſpatium peruestigare, & quo in loco ſimus planè cognoſcere. Quod nullo modo conſequi poſſunt qui a Leſte in Oeſtem nauigando, perplexè admodum, anxieque ſub parallelo verſantur. Et proinde longitudinis locorum cognitio quæ quidem inuentu difficillima eſt, quod ad nauigationem attinet, magna ex parte ſuperuacanea erit.

Ad demonſtrationem verò ſupradictorum circulus d a p, meridianus intelligatur eius loci qui verticem habet ad b, horizon ſit l c m. Aequinoctialis a c p, verticalis quadrans b c, angulus igitur qui ad b, rectus eſt, cui in horizonte reſpondet quadrans c m, velut etiam in ipſa nautica acu quæ horizontem repræſentat, recta linea Leſtis & Oëſtis atque meridiana vnum quadrantem ſuſcipiunt. Quapropter ſi ſolueremus è loco b, ad Leſtem nauigaturi, nauis proram vnà cum Leſtis linea dirigeremus ad c, exortum Solis æquinoctialem. Tum verò ſi vel ven-



to, vel remis impellentibus, per ipſum verticalem tranſueheremur ad e, iam in ipſo loco e, in aliam mundi partem nauis proram inclinatã, non in Leſtem, acus nautica indicaret. Nouus ſiquidem notaretur meridianus d e f, qui cum circulo b e c, angulum ſitus efficeret f e c, recto minorem: aliaq; haberetur latitudo priore minor, cum ſit arcus e f, minor ipſo a b, quemadmodum alibi demonſtratum eſt. At quoniam curſus ad Leſtem inſtitutus eſt, fieri non poterit vt ita nauigando excurramus in e, ſed labimur in g, in quo loco latitudo minor eſt priore inſenſibiliter: receſſus etiam proræ nauis à recta linea Leſtis & Oeſtis eſt imperceptibilis, ſtatim enim à principio nauim flectentes in Leſtem errorem nota dignum præcauemus. Ab ipſo autem g, curſum dirigimus ad i, intentaq; ſemper propriã in Leſtem per quadrantem currimus g i h, in horizonte s h t, in quo punctũ h, eſt ortus æquinoctialis, ad quod linea Leſtis & Oeſtis vergit. Variatis enim horizonte atque meridiano pũctum exortiuum variari neceſſe eſt. At in ipſo g i h, parum progreſsi, confeſtim tranſuolamus in alium verticalem per K, ductum, & ab eo rurſus in alium incidimus. Totiesq; per varios verticales nouos ſubimus horizontes, nouosq; meridianos, nihil vnquam quod ſenſui pateat, à Leſte recedentes, donec appellimus ad o, cuius loci latitudo æqualis eſt priori. Per ambitus igitur maximorum circulorum tranſuehimur, ſimul & currimus ſub parallelo, diuerticulis quibuſdã quæ ſenſum omnem effugiunt. Quod autem videamur ſub parallelo examuſsim verſatos eſſe, cauſam eſſe puto, quòd hi circuli verticales per quos ducimur, meridianos ſecant ad rectos angulos ad eã puncta, in quibus parallelum contingunt. In vicinis igitur punctis receſſus ab eo admodum eſt exiguus: rectus enim ferè incidit verticalis in propinquos meridianos circa idem punctum contactus. Quare non protinus ſi currimus per verticalem, à parallelo diſcedimus ſenſibili differentia. Ita fit vt cum initium ſigni Cancri ab Aequatore declinet gradibus viginti tribus cum ſemiſſe, quintus tamen aut ſextus gradus eiuſdem ſigni, iiſq; compares ad Geminorum finem, declinationem habeant ſex tantum aut ſeptem primis minutis ipſa maxima declinatione minorem: atq; id puto per magni momenti eſſe ad hunc nodum explicandum. Eſt adhuc alia ratio, quòd circulus tangit circulum in puncto tantum, quã do citra latitudinem intelliguntur. Sed circuli illi per quos ducimur latitudine non carẽt: quapropter ipſorum contactus in quodam diuiſibili erit, non in puncto. Et proinde cum per maximos traducimur circulos, quodam modo minorem tranſcurrimus. Sic igitur puto priorem interrogationem diſſoluiſſe. Tantum verò ad ampliorem explicationem id in memoriã reuocemus oportet, quod inter omnes conſtare puto, nempe neminem eſſe adeò inſcium, adeoq; literarum expertem qui non norit, æquinoctij tempore cum videlicet Sol æquinoctialem circulum percurrit, ſexta hora antemeridiana oriri, ſextaq; occidere pomeridiana. Atqui in horizontalibus horologijs linea horæ ſextæ quæ Leſtis & Oeſtis eſt meridianam ſecat ad rectos angulos. Idcirco velut principio ſtatueramus, dubium non eſt quin Sol oriatur ad Leſtem, occidat verò ad Oëſtem, cum æquinoctialem circulum percurrit. Vt poſteriorem verò diluamus ambiguitatem, illud idem quod ſuperius explicare cœpimus, quali nempe via ducantur qui parallelum tranſcurrunt, expediamus oportet. Aduertendum igitur cenſeo, quod quanquam parallelus omnis rectos angulos efficiat cum omni meridiano, quod etiam accidere neceſſe eſt iis rumbis qui à Leſte in Oeſtem producuntur, nullus tamen parallelus præter Aequatorem rumbus Leſtis & Oeſtis dicetur eſſe. Non deerunt fortaſsè qui ſuſpicentur huiuſce rei cauſam eſſe angulorum inæqualitatem. Cum enim Solſtitiorum colurus, qui officio & ipſe fungitur meridiani, à polis veniat æquinoctialis, à polis etiam zodiaci, rectos

angulos efficit cum circulo Cancri, & vnâ cum ecliptico ad vnum idemq; punctum. Nil igitur mirum si Sophistica quadam ratione inducti rectum angulum putauerint recti anguli partem esse, & proinde minorem. At non est ita. Nam omnes recti anguli æquales inuicem sunt, siue fiant ex concursu maximorum circulorum cum maximis, siue cum minoribus, quemadmodum alibi demonstratum est à nobis. Pro certo autem credendum est nullum parallelum præter Aequatorem rumbum esse Lestis & Oestis, neq; quêquam alium, eorum omnium quos acus nautica vel iam ostêdit, vel adhuc in ea intelligi possunt. Causam porrò & rationem tunc attinges, cum inspexeris rumbos omnes rectilineos itinerum demonstratores per centrum horizontis duci, communesq; sectiones esse maximorum quorundam circulorum, & plani horizontis, cuius quidem acus nautica (velut superius diximus) figura est. Cum igitur paralleli omnes (excepto Aequatore) circuli minores existant, ipsum idcirco horizontem si qui secant, per inæqualia secabunt, & præter commune cêtrum horizontis & ipsius acus, & proinde nullo modo fieri poterit vt alicuius rumbi officio fungantur, quemadmodû in subiecta apparet figuratione. In qua quidê circulus a b c d, tam horizontem quàm acum nauticam repræsentat: recta verò a c, communis sectio est meridiani & horizontis, rumbusq; rectilineus est Septentrionis & Austri, recta

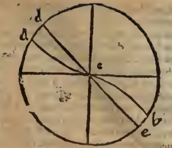


autem b d, communis sectio horizontis & eius verticalis qui ad meridianum rect⁹ est, & proinde rectilineus rumbus dicetur esse Lestis atq; Oestis, recta verò f g. communis sectio est horizontis & eius verticalis, qui quadrantes a d, & b c, per medium secat, rumbusq; appellatur rectilineus Nordestis & Sudoestis, reliqua h y, ad eundem modum in reliquis quadrantibus ducta rumbus rectilineus est Noroestis & Suestis. Mediæ denique positiones horum rumborum quas nautæ medias appellant profectiones, & eorum quartæ, similiter sunt intelligendæ. Porrò à circulo æquinoctiali ad gradus vsq; 45. latitudinis, parallelus per verticem trâsiens intersecat horizontem, reliquorum verò ad manifestum polû nullus intersecare potest. Ipse porrò parallelus graduum 45. horizôtem in vno puncto contingit. Igitur verticalia sydera à circulo æquinoctiali vsq; ad eundem parallelum Gr. 45. qui totius latitudinis medius est, per vniuersum quadrantem orientalem a d, ortum habent. Secat autem parallelus horizontem super recta linea f h, id est, verticale sydus oritur ad f, occidit verò ad h, in eo loco in quo quadratum sinus recti altitudinis poli dimidium est quadrati sinus recti altitudinis Aequatoris. Quapropter numerorum proportionalium adminiculo ipsa loci latitudo innotescet. Geometricæ autem sic. Recta linea h f, producatur vsque ad m, vt fiat K m, æqualis circuli a b c d, semidiametro: præterea à centro e, ad m, recta ducatur e m, quæ circûferentiam secet in l. Erit igitur arcus d l, latitudo loci in quo id accidit: sydus nempe verticale orietur ad Nordestê, occidet verò ad Noroestem, vbi distantia verticis ab æquinoctiali æqualis fuerit ipsi arcui d l.

Fatemur equidem quæuis duo loca orbis certam quâdam ad se inuicem habitudinem situs habere, quæ euntibus ab vno ad alterum obseruanda erit, quod etiam commune est ijs quæ sub vno posita sunt parallelo. Cęterùm eiusmodi via circulo aliquo ex minoribus diffinienda non erit, sed potius maximo quodam, qui per duo concepta loca vel ea arte ducendus erit qua vsus est Theodosius, vel alia quapiam faciliore. Arcus autem ipsius maximi circuli inter eadem loca comprehensus, minor est eo paralleli arcu, qui eisdem duobus locis interiacet, quemadmodum euidenti ac necessaria ratione ex Geometricis principijs côcludi potest. Hęc igitur accedit commoditas, quòd per eum proficiscentibus breuior via ac compendiaria sit. At oportere sciat qui eam ingressus fuerit, non semel tantum, sed sæpissime rumbos commutet: idq; propter variam, atq; inconstantem angulorum situs inæqualitatem à nouis meri-

dia

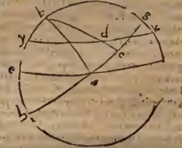
dianis suborram. Cuius quidem rei subtilis adē modum est inuestigatio, atq; in eo consistit, vt scilicet intelligamus quantum crescant, aut decrescant huiusmodi anguli per eum tractum. Quicunq; autem ita progressus fuerit, rectà ducetur. Neq; fieri poterit vt quisquam directo itinere progrediatur, si vnum atq; eundem rūbum præter meridianum & æquinoctialē, perpetuò sequutus fuerit. Quin oportebit toties eum commutare, quoties directus cursus postulare videbitur. Quæ cum ita sint, cur igitur nautarum planisphærium tortuosas illas fractasq; rumborum lineas rectas ostentat? easq; sub æquali situ? Hæc enim (velut ex supradictis patet) simul stare nō possunt. Nautæ enim tali arte nauim detorquent, atq; deflectunt, vt perpetuò eam cogant vnà cum ipsa acu, eosdem angulos efficere cū recta linea Septentrionis & Austri. Neq; aduertunt rectas quascunq; lineas eius planispherij, quo vtuntur sectiones communes esse maximorum circulorum horizontum. At cum ad eandem mundi partem perpetuo tendant, simili seruato situ, fieri nullo modo potest vt directas vias percurrāt. Sed ipsi nihilomin⁹ eisdem rectis lineis adhibito calculo, locorū situs perinde quærirant, ac si directum cursum tenuissent. Ita fit vt orbis loca perperam posita sint in ipso planisphærio. Quin asseuerare audeo nullum eorum iusta longitudine constitutum esse, errorem verò non esse exiguum, sed notabilem. Ea tamen semper excipio, quæ nauigantibus à Septentrione in Austrum, aut è contrario ab Austro in Septentrionem obuia fuere. Quod autem attinet ad decursi spatij longitudinem, propter itinerum obliquitates, atq; anfractus, longius quàm putent progrediuntur, præsertim vbi locorum intercapedo magna est, & rumbus ille curuilineus angulosior fuerit, quēadmodū in subiecto schemate intueri licet. Quoties verò ignorata altitudine poli, ex explorata itinerū dimensione locorum situs perquirunt, longitudinem propterea vltra metam extendunt, quoniam id quod natura flexuosum est, atq; obliquum, in rectum proijciunt. Sed si ex deprehēsa altitudine poli quam rarò exquisitā habent, quo in loco sint expendant, lōgitudinem plus iusto interdum producunt, interdum contrahunt. Rumbus Nordestis & Sudoëstis quem putant sequutos fuisse, est in hac figura linea d c e, cæterum describunt a c b, quæ neq; recta est, neque vnà circularis. Quisquis itaq; hæc



Inspexerit, expenderitq;, facilè concipiet fieri posse, vt ex erroribus nautarum, falsisq; eorum relationibus, quamuis ipsa loca non adeamus, veritas eliciatur. Præstaret tamen ad locorum situs cognoscēdos, arte quadam, ac methodo, nauigare. Quæ profectò ars vtrouis duorū modorum rem expedire poterit. Prior eorum permittit eundem cursum perpetuò teneri inter nauigandum, qui semel fuerit institutus, velut hodie nautæ obseruant. Cæterùm locorū situs peruestigādus est in curuilineo aliquo planisphærio, cuius rumbi eam figuram præse ferant, quam in hoc schemate rumbus Nordestis & Sudoëstis, non autem in rectilineo nautarū. Posterior admonet maximum sequi sphæræ circulum, ea cursuum varietate, quam mutatio exigit meridianorum. Et proinde locorum situs inquirendus erit in ipsis maximis circulis, aut in rectilineo aliquo planisphærio, quod eosdem maximos circulos aliter repræsentet, quàm vulgatū illud idem nautarum. In quo tametsi rectilinei rumbi sectiones communes ponantur esse maximorū circulorū verticalium & plani horizontis, non poterunt tamen huic negotio inseruire, ꝓpterea quòd ob eorū æquidistātiā pares angulos perpetuò cū meridianis efficiūt. Quanquam verò globus, vt decet, delīniatus sit quouis planisphærio vtriq; modo accōmodatior, priorē nihilominus exequi possemus, ipso nautarū rectilineo aliquaten⁹ immutato. Sed vnde digressi sum⁹ reuertamur. Quotiescūq; igitur quos nā sit⁹ duo data loca īter se inuicē habeāt, cognoscere operæ prętiū fuerit, maxim⁹ circul⁹ ꝑ ambo ducēd⁹ erit. Arc⁹ enī horizōtis prioris loci ipso maximo circulo & æquinoctiali cōprehēsus, quó nā posterior vergat īdicabit. Vt si, exēpli gratia, ipse arc⁹ horizōtis grad⁹ habuerit 45. oriētalis atq; Borealis quadrātis, distabit posterior loc⁹ à priori ad nor

destem

destem: similiterq; in alijs res se habebit. Hoc autem in subiecta figuratione videre licet: in qua quidē b, & d, sunt duo loca Borealia quorum situs alterius videlicet ad alterum cognoscere libet. Orientalis horizon loci verticem habentis ad b, sit g a h. Parallelus eius loci qui verticem habet ad d, esto y d K, sit autem b d c, quadrans maximi circuli ducti per b, & d. Quadrans verò b a, meridianum loci b, ad rectos angulos secet. Angulo igitur a b c, respondet in horizonte arcus a c, qui si graduū 45. inuentus fuerit, ipsum maximum circulum ductum per b, & d, à Sudoeste in Nordestem venire pronuntiabimus. Hinc manifestum est



quòd trium locorum sub vno atq; eodem parallelo positorum, primus ad medium alium situm habet quàm ad postremum: adeò vt eorum vnusquisq; ad quemuis alium diuersam habeat habitudinem positionis. Quòd enim quando à Leste in Oestem nauigamus, ea omnia perlustremus, est de hoc alia ratio à nobis iam explicata. Quæcunq; igitur loca posita sunt in b c, vergunt ad Nordestem, & quæcūq; in alio quadrante qui est ante b, constituta sunt, vergunt ad Sudoestem, omnia namq; cōferuntur cū b. Cæterùm si recurrendo situm loci b, velis referre ad d, scito ipsum b, ad Sudoestem non vergere, sed multo aliam inclinationem habere inter Nordestem & Septentrionem, siquidem posuimus Borealiorem esse b quàm d. At si posueris æquales habere altitudines poli, quoniam d, collatus ad b, vergit ad Nordestem, b igitur relatus ad d, verget ad Noroestem. Sed si ponamus d Borealiorē, & distare nihilominus à loco b, versus Nordestem, poterit profectò hoc accidere duobus locis pares habentibus altitudines poli, quæ inæqualiter tamen distabunt ab ipso b. Quapropter si idem locus b, referatur ad propinquiorē, inclinatus reperietur ad pūctum quoddam horizontis inter Oestem & Sudoestem, sed si ad distantiorem comparationem feceris, ad simile punctum vergere affirmabis in Boreali occidentaliq; quadrante horizontis inter Oestem & Noroestem, æquali nempe interuallo distabunt illa duo puncta ab Oeste. Docet hæc triā gulorum sphæralium sciētia, quæ vel in globo, vel in tabulis Astrolabij experiri licebit. Ex his intelliges varios haberi in diuersis locis terræ orientis Solis respectus. Nam cum est in initio Cancri constitutus, ijs qui Sienem inhabitant, ijsq; omnibus qui sub ipso circulo Cancri positi sunt, oritur ad Lesnordestē tribus gradibus cum semisse additis versus Nordestē, cū sit latitudo ortus graduum 26. At eodem tempore duodecima nēpe die mensis Iunij, ijs qui habitāt sub æquinoctiali ad Lesnordestem oritur, vno tantū addito gradu: habet enim latitudo ortus gradus 23. cū dimidio. Incolētib⁹ porrò plagam nostram Borealē, sub altitudine poli graduū 35. oritur ad Lesnordestem cum dimidio ferè vnius quartæ Nordestē versus, quia latitudo ortus gradus habet 29. In horizōte tamen Olysipponēsi vbi polus Boreus eleuatur gradibus ferè 39. oritur ad Nordestem addita quarta vna & gradibus duobus cum semisse versus Lestē. habet enim latitudo ortus gradus 31. Latitudinem ortus Solis Astronomi dicunt arcum horizontis inter æquinoctialem & ipsum Solem exorientem. Ex his autē intelliges quibus in locis occidat horizontis ipso eodem die Cancri, similiter vbi oriatur & occidat, quādo est in tropico hyberno. Hæc verò ex eo patēt, quoniā sinus rectus complementi altitudinis poli ad sinum totum, & sinus declinationis Solis ad sinum latitudinis ortus eandem habēt rationē. Propterea si sit tibi ac⁹ nautica quæ exactè situm meridiani ostendat, vel quouis alio modo eum exploratum habeas, ex obseruato Solis exortu, altitudinem poli supra horizontem certissimo calculo deprehendes. Quodquidem nos quouis diei tempore inuenire solem⁹, ignorata hora, situ etiam meridiani ignorato. Nautæ verò & nauium magistri adeò sunt inertes, vt cum multis modis possent ipsam poli sublimitatem inuenire, tempore duntaxat meridiano eandem perquirunt. Et quoniam sæpe numero accidit, radios Solis impediri eo tempore, sola tunc æstimatione, quæ non raro eos fallit, quo in loco sint expendunt. Quendam enim vidimus, qui in Indiam plusquàm decies nauigauerat, postea tamē cū sciētiæ præ

sidio

ſidio deſtitutus eſſet, non paucos dies Solis declinationem tum detraxit, quando erat adijcienda, tum adiecit, quando erat detrahenda. Sed vt finem imponamus huic tractationi, vel ex ipſa Ptolemæi demonſtratione, vel ex propriſsimis principijs ſcientiæ triangulorum conſtare arbitramur, Sole æqualiter recedente à circulo æquinoctiali, ſiue ad Boream, ſiue ad Auſtrum, æquales haberi arcus latitudinis ortus. Atqui in omnibus horizontibus ijdem rumbi ad eaſdem partes pertinent, in duobus præterea locis quorum vnus borealis eſt, alter auſtralis æqualis altitudinis poli, æquales facit Sol latitudinis ortus, & ad eandem horizontis partem. Igitur cum in principio Cancri fuerit conſtitutus, ijſdem duobus locis æquali orietur inclinatione. Oritur autem cum eſt in tropico Capricorni ad Sueſtē, quarta vna & dimidio ferè quartæ addita verſus Leſtem, ijs qui borealem altitudinem habēt graduum 35. Quapropter & ijs etiam qui æqualem altitudinem auſtralis poli habent, orietur eodem tempore ſimiliter ad Sueſtem, quarta vna & dimidio ferè quartæ addita verſus Leſtem: æquales enim relinquuntur arcus quadrantis orientalis auſtraliſq; in vtroq; horizonte. Quicūq; enim animaduertit acus nauticæ Leſtem vbiq; locorum in ortum æquinoctialem tendere, ſanè quoniam Sol ab æquinoctio autumnali vſq; ad vernum declinat ab Aequatore verſus Auſtrum, protinus intelliget in toto terrarum orbe per idem tempus ad eos rumbos oriri, qui ad quadrantem pertinent Orientalem Auſtralemq;, quemadmodum in ſubiecta figura apparet, in qua circulus a p c o, meridianum repreſentat duorum locorum ſub l, & k, poſitorum, quæ quidem loca pares habent latitudines ad differentes mūdi partes l, ad Boream K, ad Auſtrum. Sit a b c æquinoctialis, circulus Cancri ſit d e, Capricorni verò f g. Horizon loci l, ſit m b n, loci autem K, ſit o b p. Quoties igitur Sol Cācrum fuerit ingreſſus exorietur ad r, in horizonte Borealis loci, at in horizonte loci auſtralis exorietur ad t. Et quoniam duo arcus b r, & b t, quadrantum orientalium borealiumq; b m, & b o, æquales ſunt: Sol igitur ijs qui ſunt ad l, & ijs qui ſunt ad K, ſimiles faciet exortus. Sūt autem b l, & b K, eorum verticalium circulorum quadrantes qui Leſtem oſtendunt, quadrantes verò l r, & K t, eorū verticalium ſunt, qui Solis exortus in ipſa die Cancri oſtendunt: ipſis igitur circumferentijs b r, & b t, æquales anguli reſpondent b l r, & b K t, ad vertices l, & K. Quoties autem Capricornum Sol ingreſſus fuerit, ijs qui ſunt ad l, exorietur ad s, ijs verò qui ad K, exorietur ad z. Et quoniam circūferentiæ b s, & b z, æquales ſunt, vtrobiq; igitur ſimiles faciet exortus in ipſis quadrantibus Orientalibus atq; Auſtralibus. At verò quoniā hæ omnes rumborum circumferentiæ æquales inuicem ſunt, liquet igitur tanto ſolem exoriri ſupra Leſtem cum eſt in Cancro, quanto infra Leſtem cum eſt in Capricorno. Vt ſi quadrans l r, eat ad Nordeſtem eorum qui ſunt ad l, quadrans igitur l s, tendet ad Sueſtem. Sic igitur vtramq; ſoluimus ambiguitatem. illud tamen ſupereſt explicandum, nempe Martinū Alphonſum (vt ſuperius diximus) in loco quodam Auſtrali gradibus 35. ab æquinoctiali diſtante, Solis ortum obſeruaſſe cum initiū Capricorni teneret, eumq; orientem vidiſſe ad Sueſtem, quarta vna addita verſus Leſtem: noſter tamen calculus vltra quartam vnam dimidium ferè adiecit vnius quartæ, nec mirum: Quo enim Sol ipſa orietur die, non potuit exactiſsime & ſine vllo errore ſola acu nautica deprehendi, ſed operæ pretium erat quidpiam aliud ſuperaddere eidem inſtrumento, quemadmodum alio in loco admonuimus, & ea de cauſa medietas ferè vnius quartæ omiſſa fuit. Enimuerò ex data poli ſublimitate, atque ex gradu Solis cognito, nullius inſtrumenti adminiculo, quin & ipſo etiā ſole non viſo, euidenti ac neceſſaria ratione



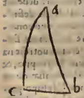
ne concludimus gradus 29. circumferentiæ horizontis eodem ipso die contineri inter punctum exortiuum & Lestis punctum. Atqui Suestes cum quarta Lestis gradus comprehendit 33. Sc. 45. differentia igitur quę gradus continet 4. cum minutis 45. dimidium ferè est vni⁹ quartæ, est enim aliquanto minor. Et proinde sol cũ est in initio Capricorni cōstitut⁹, ijs qui altitudinem poli habent graduum 35. ad Suestē oritur cum quarta vna & dimidio ferè quartæ versus Lestem. Quoniam verò in nauticis instrumentis consuetis vltra dimidij quadrantis quartam nihil præterea adnotatur, non potuit idcirco sola acu nautica hoc exactè deprehendi. Geometrica porrò demonstratio euidenter ostendit, Solem in tropico hyberno ijs duntaxat exoriri ad Suestem cum quarta Lestis, qui altitudinem poli habēt graduum 44. in nostra verò hac habitatione ad Suēstem cũ quarta Lestis, duobus gradibus & minutis 45. additis versus Lestem, quoniam latitudo ortus graduum est 31. Quæcunque igitur super his rebus à nobis scripta sunt, citra omnem ambiguitatem recipi debent, quum demonstratione mathematica nihil sit certius, nihil euidentius, cui quidem nemo unquam refragari poterit.

¶PETRI NONII SALACIENSIS de regulis & instrumentis, ad varias rerum tam maritimarũ, quam & cœlestium apparentias deprehendendas, ex Mathematicis disciplinis. Liber. II.

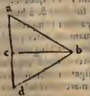
¶*De carta marina nautarum'ue planisphærio. Cap. 1.*

LVsitanorum nauigationes hoc sæculo factas admirabiles esse nemini incompertũ est. Lusitani enim Oceanũ transnatare ausi sunt: nouas repererunt insulas antiquitati prorsus incognitas, noua littora, noua maria, nouos atq; nunquam visos populos. Nō eos perterruit ingēs calor exustæ zonæ, neq; immodicum frigus gelidę, quin continuis profectionibus tandiu nauigarent, donec vltra æquinoctialem ingens illud Aphricæ promontorium, quod bonæ spei caput appellant, prætervecti, iterumq; in Borealem plagam se recipientes, Aethiopicum mare quod in Troglodytica est, Arabicum, Persicum, transgressi in Indiam tandem appulerint. Inde verò vltra Gangem, vltra Taprobanam, in regionē Sinarum, atq; in insulas ad orientem Solem maximè spectantes peruenerunt. Hæc uerò ab eis nec temerè quæsita, nec casu reperta fuerũt. Gestabant enim Astronomica instrumenta ad astrorum obseruationes, tabulasq; motus Solis & Lunæ, à Mathematicis numeris atq; certa ratione designatas: illud præterea viuum diutinumq; organum priscis hominibus incognitum, quod acum nauticam appellant. Cuius quidem circumferentia quæ Horizontem repræsentat, in partes æquales 32. diuisa mũdi cardines ostendit. Huius instrumenti beneficio terras relinquere ausi sunt, & in altum prouehi à littoribus procul, adeò vt acciderit aliquādo Lusitanorum naues post menses sex in Indiam appellere, nulla interim visa insula, nulloq; viso continente. Prisci verò nautæ cum eo organo carerent, mirandum non est quòd tantum prope oras nauigarent. Ipsũ verò rectilineum orbis planisphærium quo hodie vtuntur, quāquam ob parallelorum quam facit æqualitatē, veram orbis imaginem præbere non possit, arti tamen nauigandi quam ipsi exercent, valde conueniens est. Nam quòd insula vna, aut terræ tractus quiuis, longior appareat in eo, quàm verè sit, parum referre videtur ad nauigantium vsum, dummodo locorum distantiæ secũdum partes maximi circuli, aut stadia, aut miliaria, aut alias quascunq; mensuras cognoscantur. Claudius enim Ptolemæus præstātissimus mathematicus quum in primo libro Geographiæ distantiam inter Cori promontorium & Sinā inuestigare vellet, & inter alia quædam loca quæ in Gangetico sinu sunt, rectas lineas æquidistantes pro meridianis accepit, rectas etiam æquidistantes pro circulis parallelis. Triangulis itaq; rectilineis pro sphæricis vsus est, quod rursus facit in magna astrorum compositione libro quinto, quum eos angulos inquirir, qui ex concursu fiunt zodiaci & meridiani, atq; diuersitatem aspectus Solis & Lunæ. Nec dubitamus eundem fuisse Ptolemæum qui vtrunq; opus Astronomicum & Geographicum composuit,

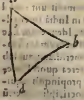
posuit, cum in secundo libro magnæ compositionis Geographiam à se editam commemoret, rursus verò in octauo Geographiæ ipsum opus Astronomicum, in vtroque autem opere sub eadem ferè ponitur quantitate maxima Solis ab æquinoctiali circulo declinatio. At vt constare possit quo nam modo & quibus in locis, rectis lineis pro circularibus sit vtendum, vnũ sequemur exemplum primi libri. Nauigationẽ à Corura in Paluras vsq; (ex traditione Marini ait) ad ortum hyemalẽ esse stadiorum 9450. à quibus propter cursus inæqualitatem tertiam partem adimit, stadia nempe 3150. & relinquẽtur 6300. pro directa distantia. Horũ verò sextum auferr, & relinquetur idcirco stadia 5250. id est gradus 10. Sc. 30. pro distantia meridianorum eorundem locorum. Esto enim Corura a, Palura b, meridianus per a, sit a c parallelus per b, sit b c, distantia inter a, & b, cum nauigationis inæqualitate stadiorum sit 9450. detracto autem vno tertio, erit arcus a b. stadiorũ 6300:



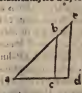
directam nempe interuallum inter a, & b, arcus verò a c, differentia latitudinis erit eorundem locorum, at b c, longitudinis differentia in circulo parallelo æquinoctiali, angulus igitur qui ad c, rectus erit; sed qui sub b a c, acutus situm demonstrat loci b, respectu a. Et quoniam supponit Paluras distare a Corura ad exortum hybernum, vnde Eurus spirat: diuiso igitur australi orientaliq; quadrante in tres æquales partes pro antiqua ventorum distinctione. Ipse positionis angulus b a c. duas earum comprehendet. Quapropter si pro sphærico triangulo rectilineum sumamus a b c, reliquus acutus angulus c b a. tertia pars erit vnius recti, ipsa verò a b, recta linea trianguli a b d æquilateri latus erit, & recta a c, eius dimidiũ, b c, cathetus. Quadratũ itaq; ex a b, ad quadratũ ex b c, sesquitertiã habebit rationẽ. Et quoniã quadratorũ ratio dupla est quàm laterũ, ratio igitur a b, ad b c, erit ferè sesquiquinta. vt si a b, partium æqualium sex subijciatur, eius quadratum erit 36. quadratum igitur ex b c, erit 27. cuius latus aliquanto maius



erit quàm quinq;, crassiore itaq; computo eã Ptolemæus supponit quinq;, vt ratio a b, ad b c, sit sesquiquinta. Quapropter ex ipsa a b, cognita, vno detracto sexto, nota relinquetur b c, stadiorũ videlicet 5250. Et quia parallelus loci b, parum aut insensibiliter differt à maximo circulo, cum sit æquinoctiali vicissimus, computatis igitur quingentis stadijs pro quolibet ipsius paralleli gradu, differentia longitudinis inter b, & c, decem comprehendet gradus cum vnius gradus dimidio. Vides igitur hunc modum nihil differre ab eo quo nautæ nostri temporis vtuntur. Qui multo tamen exactius supposita quantitate anguli positionis, distantiã meridianorum ex tabula quadam numerorum eliciũt, quã ad singulas positiones supputatam habent. Quoniam enim Ptolemæus rationẽ a b, ad b c, sicut sex ad quinq; posuit, ducenta idcirco, & amplius stadia ea supputatione sunt omissa, quibus equidem respondent plus quàm duæ quintæ partes vnius gradus. Hoc autem facile experieris in hunc modum. Quoniam enim a c, dimidium est a b, stadia igitur continet 3150. cuius quadratũ si auferas à quadrato lateris a b, relinquentur 29767500. quadratum nempe lateris b c. ipsum igitur latus b c, stadia ferè comprehendet 5456. quibus gradus vndecim ferè respondent. Illud præterea est aduertendum, itineris distantiam inter Coruram & Paluram, æstimatione cognosci potuisse, cæterùm ignoratis eorundem locorum latitudinibus, angulus positionis vnius ad alterum cognosci non potuit, nisi fortasse notato situ atq; distantijs ad quempiam alium locum. Ex Corura enim cõspici Paloras est incredibile, sed si a d, sit arcus meridiani cognitus inter a, Coruram & locum alium qui sit d, distantia verò ipsius d, a Palura b, & ea quoq; quæ inter a, & b, fuerint cognitæ, angulus idcirco situs d a b, à Corura in Palurã cognitus erit. Modus tamen parum exactus est præsertim in tanto interuallo, & maritima profectione. Iam verò si subijcias tãdiu nauigatum fuisse versus exortum brumalem. eadẽ perpetuò seruata inclinatiõe, donec ad Paluras peruẽtũ fuerit, quæ præciò modo à recẽtioribus nautis acus nauticæ adminiculo obseruari solet, manifestò apparet ex ijs quæ diximus in superiori libro, cõfectũ iter ducẽtũ nõ esse: & pròde directã



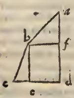
diſtantiam eorundem locorum aliam habere poſitionem ad Coruræ meridianum. Quòd ſi latitudines à circulo æquinoctiali cognitas ſupponat Ptolemæus, minimo certè negotio meridianorum differentiam cognoſcere potuiſſet, idq; neglecto poſitionis angulo, ſed ſublato tantum quadrato differentiæ latitudinis ex quadrato directæ diſtantiæ inter Coruram & Paluras: remanentis enim latus quadratum pro ipſorum meridianorum differentia accipiendum eſſet, quandoquidem rectis lineis pro circularibus vti voluit. Sed ſi exactius idipſum inuenire libeat, in ſphærico triangulo ex diſtantia locorum cognita, & complementis latitudinum etiam cognitis, eum angulum ſtatim cognoſcere poteris, qui ad polum mundi differentiam meridianorum ſubtendit. Vtcunque tamen poſitionis angulus cognitus fuerit, ex ſupradictis paret, eadem arte olim Ptolemæum vſum fuiſſe ad locorum longitudines inueniendas, qua nautæ hodie vtuntur. Quòd autem in quauis inclinatione locorum diſtantias contrahat ad rectitudinem capiendam, cõſultius & cautius id facit, quam noſtri nautæ. Hi enim ſpatium quod nauigando multis ambagibus conficiunt, in rectum producunt. Quare neceſſe eſt vt adaucta ea linea quæ rectum ſubtendit angulum, in eadem quoq; ratione locorum latitudines atq; longitudines vltra metam ſint extenſæ, quod in ſubiecta apparet figuratione. In ea enim ſicut a c, diſtantia ad a b diſtantiam, ſic a d, longitudinis differentia ad



a e, longitudinis differentiam, & eandem quoq; rationem habent d e, & b c, latitudinis differẽtiæ. Quoniam verò in magnis ac diuturnis nauigationibus non rarò hoc committunt: nihil igitur mirum ſi ab Hiſpania in Indiã interuallum vltra modum extendant. Idem enim ſine diſcrimine faciunt in quauis locorum inclinatione, quod quãdo ſub vno meridiano, aut ſub vno nauigant parallelo. Præterea quod Ptolemæus tantum facit in locis propinquis æquinoctiali, & in diſtantia mediocri, ipſi vniuerſũ per totum orbem, & in quam maximis diſtantijs audacter pro ſphæricis triangulis rectilineis vtuntur. Sed nihilominus littorales orbis deſcriptiones eorundem nauigationibus confectæ multò certiores ſunt, quàm quæ traditæ ſunt à Ptolemæo: qui partim coniecturis, partim verò falſis quorundam hominum relationibus longitudinem atq; latitudinem habitati orbis dimẽſus eſt. Eclipſes enim Lunares neq; frequenter fiunt, neq; cum fierent, erant vbiq; Mathematici qui obſeruarent, præſertim apud barbaras nationes. Eſt enim modus inueniendi longitudines locorum ex Eclipſibus omnium certiſsimus, ſed qui à nautis negligitur, tametſi eorum tabulas habere poſſint in multos annos exaratas. Quod ſi contingat quempiam ab eis obſeruari, eum locum in quo facta eſt obſeruatio eadem prorſus arte in marina charta collocant, qua in globo, per gradus nempe longitudinis & latitudinis, in quo equidem errant. In primis enim differentia longitudinis in parallelo dati loci ſumpta in partes maximi circuli, vel in mẽſuras noſtras conſuetas conuertenda eſt, & per eas deinde in eadem marina charta ipſe locus collocandus. Ea porrò loca quæ extra circulum æquinoctialem ſub vno parallelo nauigantib⁹ offeruntur, quo nam modo collocari debeant in ipſa marina charta, non eſt facile definire. Quod vt planius intelligatur, duo concipiamus loca quæ æquales ferè latitudines Boreales habent, & ab vno in alterum quotidie nauigant Luſitani, ea autem ſunt Olyſsippo, & ea inſula ex occidentalibus Portugaliæ quam tertiam appellant. Habet enim Olyſsipo gradus ferè 39. latitudinis, ipſa verò tertia inſula gradus ferè 40. Diſtantiam porrò eorundem locorum explicat marina charta noſtrarum leucarum 262. circiter, æqualem videlicet quindecim gradibus meridiani, tantam enim noſtri nautæ ſæpiſsimè inueniſſe aiunt, non ſolum æſtimatione confecti itineris, cum à Leſte in Oeſtem nauigant ad eandem inſulam, ſed alio multò certiore calculo. Nauigatio enim ab Olyſsippone, in inſulam quam Materiæ appellant, eſt ad Sudoeſtem: ab hac autem in tertiam inſulam, eſt ad Noroeſtem. Et quoniam à Noroeſte in Sudoeſtem, ſimiliter & à Sueſte in Nordeſtem, tantum ſpatium comprehenditur inter meridianos, quantum inter parallelos, ideſt tanta eſt differentia longitudinis quanta latitudinis, propterea quòd angulus poſitionis in vtraque nauigatione dimidio recti ſit æqualis, ipſa verò materiæ inſula latitudinem Borealem habet graduum 32, idcirco ſuppoſita ſtructura rectilinei planiſpharij quo nautæ noſtri temporis vtuntur, inter Olyſsipponem & tertiam inſulam ſpatium

quindecim graduum maximi circuli com-
prehendi necesse est, sed ipsius paralleli graduũ
39. aut 40. latitudinis plures erunt gradus in eo
dem spatio. Hac profectò arte vsus est Ptole-
mæus libro primo Geographiæ pro inuenien-
dis locorum distantijs, Cæterũm illud ambigui
tatis relinqui videtur. Enim verò si inter Olys-
sipponem & insulam tertiam ipse arcus paral-
leli quadraginta graduũ latitudinis quindecim
gradibus maximi circuli est æqualis, cũ in om-
ni parallelogrammo latera opposita sint æqua-
lia: erunt igitur in ipsa marina charta quinde-
cim gradus æquinoctialis comprehensi in ipso
æquinoctiali inter eorundem locorũ meridia-
nos, quod quidem ex Theodosio libro 2. impos
sibile esse liquet. Hanc tamen dissolues ambi-
guitatẽ, si intellexeris fieri non posse vt vtræq;
rectæ lineæ æquinoctialis parallelos ad re-
ctos angulos secantes pro meridianis ponantur
in ipso æquinoctiali, aut in eis parallelis qui à
prioribus plurimum distant, nisi ratio seruetur
meridiani ad parallelum medium, quemadmo
dum Ptolemæus faciendum admonet in tabu-
lis prouinciarum, ne sensibilis error committa
tur. Præterea neminem perturbari velim, quod
nauigationem ab Olyssippone in insulã Ma
teriæ ad Sudoëstem fieri dixi, ipsamq; insulam
ab Olyssippone distare ad medium quadrantis
Australis Occidẽtalisq;, quod nullo modo fie
ri posse planè constat. Nam si soluẽtes ab Olys
sippone nauis proram dirigamus ad Sudoëstẽ,
tam diuq; nauigemus sub ipsa eadem inclina-
tione, donec ad insulam Materiæ perueniam⁹,
alia inuẽta erit positio, quàm quæ dimidij qua-
drantis. Cæterùm hac etiam liberaberis diffi-
cultate, si animaduerteris in distantijs non ad-
modum magnis parum aut nihil referre, si vel
dixeris distare locum à loco ad Sudoëstem, aut
quandiu nauigamus ab vno in aliũ semper prõ
ram dirigi ad Sudoëstem. Ex prædictis idcirco
elicies, qua nam arte ea loca collocanda sint in
nautarum planisphærio, quæ sub vno nauigan
tibus parallelo sunt oblata. Constare etiam ar-
bitror ex ijs quæ à nobis dicta sunt hoc in loco,
& in priori libro, quòd non solum cõtingat hal
lucinari circa situm multorum locorũ quos ma
rina charta sub vno ostẽdit meridiano, sed etiã
in alijs distantiarum positionibus inclinationi
busúe. Est enim meridianus norma quædam a-
liarum positionum: vbi igitur in situ meridia-
ni erratum fuerit, in inclinationibus etiam re-
liquorum rumborum lapsum fieri necesse est;

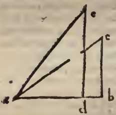
& proinde nõn omnis positiõ inclinatioúe
loci ad locum, quæ in marina charta explica-
ta reperitur, pro vera accipienda est, sed ea tan
tum sub qua ab vno in alium nauigatum fue-
rit aliquando. Exempli gratia, ab Olyssippo-
ne a, directa via nauigantibus versus polum
Austrinum offeratur locus d, sub æquinoctia-
li circulo positus, ad Sudoëstem verò nauigan
tibus sub latitudine graduum 32. insula mate-
riæ b: recta igitur a d, in marina charta latitu-
do est loci a, perpendicularis b e, latitudo lo-
ci b, perpendicularis verò b f, distantia inter
meridianos ipsorum locorum a, & b, in ipsius
loci b, parallelo: notetur autem locus c, vltra
e in recta linea c d, æqui-
noctialem repræsentan-
te, qui & in globo, & in
marina charta, vno atq;
eodem numero graduum
distet à loco d. Quatuor
igitur loca a, b, c, d, rectè
posita sunt in charta. Cæ-
terum b, ipso e, occiden-
talior est, constat hoc ex
supradictis. Quapropter



perpendicularis b e, verum situm non habet
meridiani, nec angulus c b e, positionem loci
c, respectu b, demonstrare poterit in ipsa mari
na charta. Cæterùm si eadem loca a, b, c, & d,
eadem arte in globo collocarentur, ductis me-
ridianis per a, & b, maximis etiam circulis du-
ctis per a b, & per b c, haud dubiè veras inter
se seruarent positiones. In eo enim si quædam
loca per latitudines & longitudinis differẽtias
collocaueris, quædam verò per latitudines &
angulos positionum, omnia tandem inter se de
bitam habebunt positionis cõuenientiã, quod
in marina charta multò aliter euenire solet. Id
etiam in ea nauigatione quæ à nostris in Indiã
fit, intueri licebit. Enim verò promontorium il
lud Aphricæ trium cuspidum latitudinis Bo-
realis quatuor graduum cum dimidio, & insu-
lis Tristani à Cugna quæ gradus 36. Australis
latitudinis habent, sub vno atq; eodem meridia
no marina charta demonstrat: interuallum præ
terea inter easdem insulas & promontorium
bonæ spei quadringentas ferè leucas contine-
re, quæ tamen simul stare non possunt. Nam
si littora omnia à promontorio trium cuspidũ
vsq; ad promontorium bonæ spei rectè descrip
ta sunt, & ipsum idem promõtorium trium cus
pidum cum eisdem insulis sub eodem iacet me

 ridia

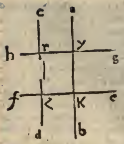
ridiano,necesse est igitur prædictam distantiã
multò minorem esse,seruata graduum & paral
lelorum proportione. Sed si minor non est, fie-
ri non potest vt eundem habeant meridianum
cum ipso trium cuspidum promontorio, quini
mo erunt occidentaliores. Hinc fit, vt sæpissi-
mè decipiantur nautæ cum ex vno loco alium
petunt,eam positionem sequuti quam ostendit
marina charta. Quem cum minime ea nauiga
tione reperiant,erroris causam putant esse, vel
aquarum celerem in aliam partem defluxum,
vel polorum magnetis à veris polis mundi de-
clinationem, quanquam ob id solum fortassis
errarunt,quòd quales positiones ea loca inter se
haberent,cognitas nondum haberent. At non
solum in eo decipiuntur, quòd marinam char-
tam existiment omnium locorum situs referre
posse,sed quòd quotiescunq; littora in globum
transcribere volunt,habita tantum ratione ad
numeros graduum longitudinis & latitudinis
in ea repertos,id efficiunt,ac non aliter, quàm
cum stellas fixas collocant. Ita fit vt non solũ
ij committãtur errores,qui necessariò prodeũt
ex charta,quia plana est,sed alij etiam quos eui
tare poterant, si quas distantias verè cognitas
habent,in primis in gradus conuerterent,dein-
de verò ipsas locorum longitudines & latitudi
nes sequerentur. In littorum porrò descriptio-
ne maris mediterranei,quoniam aduertimus lo
corum latitudines multò maiores, quàm verè
sint, positas esse,opus est emendatione. Alexan
dria enim in qua Ptolemæus tam multas fecit
astrorum obseruationes latitudinem Borealem
habẽs graduũ 30. cum mi. 58. ponitur in mari-
na charta sub latitudine graduum 36. Rhodi la
titudo gradus tantum habet 36. Sed ponitur in
eadem charta graduum 42. Romæ latitudo gra
dus ferè 42. comprehendit, in eadem tamen re
peritur graduum 46. Venetiæ in medio qua-
drantis positæ,& in quibus æquinoctij tempo
re par est vmbra gnomoni, nempe graduũ 45.
latitudinis, quinquaginta videntur habere, &
in reliquis ferè locis omnibus latitudines simi-
liter auctæ sunt. Cuius erroris causam cum ali-
quando quæsiuissem, id mihi succurrit, quòd
propter angustiam maris mediterranei, & quia
frequẽtes in eo fiũt nauigationes, locorum in-
uicẽ positiones & intercapedines exactè sunt
exploratæ,atq; compertæ,adeò vt nauigantib⁹
non sit opus Astrolabijs,aut latitudinis cogni-
tione. Quoniam enim omni die vel aliquam in
sulam,vel continentem oculis cernunt nauigã-
tes, quo in loco sint facilè possunt agnoscere.
Superioribus etiam sæculis Hispanicum mare,
Gallicum & Germanicum,idcirco sine instru-
mentis Astronomicis nauigabatur,quia oras tã
tum lustrabant,deinde verò quoniam recentio
ribus Lusitanorum nauigationibus maximæ or
bis partes sunt peragratæ,quod quidem sine au
xilio Mathematicarum artium effici non po-
tuit: cœperunt itaq; nautæ locorum latitudi-
nes obseruare,& in chartis annotare. Cum igi-
tur vellent mediterraneum cum Oceano com-
ponere,vt vnà cohærerẽt,altiorem fortè situm
sortitum est quàm debuerat. Vel si iam rectè cõ
nexa cõtinuataq; sunt,fuit fortasse erroris cau
sa quòd distantiæ inter maritima loca mediter
ranei Italicis miliaribus fuerunt annotatæ, sed
littorum Oceani vel gradib⁹. vel Hispanicis leu
cis: marinarum verò chartarum artifices milia
ria in gradus aut in leucas perperàm conuerte-
runt. Vel quod deniq; magis probo, vel litto-
rum mediterranei positiones,vel distãtias, nau
tæ non satis notarunt,& proinde non solum la
titudines,sed etiam longitudines à veris decli-
nasse necesse est. Esto enim in marina charta re
cta a, b, rumbus Lestis & Oëstis, sit a c, quiuis
alius rumbus aliam ostendens positionem,eam
nempe qua itur à loco a, in c, recta verò b c, re
ctos efficiat angulos cum a b, in puncto b. Erit



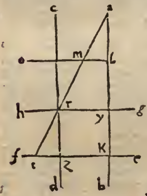
igitur ipsa recta a c
duorũ locorum a,
& c, intercapedo,
b c, differentia lati
tudinis, a b, verò lõ
gitudinis. Intelli-
gamus deinde vnã
aliã positionẽ quæ
angulo denotetur
b a e, sub æquali ta
men intercapedine quæ sit a e, differentia lati
tudinis inter loca a, & e, erit d e, priore maior
at longitudinis differentia erit a d, priore mi-
nor. Descriptis enim circulis circa triangula
rectangula a d e, & a b c, rectæ lineæ a c, & a e,
inuicem æquales descriptorum circulorum dia
metri fient. Quapropter ipsos circulos æqua-
les esse necesse est. Angulus autem d a e, maior
ponitur quàm b a c. maior igitur erit arcus an-
guli d a e, arcu anguli b a c, & proinde recta sub
tensa d e, maior quàm b c. Eodem argumento
quoniam angulus a e d, qui relinquitur ex duo
bus rectis minor est quam a c b, minor igitur
erit a d, quàm a b. Hæc autem ad impossibile

faci

facile poteris demonstrare ex primo Euclidis.
Quòd si locorum inuicem positiones seruatæ
sunt, sed distantiæ vltra proprios fines sint ex-
tensæ, vtraq; differentia longitudinis & latitu-
dinis aucta erit. Quo nam igitur modo tantus
acciderit lapsus dubium est, sed latitudines ve-
ras non esse certò scimus. Ex quo fit vt longitu
dines quoque plerunque falsæ sint. Fortasse ta-
men vniuersa mediterranei longitudo à freto
Herculeo ad sinũ Issicum, quam marina char-
ta ostendit vera est, quanquam in partibus er-
ratum fuerit. Id enim fieri potuit, si quantum
longitudinis inter aliqua loca redundat, tan-
tum in reliquis deficiat. Cæterùm latitudines
falsas esse nemo ibit inficias, si præter ea quæ di
ximus eum Isthmum qui inter mediterraneũ
& Arabicum sinum est, inspexerit. Nam diffe-
rentia latitudinis inter Pelusium & interiorẽ
partem Arabici sinus vbi olim Heroum ciui-
tas, paulò maior est vno gradu, quæ tamẽ in ma
rina charta nõ minor est quinq; gradibus. Dif-
ferentia longitudinis quæ propemodum nulla
est, idcirco multò maior apparet, quoniam lit-
toralis descriptio mediterranei secundum par-
tes maximi circuli in eadem charta facta est,
quæ tamẽ si ad partes gradusúe sui paralleli tra
duceretur in vtrouis Ptolemæi planisphærio, iã
Pelusium & recessus intimus Arabici sinus sub
vno ferè meridiano comprehendi viderentur.
Hoc autem in globo quàm aptissimè fieri pos-
set, non quemadmodum nostri artifices facere
consueuerunt, qui eundum numerum graduũ
in plana descriptione marinæ chartæ repertum
ad globi parallelos transferunt, nulla obseruata
inæqualium circulorum ratione. Pelusium id-
circo multò ante suos fines relinquitur, & me-
diterranei ac Arabici sinus intercapedo in ip-
so Isthmo per quàm magna, nisi interim velint
mare rubrũ vltra proprias metas producere ad
id vitium occultandum. Aduertimus præterea
(quemadmodũ superius admonuimus) multa
esse loca quæ cum longitudine differant, in ma
rina tamen charta eundem videtur habere me
ridianum. Sint enim in ipsa marina charta re
ctæ lineæ a b, & c d, æquidistantes pro meridia
nis positæ, rectæ verò e f, & g h, in eas perpẽdi-
culares parallelos repræsentent, videlicet e f,
æquinoctialem, sed g h, vnum alium ex æqui-
distantibus, recta verò a K, meridiani quadran
tem. Duo autem loca y, & K, compertum fue
rit sub vno atq; eodem meridiano esse, à qui-
bus duo alia loca r, & z, æqualibus distent in-

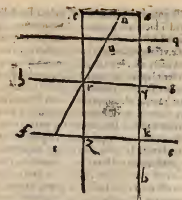


teruallis y r, &
K z. Videbun
tur igitur r, &
z, eodem com-
prehendi meri
diano: posita e-
nim sunt in re-
cta linea c d. at
non est ita. Imo
verò si est y, ip-
so r, orientalior
erit etiam locus
z, eodem r, orientalior. Quoniam enim æqua-
lia spatia subijciuntur K z, & y r, sed maiorẽ
parallelum repræsentat e f, quàm g h, paucio-
res igitur gradus sui circuli continebit K z,
quàm y r. Atqui circuli meridiani æqualem
numerum graduum auferunt ex omnibus pa-
rallelis: distabit igitur z, à meridiano loci r, o-
rientem versus, nisi parallelorum differentia
adeò sit exigua vt alter alteri æqualis existime
tur. Sed si eum locum paralleli e f, cognoscere
cupis qui communem cum r, meridianum ha-
bet, ipsorum parallelorum ratio elicienda erit
in primis vel ex tabula numerorum ad id con-
fecta, vel ex instrumento inferius posito, dein-
de verò spatium y r, multiplicabimus in nume
rum qui debetur parallelo e f: productũ tandẽ
diuidemus per numerum paralleli g h, & proue
niet ex partitiõe distãtia loci K, ab eo loco qui
eundem habet meridianum, quem locus r. Ea
igitur computetur, aut circini officio in paral-
lelo e f, adnotetur, sitq; exẽpli gratia K t, loca
igitur r, & t, sub eodem erunt meridiano. Vt si
g h, parallelum per Rhodum repræsentet latitu
dinis nẽpe graduum 36. e f, verò æquinoctialẽ



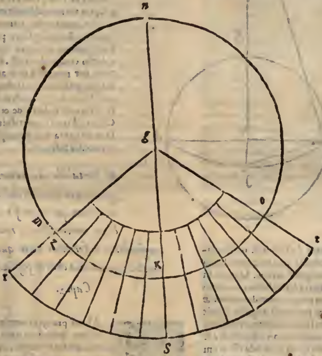
circulũ, eo-
rũ ratio eli-
cietur ex ta
bula, vel ex
instrumẽto
ferè sicut 5.
ad 4. spatiũ
y r, 80. con-
tineat sta-
dia, quæ qui
dem multi-
plicabimus
in 5. produ-
ctum verò di
uidemus per
4. & veniẽt

ex partitione stadia 100. Accepta igitur ex d f, recta K t, 100. stadiorum, duo igitur loca r, & t, sub eodem dicemus esse meridiano. Cæterùm quanquam ita sit, non est ob id ipsum suspicandum, rectam lineam ductam per r, & t, meridianum repræsentare. Nam si recta linea t r, meridianum repræsentat, cum duo anguli ad K & t, sint minores duobus rectis, producta igitur eadem t r. io rectum, concurret cũ a b. Non quidem ante a, nam fieri non potest vt aliquod punctum præter polum in duobus existat meridianis, est enim a, polus. Neq; cõcurrere potest in ipso a, polari puncto. Nam si concurrit, ducatur igitur linea recta l o, parallelum repræsentans latitudinis 60. graduum, cuius sectio cum a t, sit in puncto m. Erit idcircò propter similitudinem triangulorum a k t, & a l m, sicut a k, ad a l, sic k t, ad l m. Atqui recta a K, ad rectam a l, triplam habet rationem: tripla est igitur recta K t, rectæ l m. At verò circumferentia æquinoctialis duobus meridianis comprehensa dupla est eius circumferentiæ quæ io parallelo graduum 60. latitudinis eisdem comprehenditur meridianis, ratio enim diametrorum eorundem circulorum dupla est. Quapropter recta K t, ad rectam l m, duplam habet rationem: ostensum est autẽ quòd & triplam, imposibile igitur. Et proinde si recta a t, meridianum repræsentat, non concurret cum a K, in ipso a, polari puncto. Sed si denique dicatur concurrere cum eadem a b, producta in rectum supra a, secabit igitur polarem lineam a c, secet itaque in n, quemadmodum in subiecta figura. Et quoniam circulorum circumferentiæ & diametri eandem habent rationem, rectarum verò linearum ratio in infinitũ augeri potest, ex parallelis igitur vnum sumemus in sphærica superficie ad quem æquinoctialis maiorem habeat rationem, quàm k t, ad rectam a n, eumq; in marina charta recta p q repræsentet, cuiusquidem spatium inter duos meridianos a K, & t n, comprehensum sit recta s u. Recta igitur linea K t, ad rectam s u, eandem habebit rationem, quam æquinoctialis circulus ad assumptum parallelum seruat. Atqui eiusmodi ratio maior posita est quàm quæ rectæ k r, ad rectam a n, maiorem igitur rationem habebit k t ad s u, quàm ad a n. & proinde minor erit s u quàm a n. At facile demonstrabitur maiorem esse, ducta perpẽdiculari à puncto n, in s u, quæ necessariò cadet inter u & s, quoniam angulus n u s, acutus

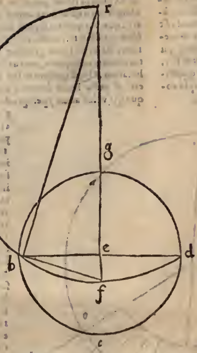


est. sequitur igitur imposibile, & proinde recta linea t r, concurrere non poterit cum a k, si meridianum repræsentat. At necesse est cõcurrere per Euclidis postulatum: non repræsentat igitur meridianum ipsa t r, in marina charta, quod demonstrandum suscœpimus. Atque ex his intelliges planam illam orbis descriptionem, in qua quidem rectæ lineæ pro meridianis ponuntur, traditam à Ptolemæo in libro primo Geographiæ, parum conuenire cum ea quę in sphærica superficie facta est. In ipsa enim plana descriptione æquinoctialis ad parallelũ qui per Rhodum scribitur, rationem propemodum habet sesquialteram, nempe sicut 115. ad 79. Quæ tamen sesquiquarta deberet esse, & id circo ipsæ rectæ lineæ ijs duntaxat locis meridiani erunt, quæ in æquinoctiali & parallelo qui per Thylem transit, posita sunt: non ijs quæ in Rhodi parallelo. Assumit autem 4. gradus meridiani medij quos pro quinq; constituit in ipso Rhodi parallelo, vt in eo saltem longitudo orbis habitati eam seruet rationem ad vniuersam latitudinem, quam in sphærica superficie habet. Cæterùm constat hoc fieri nõ posse ea arte qua ipse vsus est rectilineo cũ curuilineo minimè congruente. Quapropter multo melius id ad hunc modum efficies. Esto k m n, semicirculus ipsius paralleli, qui per Rhodum transit, quem in 22. æquas partes secabimus, earumque sumemus K m, septẽ partium. Aequalis igitur erit ipsa circumferentia K m semidiametro g k, per ea quæ demonstrauit Archimedes de circuli dimensione. Et erunt idcirco in eadem K m, gradus 79. medij meridiani, quos Ptolemæus ponit continere rectam g K.

g K. Ab ijs igitur septem reijciantur, quos cõprehendat circumferentia m z, vndecima fere pars ipsius k m, & relinquetur idcirco circũferentia K z, graduum 72. medij meridiani. Et quoniam in sphærica superficie gradus 72. meridiani gradibus nonaginta illius paralleli qui per Rhodum trãsit pares sunt, ipsam igitur K z, in sex spatia æqualia secabimus, & erit quodlibet eorum vnius horæ interuallum in ipso eodem Rhodi parallelo.



Rectas itaq; ducemus lineas à puncto g, per singulas diuisionum notas horariorum interuallorum vsq; ad æquinoctialem, & horarium interuallum (si libuerit) in tres æquales partes secabimus. Idemq; faciemus in circumferentia K o, quam æqualem constituemus ipsi K z, & reliqua deinde, quemadmodum admonet ipse Ptol. Quòd si ipsum planisphærium tali arte describere libeat, vt extremi paralleli æquinoctialis nempe, atq; is qui per Thylem transit, eam seruent rationem inter se, & ad meridianos, quam in sphærica superficie habent: illud idem faciendum erit in æquinoctiali, quod modò fecimus in Rhodi parallelo. Aequinoctialis enim semicirculus in 22. æquas partes secãdus erit, quarum quidem septem semidiametro g s, idest gradibus 115. medij meridiani æquales erunt. Reiectis igitur gradibus 25. relinquentur tandem nonaginta, interuallum nempe sex horarum. Quod quidem in sex spatia secandũ erit, & rectæ lineæ ducendæ à centro g, reliquaq; (velut antea) peragenda. In alia verò plana orbis descriptione ipsius primi libri multis syllogismis inquirit, quanta sit recta linea f g, in subiecta figura. Est enim g, commune centrum æquinoctialis & reliquorũ omnium parallelorum. Quod tamen poterat facillimo calculo atq; demonstratione inuenire. Nam quoniã e f, talium partium est 23. cum quinque sextis qualium est b e, 90, & est g centrum circuli b f d, semicirculus igitur perficiatur f b r, & connectatur b r. Quapropter angulus f b r, supra diametrum in circumferentia existens rectus erit, & idcirco sicut e f ad e b, sic ipsa e b ad e r, per 9. propositionem sexti libri elementorum Euclidis. Multiplicabimus igitur e b, nonaginta nempe partes in se ipsas, productum verò quod est 8100. diuidemus per e f, partes habẽtẽ 23. cũ quinq; sextis, & venient ex partitione partes quas habet e r, quibus addemus 23. cum quinq; sextis quæ sunt in e f & conflabitur f r, cuius quidem dimidium est f g. Vt cunq; tamen in plano orbem designauerit Ptolemæus,

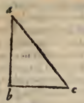


lemæus, eam rationem describendi particulares prouintiarum tabulas, qua ipse vsus est, magis probamus ad nauigandi artem. Quippe in quibus ratio meridiani ad parallelum medium seruetur. In eis enim propter meridianorum æquidistantiam pares perpetuò angulos efficit quæuis recta linea in ipsos incidēs meridianos. Extremos autem parallelos non admodum à se inuicem distare oportet. Et ponenda est in omni tabula vniuersa orbis longitudo, latitudo verò veluti per climata. Quamuis enim prouincia tota non in tabula vna integra reperiatur, sed diuisa non admodum refert ad id institutum. Hoc tamen admonemus, pauca aut nulla propemodum loca transferri debere ex consueta marina charta ad has tabulas, ob incertitudinem longitudinis locorum in ea positorum, multò autem minus ex tabulis Ptolemæi. Sed ijs tantum vtiles erunt huiusmodi tabulæ, quibus in animo fuerit orbem denuò peragrare, atq; veros locorum situs examinare. Omnium tamen certissimus modus erit si tortuosæ illæ atq; fractæ romborum lineæ in globi superficie ducantur, quas in priori libro diffiniuim⁹. Tū verò ex deprehensa in vtroq; distantiæ termino altitudine poli, & qualitate itineris, differentia longitudinis, & locorū intercapedo cognita erit. Sed si ex confecti itineris longitudine hoc velis experiri, detrahēdum erit in primis id quod propter viarum obliquitates redundat, quod nostri nautæ nō faciunt. Ex eclipsibus porrò longitudinis inuentio omniū calculo comprobata est. Præterea per motum Lunæ, aut eius congressum cum sydere aliquo fixo: de qua quidem inuestigationem in libro de erratis Orontij Finæi loquuti fuimus. Hæc de nautarum planisphærio dixisse sufficiat.

De tabula illa numerorū qua nautæ vtuntur, ad inueniendum quantum sit directum interuallum, necnon longitudinis differentia inter quauis duo loca in marina charta posita.

Cap. 2.

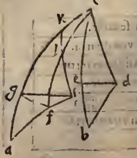
HAbent præterea nautæ tabulam quandam numerorum à Mathematicis confectam, ex qua ipsi cognoscere possunt quantum sit directum interuallum, quod in vnaquaq; itineris inclinatione vnicuiq; gradui differentiæ latitudinis respondet; & quanta etiam sit meridianorum differentia sub eadem inclinatione. Ex qua rursus tabula si directum itineris interuallum inter duo loca, & latitudinis differentia cognita subijciātur, distantiam inter meridianos & ipsam etiam inclinationem elicient. In triangulo enim rectilineo rectanguloq; a b c, sit a b meridiani pars latitudinis differentia duorum locorum



corum a & c, ſitq; b c, differentia longitudinis eorundem locorum in parallelo loci c, recta verò a c, directum interuallum inter ipſa eadem loca. Dico quòd ſi præter angulum rectum vnus ex duobus acutis angulis cognitus fuerit, vel duorum laterum ratio cognita ſupponatur, reliqua omnia innoteſcent. Nam quoniam ſinus recti angulorum atq; ſubtenſa latera eodem ordine ſunt proportionalia, quod ſtatim intelliges deſcripto circulo ad menſuram a c, ſuper altero ipſius termino, ſi igitur angulus b a c, cognitus ſubijciatur, ratio ſinus totius ad ſinum rectum eiuſdem anguli nota erit. Et proinde ratio a c ad b c, cognita quoq; erit. Ex angulo autem b a c cognito reliquus a c b, illico innoteſcet. Et proinde ratio a c ad a b, ignorari non poterit. Quapropter ex proportione trium laterum trianguli cognita, ſi vnum eorum vel in partibus maximi circuli, vel in ſtadijs, aut quauis alia conſueta menſura cognitum fuerit, reliqua latera in eadem menſura patefient. Sed ſi nullus angulus præter rectum ſupponatur cognitus, duo tamen latera cognita fuerint, reliquum latus per 47. propoſitionem primi libri Euclidis ſtatim innoteſcet. Ex lateribus autem cognitis vterque acutus angulus per regulam numerorum proportionalium & tabulam ſinuum rectorum cognoſcetur. Quod ſi duorum laterum quæ cognita ſupponuntur alterum fuerit recto angulo ſubtenſum, tertium latus cognoſcere poteris abſque radicis quadratæ extractione, dummodo tabula vtaris ſinuum rectorum. Nam ſi ratio a c ad a b, cognita eſt, intelligatur a c, ſinus totus, & per regulam numerorum proportionalium recta a b, in partibus ſemidiametri cognita veniet. Quare arcus cui ipſa a b, tanquam ſinus rectus debetur cognitus erit, quo detracto ex quadrante arcus ille notus relinquetur cuius b c, ſinus rectus exiſtit. Cum igitur hac arte ratio a c ad b c, cognita fuerit, ſecundum eam menſuram qua cognita fuerit a c cognoſcetur & b c. Nos ad eum modum ipſam numerorum tabulam examinauimus, atq; multò exactiorem fecimus. Continet autem vnus gradus circuli maximi in terreſtri ſuperficie leucas 17. cum ſemiſſe vt Luſitani aiunt. Inter quos tamen ſunt qui arbitrantur ſedecim tantum comprehendere cum duabus tertijs vnius leucæ, vt ſint in toto circuitu leucæ 6000. Et quoniam ſecundum ſententiam Ptolemæi & Marini vni gradui

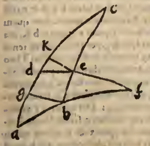
Inclinatio ad meridianũ per quartas.	Directũ interuallũ.	Differentia longitudinis.
	Leucæ.	Leucæ.
1	17 cum quinque octauis.	3 cum ſemiſſe.
2	19 cum tribus octauis.	7 cum vna quarta.
3	21	11 cum duabus tertijs.
4	24 cum dodrante.	17 cum ſemiſſe.
5	31 cum ſemiſſe.	26 cum vna quinta
6	45 cum dodrante.	42 cum vna quarta.
7	89 cum dodrante.	88

dui maximi circuli quingenta respondent stadia, triginta verò stadia vnũ conficiunt Schœnum, erunt igitur in vno gradu Schœni 16. cũ duabus tertijs. Quapropter leuca vna vni Schœno æqualis erit. Quòd si ipsi Ptolemæo licuit, quemadmodum scribit in primo libro Geographiæ, ex cognita positione vnius loci ad aliũ, & distantia viatoria inter eadem loca, differentiam longitudinis metiri in rectilineo triangulo, non video cur similiter non liceat eisdem fundamentis differentiam latitudinis, & reliqua per omnem tractum atq; in vniuersum inuenire. Quæ tamen si feceris, cum ijs pugnabũt quæ à nobis statim demonstranda erunt. Quoniam enim omnis nauigatio secundum maximorum circulorum circumferentias fit in exiguis quibusdam segmẽtis, quemadmodum fuit à nobis in Præfatione primi libri explicatum: in mundo igitur multò aliter fiet ijs qui secundum maximos circulos iter fecerint. Nam si eadem seruata fuerit latitudinis differentia, & eadem quoq; maximi circuli ad meridianum inclinatio: minor idcirco reperta erit viatoria distantia, & minor similiter longitudinis differentia inter loca quæ à manifesto polo sunt remotiora, dum ad ipsum accedimus polũ, quàm inter loca eidem polo propinquiora. Sint enim in mundo duo loca a & f, à manifesto polo c remotiora, quàm duo alia b & d: cæterùm latitudinis differentiæ pares ponantur. Item maximi circuli scripti per a & f, & per b & d, pares faciant inclinationes ad meridianos a c & b c, sub acutis angulis c a f & c b d, is autem qui venit ab a, sub circumferentia maximi circuli a f. parallelum loci f, attingat in ipso f, similiter qui venit à b, sub maximi circuli b d, circumferentia: parallelum loci d attingat in ipso d. Aio itaq; interuallũ viatorium b d, inter loca b & d, polo c manifesto propinquiora maius esse a f, & differentiam quoq; longitudinis inter eadem loca b & d, maiorem esse differentia longitudinis duorum a & f. Super polo enim c parallelus describatur per d, meridianum b c intersecans in e puncto, parallelus item per f meridianum a c, intersecans in g, & quoniam c g, maior est quàm e c, per hypothesim, circumferentia igitur sumatur g k, in g c, æqualis ipsi c e, aut c d & super k, tanquam polo ad mensuram k g, circulus describatur per g, qui per sextam propositionem secundi libri Theodosij parallelum f g, continget in ipso g, & ex eodem sumatur circumferentia g i, æqualis circumferentiæ d e: sunt enim circuli æquales qui per d & per g, describuntur super polis c et k. Quapropter si maximus circulus ductus fuerit per K & i, maximus etiam fuerit descriptus per c & d, duo anguli a k i & b c d, inter se æquales erunt. Ducemus igitur maximum circulum per a & i, qui non erit alius quàm is qui venit per a & f. Nam si cadit intra triangulum a c f angulum dispescens c a f, angulum idcirco faciet cum a K in puncto a, æqualem angulo c b d, per similem propositionem quartæ primi libri Euclidis à Menelao demonstratam libro primo de triangulis sphæricis, & proinde angulo f a K æqualem, per communem sententiam, partem toti æqualem, quod est impossibile. Simile haberetur incommodũ si extra idẽ triangulum caderet. Et propterea circulus maximus qui per a & i. describitur, per f venit. Sic igitur interuallum a f, minus erit interuallo a i. At ipsum a i ipsi b d, est æquale: maius igitur est viatorium interuallum b d, inter loca b & d. manifesto polo propinquiora, quàm viatorium interuallum a f, inter loca a & f. quæ quidem à manifesto polo remotiora sunt, paresq; habent latitudinis differẽtias, quòd à nobis erat demonstrandum. Porrò quòd & maior sit longitudinis differentia, ostẽdemus scripto per c & f, maximo circulo qui K i, in puncto l intersecet. Quoniam enim duo loca d & f, manifestum habent polum c circumferentiæ igitur c d & c f, minores sunt quadrantibus, quapropter c l & K l, minores quadrantibus erunt, & idcirco in triangulo K l c, exterior angulus a K l, maior est interiore k c l. At æquales inuicem sunt a K l & b c d, in duobus æquiangulis triangulis a K i & b c d: maior igitur erit angulus b c d ipso K c l. Atqui his proportionales sunt duo arcus æquinoctialis circuli, quorum vnus est differentia longitudinis duorum locorum b & d, alter verò duorum a & f: maior igitur



erit

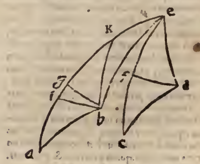
erit differentia longitudinis duorum locorum b & d, quàm duorum a & f, quod item demonstrandum suscepimus. Et ex hac demonstratione apparet nihil referre siue duo loca a & b, polum c, manifestum habeant, siue occultum, dummodo idem polus c loco d, sit manifestus: loco verò f, minime sit occultus. Sed vel illi planè sit conspicuus, vel in horizonte positus. Sūpsimus autem circulum g i, secare non posse eum circulum qui per a & f venit, inter a & f, ne sequatur impossibile, partem videlicet suo toto maiorem, maximo circulo a K c extēso, donec ipsos circulos g i & g f, rursus intersecet. Quòd si primi loci ad secūdum, & tertij ad quartum, eadem seruata fuerit magnitudo anguli positionis, & eadem quoque longitudinis differentia, fuerintq; primus locus & secundus à manifesto polo remotiores, quàm tertius & quartus, remotiorq; primus secundo, & tertius quarto, maior erit viatoria distantia, & maior etiā latitudinis differentia inter primum & secundum, quàm inter tertium & quartum. Primus enim locus a, & secundus b, remotiores sint à polo c, eis manifesto, quàm d tertius, & e quartus. & positionis angulus c a b, æqualis ponatur positionis angulo c d e. Differentia porrò longitudinis eadem, siquidem a & d, in eodem sunt meridiano a c, similiter b & e, in eodem meridiano b c, Latitudo autem loci b, excedat latitudinem loci a, differentia a g, latitudo verò loci e, excedat latitudinem loci d, differentia d K. Dico quod a b, interuallum viatoriū inter a & b; maius erit d e, interuallo viatorio inter d & e, & differentiam latitudinis a g, maiorem esse differentia d K. Ducantur enim maximi circuli a b & d e, ad partes b & e, sitq; eorum concursus in f, & quoniam duo acuti anguli c a b & c d e, æquales positi sunt, duo igitur arcus d f & a f, congesti vni semicirculo æquales erunt: at in triāgulo d f a latus a f, quia obtuso angulo subtenditur a d f, latere d f, maius est. latus igitur d f, minus erit quadrante, & d e, distantia viatoria inter d & e, multò minor quadrante. Quoniā verò in triangulo c e d, sicut sinus rectus anguli c d e, ad sinū rectū anguli d c e, sic sinus rectus lateris c e, ad sinum rectū lateris d e, similiter & in triangulo a b c, sicut sinus rectus anguli b a c, ad sinum rectum anguli a c b, sic sinus rectus lateris b c, ad sinū rectū lateris a b, eandem porrò rationē habent sinus recti angulorū c d e & b a c, inuicē æqualiū ad sinum rectum anguli d c e, eandē igitur rationē habebunt sinus rect⁹ lateris c e, ad sinū rectum lateris d e. & sinus rectus lateris b c, ad sinum rectū lateris a b. Quare per permutatam sicut sinus rectus c e, ad sinum rectū b c: sic sinus rectus d e, ad sinum rectū a b. Atqui minor est sinus rectus e c, sinu recto b c, quia arcus b c, positus est quadrante minor. Igitur minor est sinus rect⁹ d e, sinu recto a b. Ostēsum fuit autem arcum d e, quadrante minorem esse, igitur minor est ipse arc⁹ d e arcu a b, quod erat primo demonstrandum. Porrò quòd a g, latitudinis differētia locorū a & b, maior sit d K, differētia duorū d & e, demonstrabis per præcedenē facillima demōstratione ad impossibile. Nā si sunt æquales, maior igitur erit differentia longitudinis duorū locorū d & e, quàm duorū a & b, & maior itē d e ipsa a b. At eandem posuimus lōgitudinis differentiā, & maiorē ostendimus a b ipsa d e, igitur impossibile. Sed si maiorē asseras d K, igitur multò maius videbis incōmodū sequi, si punctū sumpseris ante K, quod tantū distet à d quātum g, distat ab a, circuluq; æquidistantem duxeris quod d e, interfecet inter d & e. Ostensoria tamen demonstratione id ipsum ad hunc modum demōstrare libet. Quoniam enim in triangulo sphærico a c b: maius est latus a c latere b c, maior igitur erit angulus a b c angulo b a c, angulus autem c b f, vnà cum ipso angulo a b c, duobus rectis est æqualis: igitur idem angulus c b f, vnà cum angulo b a c, duob⁹ rectis minor erit. At maior est ipse angulus c b f, ipso angulo c a b, quia duo latera a c & b c, congesta semicirculo minora sunt, locus enim a, per Hypothesim polum c, manifestum habet, igitur sinus rectus anguli c b f, maior erit sinu recto anguli c a b. Quapropter sin⁹ rectus anguli a f d, maiorē habet rationem ad sinum rectum anguli d a f, quàm ad sinum rectū anguli f b e. Atqui sicut sinus rectus anguli a f d ad sinum rectum anguli d a f, sic sinus rectus lateris a d, ad sinum lateris d f, in triāgulo sphærico a d f, rursus sicut sinus rectus eiusdem anguli a f d, ad sinum rectum anguli f b e, sic sinus rectus



lateris b e, ad sinum lateris e f, in triangulo b e f. Igitur & maiorem rationem habebit sinus lateris a d ad sinum lateris d f, quàm sinus lateris b e, ad sinum lateris e f. Quapropter sinus rectus arcus a d ad sinum rectum arcus b e, maiorē habebit rationem quàm sinus rectus arcus d f ad sinum rectum arcus e f, per vigesimam septimā propositionem quinti libri Euclidis additā à Campano. Est autem arcus d f (quemadmodum superius fuit demonstratum) quadrāte minor. Igitur maior erit sinus rectus ipsius d f, sinu recto arcus e f, & proinde multò maior sinus rectus arcus a d, sinu recto arcus b e, & maior igitur arcus a d arcu b e. At æquales sunt arcus b e & g K, inter duos parallelos comprehensi. Maior igitur a d ipso g K. Quapropter detracto communi d g maior relinquetur a g. quam d K, sic igitur patet maiorem esse latitudinis differentiam inter a primum locum & b secundum, quàm inter d, tertium & e, quartum, quod postremò erat demonstrandum.

Sed si deniq; primus locus ad secundum, & tertius ad quartum, eandem habuerint positionem, & interualla viatoria æqualia quoq;, siue manifestus sit, siue occultus in ipsis locis polus ille mundi ad quem accedimus, fueritq; primus locus ab ipso polo remotior quàm tertius, maior erit differentia latitudinis inter primum & secundum, quàm inter tertium & quartum. Quòd si secundi loci & quarti ab ipso eodem polo distantiæ coniunctæ semicirculo æquales fuerint, tanta erit longitudinis differentia inter primum & secundum, quanta inter tertiū & quartum. Hoc autem fiet si euntibus nobis versus partes poli Borealis, tanta fuerit secundi loci Australis latitudo, quanta quarti Borealis. Cæterùm si ipsæ distantiæ coniunctæ semicirculo maiores fuerint, maior erit differētia longitudinis inter primum & secundum, quàm inter tertium & quartum, at si semicirculo minores, minor erit. Habeat enim locus primus a ad secundum b, eam positionem quā acutus angulus e a b, ostendit, æqualemq; positionem habeat tertius locus c cum d quarto, & distantiæ viatoriæ a b & c d, sint æquales. Polusq; ille mundi ad quem eundo accedimus sit e. Ponaturq; locum a, distantiorem esse ab ipso e polo, quam c, dico differentiam latitudinis inter a & b, maiorem esse differentia latitudinis inter c & d, siue polus e, ad quem accedimus, sit in ipsis locis manifestus, siue occultus, siue quibusdam eorum manifestus, quibusdam verò oc-

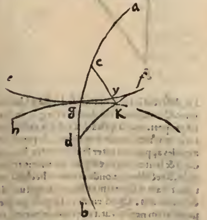
cultus. Parallelus enim loci d veniat per f, in quo loco intersecet meridianum loci c, & parallelus loci b, veniat per g in quo loco intersecet meridianum loci a, & quoniam maior positus est arcus a e arcu c e: resecabimus igitur ex ipso a e arcum a K, æqualem ipsi c e, & per pūcta b & K, maximum circulum describemus b K. Quare cum anguli positionum b a K. & d c e, æquales positi sint, & a b, c d, distantiæ via-



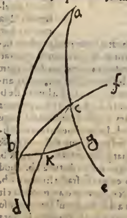
toriæ inuicem æquales, igitur æquales erunt d e & b k, sphæricorum triangulorum a b k, & c d e bases, anguli etiam d e c, & a K b, æquales inuicem erunt. Ipse verò arcus b k. ideirco maior erit K g. quoniam duo latera b k & k e, triāguli sphærici e b K, coniūcta maiora sunt quàm b e, & proinde maiora quàm e g, quare b K, maior relinquetur ipso k g, per communem sententiam, vel per 25 propositionē secūdi libri Theodosij id ipsum demonstrabis; super puncto igitur K, tanquam polo ad mensuram K b, circulū describemus, qui meridianum a e, secabit inter a & g, secet itaq; in i. Erit igitur a i æqualis arcui c f, & erit idcirco c f, differentia latitudinis duorum locorum c & d, minor quàm a g, differentia latitudinis locorum a & b, quod imprimis erat demonstrandum. Posterior pars in eadem figura ita demonstrabitur. Arcus b k æqualis est ipsi d e, distantiæ quarti loci à polo e. At b e. arcus meridiani est quo secundus locus distat ab eodem polo. In sphærico igitur triangulo e b K, si duo latera b e & b k. congesta semicirculo sunt æqualia, æqualis erit exterior angulus a K b interiori b e K. Et propterea differentia longitudis locorum c & d, æqualis dif-

differentiæ longitudinis locorum a & b. Si verò fuerint semicirculo maiora, minor erit ipse angulus a K b angulo b e K. Et proinde differētia longitudinis inter primum & secūdum maior differentia longitudinis inter tertiū & quartū. Sed si semicirculo minora fuerint maior erit angulus a k b angulo b e K, & idcirco minor erit differentia longitudinis inter primum & secundum differentia longitudinis inter secundum & quartum.

Adde quòd si à duobus locis sub vno meridiano positis duo profecti fuerint, sub æquali similiue circuli maximi ad ipsum meridianū inclinatione, Borealior ad plagam Australem, Australior verò ad Borealem, tam diuq; pergāt donec parallelum attingant medium, præter circulum æquinoctialem, is qui ad partes poli iuerit ipsi medio parallelo vicinioris, maius spatium conficiet, lōgiusq; distabit à radicali meridiano, quàm qui ad alterū polum. Sint enim poli mundi a & b, semimeridianus a b in quo duo loca c & d, parallelum medium, qui nō est æquinoctialis habeant e f g. Ad quem quidem à loco d, secundum inclinationem acuti anguli c d f, sit iter d f, ad partes nempe poli a, ipsi medio parallelo e f g, vicinioris. Dico quòd si quis profectus à loco d, sub eiusmodi inclinatione ad f venerit, maius spatium conficiet, lōgiusq; distabit ab ipso radicali meridiano a b,



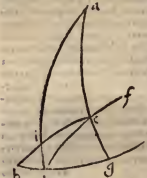
quàm qui profectus à loco c, sub tanta inclinatione ad eundem venerit parallelum. Nam a pūcto g, circulum maximum h g k, excitabimus ad rectos angulos ipsi meridiano a g b, cuius intersectio cum d f sit in K. Parallelum igitur e f g, continget in ipso g puncto per quartam secundi libri Theodosij. Per duo autem puncta c & K, circulū maximū describem⁹ ipsū parallelū intersecātē in y. Quare cū duo latera c g & g k, duob⁹ laterib⁹ d g, & g K, sint æqualia, & anguli ad pūctū g æquales, sunt enim recti, bases igitur c k & d K, sphæricorū triāgulorū c g K & d g K, æquales inuicem erunt. & anguli g c K & g d K, inter se æquales. Quapropter ipsi maximi circuli c K & d K, inclinationes facient æquales cum ipso radicali meridiano ad eadem loca c & d. Et quoniam c y minor est quàm c K, igitur multò minor erit quàm d f. At qui profectus est à loco c, ad locum y, veniens, meridiano propinquiorem ipso f, spatium confecisse constat c y: maior igitur erit longitudinis differentia, & maior etiam viatoria distantia inter d & f, quàm inter c & y, quod demonstrandum erat. Adde etiam quod eunti, & sub eadem circuli maximi inclinatione redeunti eadem via non est. Quare ad eum locum non redit, vnde profectus fuerat. Redibit enim ad eundem meridianum, sed in alio parallelo, ad eundem verò parallelum, sed in alio meridiano. Sint enim duo loca b & c, in meridianis a b d, & a c e, manifestus polus sit a, & maximus circulus b c f, inclinationem faciat acuti anguli a b c, cum meridiano a b d, in puncto b, cum meridiano verò a c e, inclinationem acuti anguli b c e, in pūcto c. At quoniam duo latera a b & a c, cōiuncta minura sunt semicirculo, maio igitur erit angulus a c f, angulo a b c. Quapropter contra positus angul⁹ b c e, maior etiam erit ipso angulo a b c.



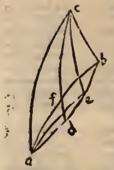
Faciemus igitur ad punctum c angulum d c e, maximo circulo descripto per d & c, qui quidem angulus sit æqualis ipsi a b c, & idcirco qui profectus à

 loco

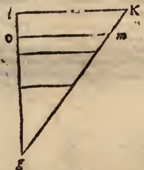
loco b secundum maximi circuli circumferentiam ad c, venerit, inde rediens sub tanta maximi circuli inclinatione, non ibit ad b sed ad d, & in alio quidem parallelo. Sit autem in pũcto k, ipsius circuli c d intersectio cum b g, paralleli loci b. Quare patet quòd sub ipsa eadem circuli maximi c d inclinatione ad K veniet, in eodẽ parallelo loci b, sed in alio meridiano, quod erat demõstrandum. Idem accidere necesse est si polus a eisdem locis b & c, occultus fuerit, vt in sequenti figura. Quoniam enim angulus a c f minor est angulo a b c, circulus igitur maxim[us] c i h, describatur, qui angulũ g e h, æqualem faciat angulo a b c, sitq; ipsius intersectio cũ meridiano a b in puncto i, & cum parallelo b g in h. Demonstrabis igitur quòd qui à loco b venit in c, cum redierit sub tanta inclinatione, non ibit ad b, sed ad i in alio p[ar]allelo, ad h verò in alio meridiano. Inæqualitatem verò intervallorum distãtias in eisdẽ figuris facile est intelligere. Quæ cum ita sint,



mirum non est si nautæ inter nauigandum sæpissime hallucinentur, & quia causas ignorãt, magnis subinde versentur erroribus. Esto enim nauigationis a ad b, sub inclinatione acuti anguli c a d decursum spatium fracta linea a d e b. Cum qua meridiani c a, c d, c e, & c b, à polo manifesto c venientes, æquales constituant angulos in punctis a d e b. In intermedijs autem aliquanto maiores, sed perexigua differentia, & quæ sensum effugiat gubernatoris. Per a & b, maximi circuli segmentẽ scribatur a f b. Quod quidem constat breuius esse fracta linea a d e b. Nam ducto per a & e, segmento a e, maximi circuli, maiora erunt a d & d e, simul sumpta ipso a e. segmẽto. Rursus a e & e b, coniũcta lõgiora quàm a f b. Igitur multò maiora a d, d e & e b, segmento a f b ipse verò profectionis peragrationisúe angulus c a d maior erit positionis angulo c a b. Ponemus igitur in marina charta re-



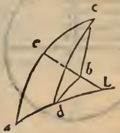
ctam g K, pro fractã curuaq; linea a d e b, tãtamq; habere inclinationẽ ad meridianum g l quantam in mundo habet a d, in meridianũ a c. Et pro segmento a f b, resecetur ex ipsa g K recta g m, secũdum proportionem. Erit igitur K m, id quod propter obliquitates redundat, detracta a f b ex a d e b. A puncto porrò m recta m o, excitetur ad rectos angulos super g l. In triangulo igitur rectangulo rectilineoq; g m o, iuxta Ptolemæi institutum recta m o, differentiam longitudinis duorum locorum a & b, nobis indicabit, recta verò g o, latitudinis differentiam. At iuxta nautarum regulas, ducta ipsi m o æquidistante l K. erit eadẽ

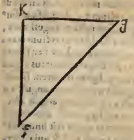


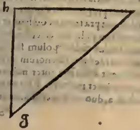
l k, differentia longitudinis: sed recta g l, latitudinis. Quanquam verò diuisa recta g k, in spatia proportionalia ipsis a d, d e & e b, ductis præterea in vtraq; figura meridianis & parallelis, æquales appareant inter se differentiæ longitudinis & latitudinis in exiguis sphæricis triangulis, & rectilineis, nondum tamen licebit à partibus totam distantiam colligere longitudinis, & latitudinis. Quod enim in singulis propter paruitatem negligitur, collectum in multis notabile fit. Esto præterea in mũdo nauigationis a ad b, inclinationis angulus c a d siue c d b, quibus maiores sint insensibili tamen differentia, ij qui ad intermedia puncta efficiuntur, inter a

&

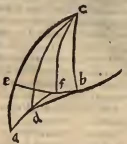
& d, & inter d & b. Manifestus polus sit c, parallelus loci b sit e b, differentia latitudinis a e cognita subijciatur, & inclinationis angulus cognitus. In charta porrò marina pro a & b, sint f & g: & pro e sit K, & pro angulo c a d sit k f g. Dico differentiam longitudinis locorum a & b, in ipsa marina charta vltra metas productã esse. Circulus enim maximus qui per a & d, venit, parallelum b e, secet in l, erit igitur punctum l vltra b, propterea quòd maior est angulus exterior c d l, interiore c a d siue c d o. Triangulum itaq; rectilineum f g K, pro sphærico triangulo a l e, positum erit secundum proportionem. Differentia igitur longitudinis k g, pro e l, erit accipienda. At minor est e b ipsa e l, & idcirco longitudinis differentia locorum a & b, vltra debitos numeros extẽsa est in marina charta. Sint rursus in mundo duorum locorum a & b, differentia latitudinis comperta a e, occultus polus c, inclinationis angulus profectionis siue c a d æqualis angulo c d b, maximus circulus per a & d, scriptus parallelum b e, secet in f. Erit igitur punctum f ante b, propterea quòd minor est angulus c d f, ipso angulo c a d, quare minor est e f,





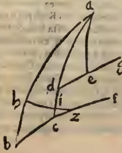


quàm e b. In triangulo verò rectilineo g h K, marinæ chartæ recta g h pro a e, posita sit. Acuti verò anguli c a d, inclinatio angulo h g K, æqualis subijciatur. Recta igitur h K pro e f, sphærici trianguli e a f. posita est. Maior est autẽ e b, quàm e f: in marina igitur charta differentia longitudinis cõtracta est. Quonam igitur modo veræ locorum lõgitudines ex ipsa marina charta eliciendæ sint operæ pretium erit ostendere.

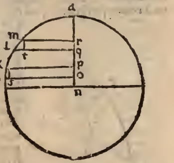


De inuenienda differentia longitudinis duorum locorum ex marina charta. Cap. 3.

Qvanquam orbis loca in marina charta perperam posita sint, veræ tamen ipsorum longitudines & interualla ex ea concludi poterunt, si modo cognitum fuerit qua ratione reperta fuerunt, & in ipsa marina charta collocata. Aliter enim prorsus impossibile. Igitur vt id à nobis efficiatur, ostendemus in primis inter æquinoctialẽ & alterum mundi polum, maximorum circulorum ad meridianos inclinationes, minus augeri versus eundem polum, in locis ipsi æquinoctiali circulo propinquioribus, quam in remotioribus. Sit enim a, polus mundi, circuli autẽ maximi b c f & d e g, æquales faciãt inclinationes ad meridianos a b & a c. pũcta autẽ b & c, ꝓpinquiora



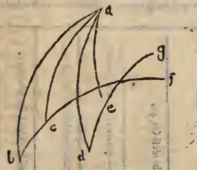
ra sint æquinoctiali circulo quàm d & e, sed tã tum a b excedat a c, quantum a d excedit a e: inclinationis porrò angulus a c f, quem maximus circulus b c f, cum meridiano a c efficit, maior est inclinationis angulo a b c, quem idem circulus b c f, cum meridiano efficit a b, propterea quòd a b & a c, coniuncta semicirculo minora sunt. Pari quoq; argumento inclinationis angulus a e g, quem circulus maximus d e g, cum meridiano efficit a e, maior est inclinatiõis angulo a d e, quem idem maximus circulus cum meridiano facit a d. Dico igitur acutum angulum a c f, minus excedere a b c quàm acutus a e g, angulum superet a d e. Quoniam enim circũferentia d e, maior est circumferentia b c, per ea quæ superius demonstrauimus in capite præcedenti: circumferentiam igitur b z, æqualem sumemus ipsi d e, & ex a b, secabimus b h, æqualẽ circumferentiæ a d, & per puncta z & h, circulum maximum describemus, qui a c secet in i. Quapropter in duobus triangulis b h z & d a e, angulus a e d, æqualis erit angulo b z h, & idcirco duo exteriores anguli h z f & a e g, æquales relinquentur. At verò ipse angulus h z f maior est angulo a c f: quia duo latera c i & g i, trianguli c i g, coniuncta semicirculo minora sunt. Maior igitur est angulus a e g, quàm a c f, sunt autẽ ex hypothesi inter se æquales duo anguli a b c & a d g. Igitur minus excedit angulus a c f angulum a b c, quàm angulus a e g, excedat angulum a d g. Et proinde inter æquinoctialem, & mundi polum maximorum circulorũ ad meridianos inclinationes minus augentur in locis ipsi æquinoctiali propinquioribus, quàm in remotioribus, quod in primis erat à nobis ostẽdẽdum. Idem aliter demonstrabis ad hunc videlicet modum per proportiones sinuum. In meridiano enim in quo a b, sumantur a K, a l, & a m, æquales ipsis a c, a d, & a e, centrum sphæræ sit n, & in semidiametrum a n, ducantur ad rectos angulos b o, k p, l q, & m r; sinus videlicet recti ipsorum arcuum. Præterea à punctis K & m, perpendiculares ducantur K s, supra b o, & m t, supra l q, & cõnectantur rectæ b K & l m. Et quoniam circumferentia b K, circumferentiæ l m, æqualis est per hypothesim, maior igitur erit K s quàm m t, demonstratum est hoc à nobis in annotatione motus octauæ sphæræ. At quoniam recta b K rectæ l m, est æqualis, quadratum igitur ex b s, minus erit quadrato ex l t, & proinde ipsa b s minor l t, quapropter maiorem rationem habebit l t ad q t, quam ad s o. At maiorem rationem habet eadem l t ad s o, quàm b s ad s o, igitur maiorem rationem habet l t ad



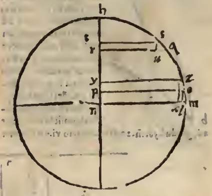
t q, quàm b s ad s o. Per coniunctam igitur maiorem rationem habebit l q, ad t q, quam b o ad s o. Aequalis est autem t q rectæ m r & s o, rectæ K p: maiorem igitur rationem habet sinus rectus arcus a l, ad sinum rectũ arcus a m, quàm sinus rectus a b, ad sinum rectum a k. Et proinde in superiori figura maiorem habet rationem sinus rectus a d ad sinum rectum a e, quàm sinus rectus a b ad sinum rectum a c. Atqui sicut sinus rectus anguli a e g, ad sinũ rectum anguli a d e, sic sinus rectus arcus a d, ad sinum rectum arcus a e. Item sicut sinus rectus anguli a c f, ad sinum rectum anguli a b c, sic sinus rectus arcus a b, ad sinum rectum arcus a c. Igitur maiorem habet rationem sinus anguli a e g ad sinum anguli a d e, quàm sinus anguli a c f, ad sinum anguli a b c: æquales sunt autem ex hypothesi duo anguli a d e & a b c. Et propterea maior erit sinus rectus arcus anguli a e g sinu anguli a c f, & quia vterq; eorum sumitur acutus, maior idcirco erit angulus a e g angulo a c f, quare minus excedet angulus a c f angulũ a b c, quã a e g excedat a d e, quod erat rursus demonstrandũ. Et ex hac concludes quod si æquales maximorũ circulorũ ad meridianos inclinationes æqualiter fuerint auctæ, maior erit differentia latitudinis inter loca circulo æquinoctiali propinquiora, quàm inter remotiora. Ostẽdemus præterea quòd si inter æquinoctialẽ & vnũ eius polũ duo circuli maximi in meridianos versus eũdem polum fuerint inæqualiter inclinati, sed meridianorum sectiones æquales, maior erit differẽtia inter maiores inclinationes, quàm inter minores. Esto enim alter polorũ mundi a, duo autẽ meridianorum

seg-

segmenta a b, & a d, æqualia, sed neutrum quadrante maius, duo autem a c & a e, his minora, sed inter se æqualia. Circulus porrò maximus b c f, sit inclinat⁹ in a b & a c, circul⁹ præterea maximus d e g, inclinatus in a d & a e, sed maior inclinationis angulus a b c, inclinationis angulo a d e. Aio acutū angulū a e g, inclinationis circuli d e g in a e, min⁹ excedere acutū angulū a d g, inclinationis ipsi⁹ d e g in a d, quàm acutus a c f excedat acutū a b c. Quòd enim angulus a e g angulo a d e, maior sit, similiter angulus a c f maior a b c, ex eo liquet, quoniā per Hypothesim

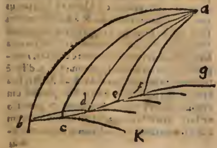


nullum ex datis meridianorū segmentis maius est quadrante. At quòd a c f, angulus maior sit angulo a e g. ex eo concluditur, quoniam in triangulo a b c, sicut sin⁹ lateris a b, ad sinū lateris a c, sic sinus anguli a c f, ad sinū anguli a b c. Præterea in triangulo a d e, sicut sinus lateris a d, ad sinū lateris a e, sic sinus anguli a e g, ad sinū anguli a d e. Aequalia sunt autē a b & a c, ipsis a d & a e, alterū alteri: igitur sicut sinus anguli a c f, ad sinū anguli a b c, sic sinus anguli a e g, ad sinū anguli a d e. Et ideo per permutatā sicut sinus anguli a c f, ad sinum anguli a e g, sic sinus anguli a b c, ad sinum anguli a d e. Atqui maior est sinus anguli a b c sinu anguli a d e, igitur maior erit sinus anguli a c f sinu anguli a e g. Et quia vterq; eorum est acutus, maior igitur erit angulus a c f angulo a e g, sed quod idem angulus a c f, maiori differentia excedat angulum a b c, quàm a e g ipsum a d e, ostendemus in alia figura. In circulo enim h i K sit h m, arcus anguli a c f, sinus verò rectus m n, sitq; h o arcus anguli a b c, sinus rectus o p. sit præterea h q, arcus anguli a e g sinus rectus q r, sitq; h s arcus anguli a d e, sinus rectus s t, & à puncto o in m n, ad rectos angulos excitetur recta o l, & ab s, in q r, ad rectos angulos s u & a b o, in m & a b s, in q rectæ ducantur lineæ. Iā igitur si circūferētia o m, maior nō est circū-



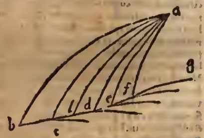
ferentia q s, aut igitur ei æqualis erit, aut minor. Si æqualis, æquales igitur erunt duæ rectæ o m & s q, sed o l, maior est quam s u, quare minor relinquetur m l quàm q u. Maior est autem l n quàm u r, maiorē igitur habebit rationē q u ad u r, quàm m l ad l n, & idcirco maiorem habebit rationē tota q r ad u r, quàm tota m n ad l n, & proinde maiorē rationē habebit sinus rectus anguli a e g, ad sinum anguli a d e, quàm sin⁹ anguli a c f, ad sinū āguli a b c, quod est impossibile: eandē enim rationem esse demonstrauimus. Et propterea circūferentia o m, æqualis non est circumferentiæ q s, atqui minor ea nō est. Nā si sit minor, sumatur igitur m z. circūferentia æqualis ei dē q s, & sit z y, sinus rectus segmenti h z. & ducatur à pūcto z in m, recta linea m z, & ab eodē z recta z x, ad rectos angulos super m n. Quare ostēdes eadē arte maiorem rationē habere q r ad u r, quàm m n ad x n. At m n ad x n, maiorē rationem habet quàm ad l n, quia maior est l n quàm x n. Idcirco multò maiorem rationē habebit q r ad u r, quàm m n ad l n. Quapropter sinus anguli a e g, ad sinū anguli a d e, maiorē habebit rationem, quàm sinus anguli a c f, ad sinū anguli a b c, quod rursus est impossibile, contrarium enim fuit antea ostēsum. Et propterea maior est differentia m o, qua angulus a c f, excedit angulum a b c, quàm differentia q s qua angulus a e g, excedit angulum a d e, & proinde maior est maiorum differentia quàm minorū, quod demonstrandum suscepimus. Hæc autem intueri licet in sequenti figura & numerorum tabula à nobis exarata. In qua quidem a b & a c, sunt meridianorum segmenta locorum b

Horizontis circumferentiam.pariter & nautici instrumenti diuisam supponimus in partes æquales 32.in rumbos videlicet 8. semirumbos 8.quos medias inclinationes siue profectiones appellant,& rumborum quartas sedecim. Quoniam verò (vt credi par est) qui clauum regit, auctam aut diminutam duobus circiter gradibus inclinationē ob paruitatem non sentit. Idcirco tādiu versari nauem sub vno atq; eodem maximo circulo subijciemus, quoad prior inclinatio duobus gradibus aucta fuerit, quando ad partes manifesti poli nauigatur. Inde verò alium subire maximum circulum, qui patuum illum inclinationis lapsum emendet, si eandem perpetuò inter nauigandum seruare intendim⁹ inclinationem, eundemque cursum. Nam nauis viam angulosam esse necesse est, & in ipsis angulis inæqualitatem inueniri. Huiusmodi autem inæqualitatem variam & inconstantem esse fatemur. cæterùm incertum pro certo statuere interdum oportet, dum res non constat, hoc videlicet emolumento: vt quod prorsus ignoratur, aliqua ex parte innotescat. At locorū situs in marina charta positorum ignoti sunt, quanquam latitudines sint cognitæ, & profectionum anguli cogniti. Nam lōgitudines sunt ignotæ,& positionum anguli inter quæuis duo loca etiam ignoti, quamuis viarum inclinationes fuerint cognitæ. Hæc tamen nostra tabula plurimum nos iuuabit ad inueniendum veras locorum longitudines, & positionum angulos. Nam si exempli gratia in terræ marisq; globo fracta linea b c d e f g, inclinationem habuerit vnius quartæ ad meridianorum segmenta in ipsis punctis b c d e f g, locus verò b, sub æquinoctiali subijciatur. Erit igitur à loco b in c, profectionis angulus graduum 11.m.15.minor quidē angulo a c k,(vt supposuimus) duobus gradib⁹. Quapropter si secundi loci latitudinis complementum repertum fuerit Gr.58.m.20.certū habebimus ipsum secundum locum ibi esse vbi c. Quare profectionis angulus a b c idem erit & positionis, directum vero interuallum erit b c, & idcirco in triangulo sphærico a b c, ex a b & a c cognitis, cum acuto angulo a b c, obtuso existēte a c b, reliquus angulus b a c, longitudinis differentiæ inter eadem duo loca cognitus erit, & ipsum directum interuallum b c, quoq; cognitum. Sed si secundi loci latitudinis complementum maius repertum fuerit gradibus 58.m.20. erit igitur ipse secundus locus inter b & c, quare consimili arte longitudinis differentia, & interuallum itineris innotescent. Quòd si ipsum secundi loci latitudinis complementum minus reperiatur gradibus 58.m.20. erit igitur secundus locus positus vltra c. Et quoniam sinus recti segmentorum a b, a c, a d, & reliquorum proportionales sunt in continua proportione, nempe sicut sinus rectus a b ad sinum rectum a c, sic sinus rectus a c, ad sinum rectum a d, & ita deinceps, propter angulorum ad bases triāgulorum æqualitatem, Multiplicabimus igitur sinum rectum segmenti a c, graduum 58.m.20. in seipsum, productum verò diuidemus per sinum segmenti a b, partium videlicet 100000. & veniet in quotiente sinus rectus segmēti a d, quare per tabulam sinuum ipsum segmentum a d illico innotescet. Quod si æquale repertum fuerit complemento latitudinis secundi loci, erit igitur secundus locus vbi d. Iam igitur in sphærico triāgulo a c d, ex duobus lateribus a c & a d, cognitis cum angulo a c d, obtuso existente ad c, reliquus angulus c a d, differentiæ longitudinis duorum locorum c & d, innotescet. Cognitus autē erat simili syllogismo angulus b a c: totus igitur angulus b a d, differentiæ longitudinis duorum locorum b & d, patefiet, simul & circumferentia c d, quapropter obliquū itineris interuallū b c d, cognitum erit. Quod si directū interuallū cognoscere libeat, ducto p b et d, maximo circulo: in sphærico igitur triāgulo a b d, ex duob⁹ laterib⁹ & āgulo b a d, cognitis, cognoscetur basis b d, simul & positionis angulus a b d, qui ali⁹ est à profectionis angulo. At si ipsum a d, segmētū minus repertum fuerit complemento latitudinis secundi loci, erit igitur ipse secūdus locus inter c & d, quapropter differentiam longitudinis eiusdem & loci c, quemadmodum docuimus quando erat positus inter b & c, notam faciemus. Cui quidem adiungemus differentiam lōgitudinis duorum b & c: tota igitur longitudinis differentia primi loci & secundi cognita



erit. obliquum etiam interuallum & directum prædicto modo innotescent. Neque dissimiliter operabimur, quando secundi loci latitudinis complementum segmẽtum a d superauerit. Ex his igitur intelliges quonammodo sit inuestiganda differentia longitudinis duorum locorum quãdo a b, complementum latitudinis primi loci gradus habuerit 80, aut 70. & ita deinceps, alius etiã fuerit ꝓfectionis angulus, quàm is quem hoc exemplo vnius tantum quartæ supposuimus. Tabula verò quam exarauimus multò cõmodior esset, si in quinos gradus, aut ternos, aut binos extẽsa esset, vel si ea arte cõstrueretur, vt supposito segmento a b, graduum 90. scriberentur in eadem tabula reliqua segmenta a c, a d, a e, a f, a g, & ita deinceps, quæ in continua proportione sunt proportionalia. Hoc autem iuxta quamlibet fractæ lineæ inclinationem anguliue profectionis magnitudinem. Eiusmodi verò tabula non maiori negotio confici posset, quàm quæ à nobis exarata est. Nam in vnaquaq; inclinatione anguloue profectionis communis multiplicator erit sinus rectus ipsius inclinationis communis autem diuisor sinus rectus erit illius anguli qui datæ inclinationis angulum duobus gradibus superauerit, si ita subtilius libeat, aut qui vno tantum, si exactius rẽ tractare velis. Exempli gratia in inclinatione Nordestis & Sudoestis, aut Noroestis & Suestis cõmunis multiplicator erit sinus graduum 45. communis porrò diuisor sinus rectus graduum 47. aut 46. si mauis. Incipiendo igitur ab æquinoctiali, erit sinus totus primus numerus multiplicandus per communem multiplicatorem, productum porrò diuidetur per communem diuisorem, & veniet in quotiente sinus rectus segmenti a c. Eum verò multiplicabimus per communem multiplicatorem, & productum diuidemus per communem diuisorẽ, & veniet in quotiente sinus rectus segmenti a d. Hunc deinde sinum rectum multiplicabimus per communẽ multiplicatorem, productum verò diuidemus per communem diuisorem, & veniet in quotiẽte sinus rectus segmenti a e, & ita in cæteris operandum erit. Cognitis igitur hac arte sinubus rectis singulorum segmentorum, segmenta ipsa quæ quidem latitudinum complemẽta sunt ex tabula sinuum rectorum cognita erunt. Cæterum quoniam huiusmodi segmenta innumera sunt, minima enim proportionalium assignari non potest, satis igitur erit huiusmodi tabulam vsq; ad latitudinem graduum 60, extendere.

Quod si in vnaquaq; inclinatione iuxta numerum graduum & minutorum complementi latitudinis, numerum graduum & minutorum anguli b a c, idest differentiam longitudinis inter b & c, apposueris, directi etiã interualli b c magnitudinem, & similiter iuxta reliqua segmenta meridianorum, differentias longitudinis, & interualla inter angulos fractæ lineæ b c d e f g, erit hoc nobis magno vsui, non solum ad veras longitudines ex marina charta eliciendum, sed etiam ad ducendum lineas in globo, similes ijs quas nauis in superficie maris describit. Quando verò latitudinis complementum vel eius loci à quo proficisceris, vel eius ad quem appellis in memorata tabula iuxta tuũ profectionis angulum examussim repertum non fuerit, non alio modo proportionẽ facere oportebit, quàm si tabulis Astronomicis vtereris. Ponamus enim exempli gratia nauigatum fuisse à loco c, ad locum l, positum inter c & d, sub data inclinatione anguli a b c, habere autem in prædicta tabula segmentum a c, Gr. 72. a d verò Gr. 63. angulum c a d, longitudinis differentiæ inter c & d, Gr. 6. interuallum autem c d, Gr. 10. porrò complementum latitudinis loci l, quod quidem est



a l obseruatione repertum fuerit Gr. 69. Operæ pretium igitur erit longitudinis differentiã per ipsam tabulam inuenire inter c & l, necnõ directum interuallum c l. Quod vt efficiamus duorum segmentorum a c & a d, differentiam idest Gr. 9. primum proportionis terminum statuemus, secundus terminus erit differentia longitudinis ipsorum locorum c & d, Gr. nempe 6. tertium terminum ponemus Gr. 3. differẽtiæ duorum segmentorum a c & a l. Multiplicabimus itaq; tertium in secundum, productum diuidemus per primum, & veniet ex partitione Gr. 2. pro differentia longitudinis locorum c & l, interuallum verò c l, eadem arte inueniemus

mus

mus Gr.3.m̄.20. Primus enim terminus atq; ter
tius ijdem erunt, qui in priore operatione, sed
pro secundo ponentur Gr.10. quos continet in
teruallum c d. At si exacta ratione vti velis, sciē
tiam triangulorum sphæricorum consulas quē-
admodum ad ipsius tabulæ compositionem fa-
cere consueuisti.

Propositis itaq; duobus locis in charta mari
na positis, inter quos longitudinis differentiam
inuenire oporteat, poterit id ex nautarum rela-
tionibus deprehendi, per doctrinam à nobis tra
ditam. Nam vel ab vno in alterum nauigatum
fuit aliquando: vel nemo vnquam ab vno in al
terum nauigauit, sed potius ab vno alio loco in
ipsa duo loca. Quod si ab vno loco in alterum
nauigatum fuit, & vel à Septētrione in Austrū,
vel è contrario ab Austro in Septētrionem, cer
tum est eadem duo loca longitudine non differ
re, sed si alia fuit ea nauigatio, quàm quæ sub v-
no meridiano fit, aut sub vno parallelo, non erit
difficile, per ea quæ docuimus ex angulo profe
ctionis & eorundem locorum latitudinibus dif
ferentiam longitudinis inuenire. Veruntamē
si ab vno datorum locorum in alterū nemo vn-
quam nauigauit, sed potius à quodam vno ter-
tio loco ad ipsa data loca, vel ab ijsdem ad illū.
Inuestigabimus igitur eadem arte longitudinis
differentias inter ipsum tertium locum & duo
proposita loca. Ex eis enim differentia longi-
tudinis duorum datorum locorum in marina
charta positorum patefiet. Vt autem faciliori
negotio complurium locorum longitudinis dif
ferentias cognoscere possis, sumendus erit pro
radicali loco cum quo reliqui sint conferendi
vnus ex maritimis aut potius ex insularibus à
continente valde remotis, à quo in complures
orbis prouincias solitum fit nauigari. Et subij-
cimus in huiusmodi operationibus angulos pro
fectionis cognitos esse. Nam vel viatorium il-
lud instrumentum, quod Hispani acum nau-
ticam appellant, mundi cardines rectè osten-
dit. & proinde reliquas plagas, vel si nutat, vt
experientia docuit, quanta fit à polis mundi
in omni loco nutatio in primis esto comperta.

¶ DE SOLIS DE-
clinatione.
Cap. 4.

IN tabula declinationis So-
lis qua vtuntur ad latitudi-
nem inueniendam maxima
declinatio transcendere nō
debet gradus 23. m̄. 30. qua-
re opus est emēdatione. Præ
terea errant: quoniam inqui
runt in eadem tabula declinationem Solis per
diem mensis, gradu Zodiaci in quo est ignora-
to: constat autem quòd vera esse non potest ip
sa eorum tabula in plures annos. Non enim fie-
ri potest reditus declinationis ad eadem minu-
ta, etiam adhibita æquatione. Consultius igi-
tur facerent si verum locum Solis in primis in-
uenirent per tabulam ad quatuor annos suppu-
taram, quibus finitis vtendum erit æquatione.
Deinde verò per locum Solis cognitum decli-
natio elicienda erit ex tabula declinationum.
In ea autem inuestigatione differentiam meri
dianorum negligendam censemus, nisi spatiū
sex horarum superauerit, aut in ijs diebus eam
inquirant in quibus insigni differentia augetur
aut minuitur, idest circa æquinoctialia puncta.
Cæterùm quouis modo Solis declinationē sup
putare velint, est in alia re multò maior ambi-
guitas. Subijcitur enim in ijs tabulis quib' nau
tæ vtuntur, vndecima die Martij in anno com
muni nostra ætate. Solem declinatione carere,
quod non valde cōstare video inter doctos Ma
thematicos. Nam qui octauam sphæram ponūt
motu trepidationis moueri, cum tabula motus
Solis sit constructa ad Eclipticam primi mobi-
lis cuius initium est immobilis sectio, necessa-
riò concedent (velut Georgius Purbachius in-
fert) Solem in initio Arietis & Libræ constitu
tum, ab æquinoctiali primi mobilis sæpissime
declinare, & proinde in initio Cancri non ma-
ximam habere declinationem, quod tamen ne
gare debent qui eum trepidationis motum reci
pere nolunt. Huiusmodi autem difficultas faci
lè dissolui posset, si apud Solstitium æstiuū mi-
nimam Solis distantiā à vertice obseruaremus:
præterea in eodem loco maximam remotionē
circa Hybernum, vt nota relinquatur inter tro
picos exacta distātia. Cuius dimidium quæ ma
xima est declinatio si auferatur à maxima So-
lis altitudine, nota relinquetur altitudo æqui-
noctialis supra horizontem eius loci in quo fa-
cta fuerit huiusmodi obseruatio, qua cognita
facile quidem poteris intelligere quo nam die
Sol declinatione careat. Enimuerò si circa ęqui
no-

noctiorum tempora meridianam Solis altitudinem obseruaueris, idq; tamdiu feceris, donec ea æqualis inueniatur altitudini æquinoctialis supra horizontem, dubium non erit, quin Sol in ipsa die declinatione careat: inuento igitur verò loco ipsius ad eandem diē, ipse gradus eclipticæ primi mobilis in quo Sol nostra ætate declinatione caret, cognitus erit. At facilioris doctrinæ gratia vernalem sectionem eclipticæ octauæ sphæræ principium Arietis appellabimus, à quo veri loci Solis supputatio pro ipsius declinatione inuenienda nostra hac tempestate initium sumat. His igitur suppositis locorum latitudines ex altitudine meridiana & Solis declinatione vere concludi poterunt. Quas quidē obseruationes non minus deberent facere qui prædictum motum trepidationis ponūt, quàm qui eum in natura esse negant. Vtriq; enim tabulis & calculo Alphonsi regis vtuntur ad verum locum Solis & Lunæ, & planetarum quolibet die inueniendum. Qui certè computus adeò exactus esse non potuit, quin aliquid nota dignum sit deperditum trecentis his annis qui ad nostra vsq; tempora fluxerunt. Hæc parum animaduertit vir quidam circa emendationem temporum diligentissimus, qui cum ex tabulis Alphōsinis ingressum Solis in Arietem nostro tempore collegisset decima die Martij, æquinoctium verò vernale à Iulio Cæsare notatum 25. die eiusdem mensis, falsam idcirco conclusit anni quantitatem suppositam ab Alphonso, quoniam quindecim qui intercidūt dies inter duo vetua æquinoctia, compleri non possent nisi in annis 2000. Probat autem sententiam Albategnij de eadem re, quoniam ipsos 15. dies impleat. At non aduertit Campanum anno natiuitatis Christi millesimo ducentesimo simili prorsus argumento in magno computo improbasse ipsam Albategnij opinionem de æquinoctiorum anticipatione, quoniam sequeretur ex ea diem Solstitij hyemalis diē natiuitatis Christi præcessisse duobus diebus. Præterea non videt ingressum Solis in Arietem referri ad sectionem immobilem in ecliptica primi mobilis, æquinoctium verò vernum ad mobilem sectionem eclipticæ octauæ sphæræ. Quare cum eosdem terminos non accipiat in ea computatione, nihil ex ea concludi potest. Sed si iam velit nullam esse apud Alphonsum sectionem mobilem, in qua verò tunc æquinoctium vernum accidere cū per tabulas reperitur in initio Arietis, quanquam si habenda esset ratio motus trepidationis aliter sentiendum esset: veræ sunt igitur tabulæ Alphonsi ad ostendendum æquinoctia, & proinde anni quantitas vera est quam eædē tabulæ subijciunt. Et (quod certissimū putat) fuisse Iulij Cæsaris ætate annis videlicet 45. ante Christum vernum æquinoctium 25. die Martij, bissextili anno, maioris est ambiguitatis. Nā si Ptolemæo credimus exactissima illa obseruatio autumnalis æquinoctij quam decimo septimo anno Adriani fecit, fuit post initium anno rum Nabunasari annis Aegyptijs 879. diebus 66. & horis duabus, fluxerunt autē ab ipso principio regni Nabu. vsque ad initium annorum Christi (vt scribit Alphonsus) anni Romani 746. & dies 310. Fuit igitur prædictum æquinoctium autumnale anno 132. à Christo nato. Intercesserūt enim anni Romani 131. dies 268. & horę 2. & erat annus ille bissextilis. Quapropter facta per mensium dies computatione consequens est, accidisse ipsum autumnale æquinoctium 24. die Septembris. Cæterùm si calculū sequaris Georgij Peurbachij & Ioannis de monte regio tertio libro Epito. sequenti die fuisse reperies, idest 25. eiusdem mensis. Hi enim à temporis spatio quod in tabulis Alphonsi inter Nabunasarū & Christum fluxisse reperitur, vnam diem detraxerunt, & eandem ei qui inter Chrīstum & prædictum autumnale æquinoctiū addiderunt, quod quidem congruit cum ijs quæ Georgius Valla ex Ptolem. tradit de ortu & occasu signorum. Nam 25. die Septembris confectum scribit autumnale æquinoctium, vernum verò 22. Martij. Ioannes Stoflerus in Calendario idem affirmat. Reperimus tamen in libello quodam de inerrantium stellarum significationibus a Nicolao Leonico è Græco translato, quem Ptolemæi dicit esse, vernum æquinoctiū 26. Martij in anno communi. Cui idcirco fides adhibenda non est in ea re, quoniam autumnale confici ait 21. die Septembris, quæ cohærere non possunt, & obseruatis repugnant. Ostensum fuit enim à Ptolemæo inter vernum æquinoctiū & autumnale dies esse 187. Quare si vernale fuit 26. die Martij, oportebat igitur autumnale fieri 29. Septembris, nō 21. Patet igitur ex supradictis quòd anno 132. à Christi natiuitate æquinoctiū vernum fuit, vel 21. vel 22. Martij. Anno igitur conceptionis qui fuit quoq; bissextilis oportuit esse vel 22. vel 23. Et idcirco etiam si (vt ait ipse Ioannes Lucidus) anno domini 1545. vernum æquinoctium acciderit decima die Martij, non potuit tamen æquino-

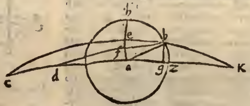
ctio

ctiorum anticipatio à 45. anno ante Christi natalem dies 15. comprehendere. Campanus autem quoniam Thebitij sententiam amplexus est de quantitate anni, & stellatum fixarum motu, affirmat in magno computo vernum accidisse æquinoctium pridie quàm in vtero virginis Christus redemptor orbis côciperetur: celebrabatur tamē Romæ ipso conceptionis die, idest 25. Martij, iuxta Cæsaris institutum. Nam quoniam Hipparchus & alij Astronomi anni quantitatem diffinierant dierum 365. cum quadrante. Cæsar igitur neglectis quadrantibus trium annorum vnum diem adiunxit quarto, quem bissextilem nominauit, & proinde quatuor illis annis Solem cursum suum examussim confecisse existimauit. Et quoniam obseruatū fuerat aliquando à vetustioribus Astronomis vernum æquinoctium quodam mensis Martij die, qui iuxta instituti Calendarij formam 8. Cal. Aprilis erat bissextilis anni, firmam propterea atq; inuariatam sedē putauit habere. Nō quòd Cæsari præsenti obseruatione ingressus Solis in vernalem sectionem innotuisset. Quod autem dicit Alphonsum Regem Albategnij opus non legisse, quia nondum in Latinum trāslatum esset, falsum est. Nā Arabicis libris omnino vsus fuit, quibus eo tempore tota Hispania plenissima erat, & adiutus mauris quibusdam Toletanis tabulas coelestium motuū construxit. Quin in opere illo magno Hispanicè ab eo conscripto quod in Complutensi extat Bibliotheca ipsas tabulas quæ circumferuntur posuit, tabulas etiam Ptolemæi & Albategnij, vt liceret cuiuis quibuslibet tabulis vti. Sed hæc notiora sunt, quàm vt à nobis inculcari sit necesse. Similiter ferè labi video complures nostri tēporis Astronomos, qui cum Alphonsinam sequantur positionem de motu stellati orbis, ex maxima tamen Solis hac ætate declinatione, & latitudine stellæ, atq; eius vero loco per tabulas inuēto declinationem ipsius eliciunt, & vicissim ex cognita declinatione verum locum inquirūt. Quippe vt intelligant quantùm fixa sydera progressa fuerint vel à tēporibus Ptolemæi, vel Alphōsi, vel aliorum ad hæc tempora. Non aduertunt autem retulisse Ptolemæum initium motus stellarum fixarum ad sectionem eclipticæ mobilē, quam immobilem tamen putabat. Quapropter siue in tabulis Alphonsi ipsorum computus sectionem mobilem luis quà vernū æquinoctiū accidit, initiū supputationis faciat, siue immobilem, ijdem termini non seruantur. Cæterùm constat eosdem authores stellarum fixarū motus à sectione vernali computare, longitudinis angulo sphærici trianguli constituto ad polum eclipticæ octauæ sphæræ, quemadmodum tabulæ directionum Ioannis de Monteregio subijciunt. Si enim canē maiorem posueris in septimo gradu m̄. 18. signi Cancri, latitudinē q; Australē habere Gr. 39. m̄. 10. supposita igitur maxima Solis declinatione nostra ætate Gr. 23. m̄. 30. quæ eadem est Eclipticæ octauæ sphæræ eiusdem stellæ declinationem gradus quindecim habere concludes cum minu. 49. quemadmodum noster calculus indicauit in libro Crepusculorum, quantam etiam repetio in vulgata Ephemeride Ioannis Stoflerini. Et proinde motum stellarum fixarum non referunt ad initium Arietis primi mobilis, sed ad sectionē æquinoctialis & eclipticæ octauæ sphæræ. Inuenit quidem eadem illa arte Albategnius astrorum fixorum motus, sed prædictum trepidationis motum, si is in cœlo est, ignorauit. Ioannes Vernerus Norimbergēsis duplicem posuit motus octauæ sphæræ trepidationem, vt quæ obseruationibus inuenerat, cum ijs quæ reperta fuerant ab Alphonso, Albategnio, & Ptolemæo, atq; alijs vetustioribus Astronomis congruerēt. Nouissimè autem Nicolaus Copernicus Torinæus aliam rationem commētus est vt idem efficeret, sed quæ reperta fuerāt ab Alphonso nō commemorat. Vtri eorum adhærendum sit planè nescimus. Nam eodem fermè tempore fixa sydera obseruarunt, & eandem posuerunt maximam Solis declinationem, graduum nempe 23. minu. 28. se. 30. Cæterùm vel propter fallaciam instrumentorum, vel quia latitudines locorum in quibus suas fecerunt obseruationes non satis fuerunt exploratæ, dissident ipsi inter se. Spicā enim virginis inuenit Vernerus in Gr. 16. mi. 54. Libræ, at Copernicus eadem vsus methodo in Gr. 17. minu. 14. eiusdem signi, & candē rursus stellam post viginti duos annos Hieronymus Cardanus in Italia ait inuenisse vndecim ab eo factis obseruationibus in Gr. 16. minu. 18. Nos verò interim quamuis assiduè astrorum faciamus obseruationes, quoniā talia organa nōdum habemus quibus confidenter vti possimus, nil pro certo affirmantes cum Albategnio sentimus. Scripta Marci Beneuētani ad manus nostras non peruenerunt, sed librum de æquinoctijs & Solstitijs & Apologiam legimus Alberti Pighij, qui nō toties vincit, quoties vincere putat. Et quoniam persuaserunt sibi nonnulli cū

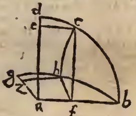
cui

euidenter demonstrasse ex Alphonsina positione, vernale æquinoctium tẽpestate nostra quinq; dies præcedere introitum Solis in caput Arietis Alphonsinarum tabularum, id ipsum modò operæ pretiũ erit examinare. Conatur imprimis ostẽdere stellarum fixarum motum per tabulas Alphonsi inuentum non conuenire cũ obseruationibus Ptolemæi, quod Nicolaus Cusanus primus annotauit: quoniam si motũ octauæ sphæræ inter Ptolemæum & Alphonsum abstuleris (inquit) à loco stellæ cordis Leonis obseruato ab Alphonso, relinquẽtur Gr. 4. m̃. 20. eiusdem signi, quam tamen stellam Ptolemæus in Gr. 2. m̃. 30. inuenit. At quoniam cõputum Alphonsi censet exordiri ab initio Arietis primi mobilis in ecliptica fixa, Ptolemæ' verò supputationes inchoauit à mobili sectione eclipticæ octauæ sphæræ, hoc igitur solum cõsequi video, fuisse tempore Ptolemæi eandem stellã in Gr. 4 m̃. 20. Leonis eclipticæ fixæ, & proinde sectionem vernam tunc fuisse in primo gradu, minu. 50. Arietis. Quapropter multum distabãt à coniunctione capita Arietum nonæ sphæræ, & primi mobilis tẽpore natiuitatis Christi, sectio verò verna nec est nostra ætate, nec fuit multis antea sæculis in signo Piscium. Et rursus quædam alia sequũtur in quibus fortasse est absurdum, sed non id quod infert de motu motui minimè congruente. Quod deinde ait tabularum Alphonsi compositores capiti Arietis nonæ aliquem locum determinasse, & coniuncta fuisse capita Arietis nonæ sphæræ & primi mobilis, anno dominicæ incarnationis, idq; liquere ex Purbachio, & ex ijs omnibus qui Alphonsum subsequuti sunt, hoc colligere non possum ex ipso Purbachio. Quin manifestum esse puto quouis loco caput nonæ intelligamus esse, stellarum fixarum motus nihilominus computari posse, & propterea nullam eius rei mentionem in tabulis factã fuisse. Declinationẽ verò eclipticæ fixæ quæ quidem ignota est, cognitam sibi sumit Gr. 23. minu. 51. at minorem eam inferius constituit. Quare cum ex his atq; alijs non minus dubijs hypothesibus de intersectione duarum eclipticarum, in quo à Purbachio recedit, vernalem sectionem concluserit ex Alphonsina positione eo tempore fuisse in initio 26. Gr. Piscium, non fuit igitur ab eodem id quod contendebat demõstratum. In ijs autem quæ ratiocinãdo colligit, in Geometricis apparet non satis exercitatus. Putat enim in sphæricis triangulis non eandem seruari rationem inter sinus rectos angulorum & oppositorum laterum, nisi eadem opposita latera simul sumpta semicirculo minora fuerint. Adhæc cum sibi proposuisset demonstratione inuenire quãtus fuit arcus Aequatoris inter duas sectiones eclipticarum, anno à partu virgineo 16. videlicet capite Arietis octauæ in summitate parui circuli constituto, angulos duarum eclipticarum cum æquinoctiali æquales inuicem supposuit in ea supputatione, graduum videlicet 23. minu. 51. prædictũq; arcum elicuit graduum 21. minu. 10. ferè. At nõ videt sequi ex eo duo latera concepti trianguli quæ angulum continẽt eidem arcui oppositum simul iuncta vni semicirculo æqualia esse, quæ tamẽ semicirculo minora esse cõcluserat, quod non semel tantum facit. Nam inquirit deinde declinationem capitis Arietis eclipticæ octauæ ad annum 263. à Christi natiuitate, supposita declinatione fixæ Gr. 23. minu. 51. Rursus verò ex inuenta declinatione per tabulam declinationum Ptolemæi, quæ eandem supponit eclipticæ obliquitatem, arcum eclipticæ ipsius octauæ inuestigat inter idem punctum & mobilem sectionem. Sic igitur æquales facit duos angulos eclipticarum cum æquinoctiali, & proinde duo latera trianguli coniuncta vni semicirculo æqualia erunt, quæ minora antea demonstrauerat. In eodem errore fuit Orontius Finæus, qui quum canone 56. secundi libri de calculo motuum cœlestium, distantiam inuenire proposuisset vernalis sectionis eclipticæ mobilis à sectione eclipticæ fixæ, ex vero loco & latitudine capitis Arietis cognitis ipsius eclipticæ mobilis, declinationem eiusdem capitis inquirit, per 2. Problema tabulæ directionum Ioãnis de Monteregio. Deinde verò ex inuenta declinatione respondentem arcum eiusdem eclipticæ mobilis inuenire iubet, per ingressum arealem in tabulam declinationis Solis. At quoniã ipsæ tabulæ declinationum ad vnius tantum eclipticæ obliquitatem constructæ sunt, graduũ videlicet 23. minu. 30. æquales igitur videtur supponere eclipticarum obliquitates, angulum nẽpe d b c, obliquitatis eclipticæ fixæ, æqualem esse putat angulo f a c, obliquitatis eclipticæ mobilis, exteriorem interiori in descripta ab eo figura, Ex quo infertur duos eclipticarum arcus qui ab ipsis sectionibus a & b sunt, vsque ad concursum occidentalem, vni semicirculo æquales esse, quod est impossibile. Partes enim sunt duorum quadrantum, qui ad eum maximum circulum terminantur, qui per eclipticarum polos venit.

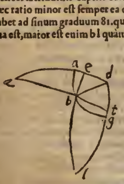
venit. Negat autē Albertus latitudinem regiōnis aliter cognosci posse quàm per locum solis, aut eius declinationem, & propterea ex altitudine Solis meridiana ignorato loco Solis tempus vernalis æquinoctij cognosci nō posse, quē admodum Marcus Beneuenian⁹ asserebat. Sed certè nullus modus aptior esse potest ad æquinoctia cognoscenda. Nam ex maxima & minima altitudine Solis quæ in regione inuenitur, distantia cognoscitur inter duos tropicos, cuius dimidiū si auferatur à maxima, vel addatur minimæ, altitudinem cognosces Aequatoris supra horizontē, quæ complementum existit latitudinis regionis. Quapropter cum Sol tantam habuerit meridianā altitudinem supra horizōtem, in æquinoctiali circulo esse concludes. Ita in tertio libro Epito. Ioannes de Monte regio æquinoctia obseruare iubet. Demonstratio porrò quam idem Albertus attulit ex Marco Beneuiano, ad ostendendum æquationes motus octauæ sphæræ in ipsis Alphonsi tabulis scriptas, arcus esse eclipticæ octauæ, certissima est, si modò theoricam eiusdem motus velut tradita est à Purbachio intelligamus, maximum nempe circulum per polos duarum eclipticarum venientem per caput Arietis nonæ transire semper. Idem demōstrauit Vernerus in libro de motu octauæ sphæræ, & annotatum fuit à Ioanne de Monteregio problemate. 62. tabulæ primi mobilis. putat tamen Albertus eclipticarum polos & caput Arietis octauæ in eodem circulo magno semper esse, id q; statim apparere si vna sphęra intra aliam inclusa, caput Arietis octauæ in paruo circulo circunducatur: & ita infringi existimat Marci demonstrationem. Cæterùm ipso eodem instrumento omnia accidentia ostendi poterunt, quæ iuxta Purbachij expositionem hūc accessus & recessus motum consequuntur, & alia rursus quæ cum neutra conueniunt positione. Si enim octauam sphæram ita moueri intellexeris vt semper ei⁹ ecliptica paruū circulū cōtingat, in ipso initio Arietis quod circa eundē paruum circulum circumuoluitur, atq; non solum cum idem Arietis initium in pūcto Borealissimo, aut Australissimo fuerit collocatum, aliam intueberis figuram motus, quæ cum neutra positione conueniat. Sed si interea dum caput Arietis octauæ in paruo circulo circūducitur, eclipticā octauæ eclipticā nonæ intersecare cogas, in initijs Cancri & Capricorni eiusdē octauæ, transibit vtiq; vnus atq; idem maxim⁹ circulus per caput Arietis octauæ & eclipticarum polos, & ea habebitur figura motus, quæ tradita est ab Alberto. At si facta fuerit intersectio in initijs Cancri & Capricorni nonæ, eiūs semper eclipticarū poli in maximo circulo per initiū Arietis nonæ veniente, quemadmodum traditum est à Purbachio. Cuius theorica motus accessus & recessus stellati orbis ipsis tabulis magis conueniens videtur. Esto enim in subiecto schemate a, caput Arietis eclipticæ nonæ b, caput Arietis octauæ, quod in primo quadrante parui circuli positum intelligatur, h, punctū Borealissimum in eodem. Sitq; in ecliptica nonæ c, initium Capricorni, K verò Cancri. Veniat autem maximus circulus per b & c, arcum a h, intersecans in e. Erit igitur ex Theodosij demōstrationibus libro 1. de sphæris arcus b c, quadrāte maior, & anguli ad punctū e recti. Quapropter ex theorica Purbachij ecliptica octauæ positionem habebit b e c. Descendat autem à puncto b arc⁹ maximi circuli b g, ad rectos angulos super eclipticā nonæ, sitq; d g, quadrāt, & per ipsa pūcta b & d, maximus veniat circul⁹ arcū a h intersecās in f. Quadrās igitur erit arcus b d, & angulus d b g rectus erit, & proinde secundum Alberti imaginationem ecliptica octauæ positionem habebit b f d. Cum enim caput Arietis fuerit in b, erit caput Capricorni in d. Aequatio igitur quæ in tabulis arcui b h respōdet, vel est b e, vel est b f, vel denique est a g: manifestū est autē Abacū Alphonsinū cōuenire cū qnātitate arcus b e, cæteri duo maiores sunt. Angul⁹ enim b f e, acutus est, & idcirco maior erit b f ipso b e, angulus etiā g b K acut⁹ est: & propterea minor erit g K ipso b K, quibus detractis à quadrātib⁹ a K & e K, minor relinquetur b e quā a g. Et pin de positio eclipticæ b e c ex Purbachij traditione, magis cōuenit cū tabulis Alphōsi, quàm positio eclipticæ b f d, quā Albertus commētus est.



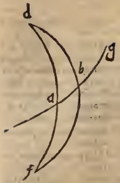
In eo tamen Purbachius ab Alphonso recessit, quoniam arcum a g, æquationem posuit, quæ in tabulis scripta est, cum sit potius b e, neque id putamus eum ignorasse. Sed fortasse, animaduertit veram æquationem motus octauæ sphæræ arcũ esse eclipticæ nonæ, quippe in qua medius motus augium & stellarum fixarum computatur, differentiam verò illius ab arcu eclipticæ octauæ perexiguam esse, tabularum porrò compositores æquationes idcirco supputasse in ipsa ecliptica octauæ, quia minori opera id facere potuerunt. Est enim sicut sinus totus ad sinũ rectum anguli b a e, medium motum subtendẽtis: sic sinus rectus arcus a b, ad sinum rectum arcus b e. Quapropter sinum rectum arcus a b, nouem videlicet graduum perducemus in sinum rectum arcus anguli medij motus accessus & recessus, à producto verò reijciemus quinq; vltimas Ziphras, si tabula vtamur semidiametrum supponente partium æqualium 100000. & veniet in quotiente sinus rectus arcus b e. Per tabulam igitur sinuum rectorum arcus ipse b e, cognitus erit. Hac profectò arte prædicta æquationum tabula cõposita fuit, ex qua elicere poteris quãtus sit arcus b g, latitudinis capitis Arietis octauæ. Enimuerò si intelligas punctum h, Borealissimum esse, & z Oriẽtale: erit igitur arcus b e, æquatio h b sed b g, latitudo puncti b. Contra verò si conceperis h, punctum Orientale, & z Borealissimum, erit b g, æquatio arcus b z & b e, latitudo eiusdem puncti b. Quando igitur h, punctum supponitur Borealissimum, tabulam æquationis ingrediaris cum numero graduum quos continet b z, idest cum quadrantis complemento, & æquatio ei respondens erit latitudo puncti b. Hęc autem regula inseruire nõ poterit ijs qui octauæ sphæræ æquationes arcus eclipticæ nonæ definiũt, sed ea nihilominus vsus est Albertus Pighius. Cuius lapsum statim intelliges, si punctum b, caput Arietis octauæ in medio quadrantis posueris, inter h & z. Aequales igitur erunt h b & b z: est autem arcus a g, in tabulis (vt ipse putat) æquatio arc⁹ h b. Si igitur tabulam æquationum ingrediaris cum numero graduum quos continet b z, æquationem offendes a g, & proinde arcus b g, latitudo puncti b æqualis erit a g secundum Albertum. At inæquales esse ex eo concludes, quoniam in omni sphærico triangulo ex arcubus maximorum circulorum constituto tres eius anguli duobus rectis sunt maiores. Angulus verò g, trianguli a g b, rectus est, & g a b, recti dimidium: reliquus igitur a b g, maior erit dimidio vnius recti, & idcirco a g, maior ipso b g, non sunt igitur æquales. Ipsam verò quam attulit Marci demonstrationem non satis intellexisse, ex eo apparet, quòd sinum rectum illius arcus eclipticæ nonæ qui æquatio est secundum Purbachium in tabulis Alphonsi, æqualem putat esse sinui recto argumenti motus octauæ sphæræ. At idẽ sinus argumenti sinus rectus est illius arcus quẽ Beneuentanus æquationem censet esse in eisdem tabulis: æquales igitur erunt inter se ipsi sinus æquationum Beneuentani & Purbachij. Et quoniam vterq; arcus minor est quadrante, æquales igitur erunt ipsi arcus, qui tamen inæquales ostensi sunt supradicta illa Beneuentani demonstratione. Albertus autem deceptus fuit ob Geometriæ imperitiam. In quadrante enim parui circuli a b c d, cuius centrum a, polus g, sit (inquit) d, punctum latitudinis Septentrionalis, a f b, semidiameter sinus rectus arcus b h g, nouem graduum eclipticæ fixæ. Capite igitur Arietis octauæ posito in c erit c d, argumentum motus octauæ sphæræ, cuius sinus c e, perpendicularis est ad semidiametrum a e d. Aequidistans igitur c e semidiametro a f b. Præterea c f sinus arcus b c, perpendicularis est ad semidiametrũ a f b. Quapropter quadrilaterum a e c f, parallelogramũ est, atq; rectãgulũ, & a f æqualis c e, sinus autem c f, sinus etiam rectus est arcus c h, circuli magni per polos eclipticę fixę & caput Arietis octauę trãseũtis, quę est latitudo capitis Arietis octauę ab ecliptica fixa. Hacten⁹ vera sumit Albert⁹, & rectè syllogisat, sed quę sequũtur inspiciam⁹. Quapropter a pũcto (inquit) h, eclipticæ fixæ per quẽ trãsit arcus circuli prędicti, ad punctũ f descẽdens recta h f, perpendicularis est tam ad c f quàm ad a f, lineas rectas. Ita enim existimat. Et quoniã recta a g, veniẽs à polo g in centrum a, perpendicularis est etiã ad a f, æquidistantes igitur concludit esse a g & f h. Recta autem a f, æquidistans est h z, sinui recto arcus g h. Quapropter cõsequens est parallelogrammum esse a z h f; æqualem itaq; concludit



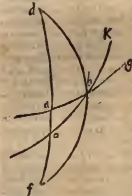
dit h z ipsi a f, & proinde æquales esse inter se sinus h z & c e, per communem sententiam. Cæterùm in eo fallitur Albertus, quoniā putat h f, perpendicularem esse ad a f, aut æquidistantem rectæ a g. Ipsa enim recta linea h f, in cōmuni existit sectione plani maximi circuli c h, & plani eclipticæ g h b. ea igitur in rectū producta p sphæræ centrum transibit. Eodem modo quia recta linea a g, in cōmuni est sectione plani eclipticæ, & maximi circuli venientis per d & g, vel quia centrum parui circuli cū eiusdem polo connectit, in rectum idcirco producta transibit per ipsum sphæræ centrum. Concurrūt igitur f h & a g, in eodem centro, & propterea non sunt æquidistātes, neq; angulus a f h, rectus est, sed potius obtusus æqualis quidē vni recto qui ad a, vnà cum vno acuto qui ad centrum sphæræ ob concursum duarum a g & f h, arcum subtendit g h. Sinus itaq; h z, maior ostenditur quàm a f, & idcirco maior quàm c e, & propterea æquatio in ecliptica nonæ maior quàm in ecliptica octauæ, quemadmodum à Beneuenta no fuerat demonstratum. Intellexit autem Albertus sinum æquationis ab Alphonso designatæ sinum esse illius argumenti cui est respondens, sed sinum æquationis à Purbachio definitæ sinui argumenti æqualem esse putauit. Sed siue ad eclipticam nonæ, siue ad eclipticam octauæ æquationes supputes, exiguissimam reperies differentiam, & quæ fortasse vnum integrum minutum nunquam superet. Causa est quòd sicut sinus rectus arcus d e, æquationis nēpe conceptæ in fixa ecliptica ad sinum arcus b t, æquationis in ecliptica octauæ (vtamur enim schemate quod ex Marco attulit Albertus) ita sinus totus ad sinum arcus b l, complemēti videlicet latitudinis capitis Arietis octauæ. At hæc ratio minor est semper ea quā sinus totus habet ad sinum graduum 81. quæ tamen per exigua est, maior est enim b l quàm l g. Cæterùm si libeat ad eclipticam fixam supputare, ex argumēto b g, cognosces arcum a b, qui relinquitur ex quadrā te, cū quo



si ingrediaris tabulam æquationis Alphonsi, cognosces arcum b e, latitudinis capitis Arietis octauæ. Deinde sinum rectum graduum 81. multiplicabis in sinum totum adiectione quinq; Ziphrarum, si tabula veteris semidiametrum supponente partium 100000. productum diuidas per sinum arcus b l, videlicet complementi latitudinis b, & veniet in quotiente sinus rectus cōplementi arcus d e. ipse igitur d e, innotescet. Huius operationis demonstratio est, q in sphærico triangulo b d e, quoniam angulus b e d rectꝰ est, & vnum quodq; latus quadrante minus, erit igitur sicut sinus totus ad sinū rectum complementi arcus b e: sic sinus complementi d e, ad sinum complementi arcus b d. Quapropter si quod sit ex ductu primi in quartum, diuidatur per secūdum, prodibit ex partitione tertium, sinus videlicet rectus complementi arcus d e, arcus igitur per tabulam sinuum rectorum cognitus erit, & d e, qui relinquitur ex quadrante notus etiam erit. Declinationem verò eclipticæ fixæ constituit idem Albertus graduum 22. min. 45. hoc videlicet argumento. Supposita eiusdē fixæ declinatione graduū 23. m̄. 51. multis ac varijs argumentationibus mobilis eclipticæ declinationem colligit ad annum 1519. graduū 24. minu. 56. Tum verò ad hunc modum ratiocinatur. Qualium partium ponitur declinatio fixæ 23. minu. 51. talium ostenditur declinatio mobilis prædicto anno 24. minu. 36. ergo qualium partium fuit declinatio mobilis 23. minu. 28. taliū est declinatio fixæ 22. mi. 45. per decimam sextam sexti Euclidis, adiutorio tabulę sinus recti. Fuit autem eodem tempore declinatio mobilis Gr. 23. minu. 28. Declinatiō igitur fixæ gradus continet 22. minu. 45. At in priori syllogismo duo sumit quæ ab eo non sunt demonstrata, cō iuncta nempe fuisse capita Arietum octauæ & nonæ sphæræ tempore natiuitatis Christi, & aliam esse figuram motus octauæ sphæræ secundum Alphonsum, quàm quæ tradita est à Purbachio. Prætetea in ipso eodem syllogismo ipsam mobilis eclipticæ declinationem, quæ ignota proposita est, cognitam sibi sumit graduum 23. minu. 30. tantam enim habet tabula declinationum Ioannis de Monteregio, & proinde errat. Posterior verò syllogismus Sophisticus est. Illa enim decimasexta sexti Euclidis arcubus angulorum trianguli accommodari non potest. Nam si ad annum 1519. talem concipias sphæræ constitutionem, qualem ab eo descripta figuratio repræsentat, vt sit



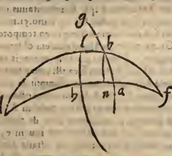
ſb d, ſemicliptica fixa: ſa d mobilis, arcus æquinoctia lis a b g, iterſecet mobilem in a, fixam in b. Angulus igitur d, per tabulas Alphonſi cognit⁹ erit, latus etiam b d, per ea quæ idem Albertus ſupponit, pateſiet. Iam igitur ſi angulus d b g, declinationis eclipticæ fixæ cognit⁹ ſubijciatur, reliqua latera trianguli a b d, cum reliquis angulis innoteſcent, & omnino datum erit ipſum triangulum. Quapropter ſi ſeruato angulo d, cum latere b d, angulum declinationis fixæ minorem poſueris ip ſo d b g, minorem quoq; fieri angulum declinationis mobilis neceſſe eſt. Aequinoctialis verò aliã habebit poſitionem c b k, & aliud habebitur triangulum c b d. Quod ſi ꝓportionales ſunt quatuor angulorum arcus, ſicut arcus anguli d b g, declinationis fixæ, ad arcũ anguli d a b, declinatiõis mobilis, in priori habitudine, ſic in poſteriori arcus anguli d b k, fixæ ad arcum anguli d



c b mobilis, tribus horum cognitis quart⁹ arcus innoteſcet, per ipſam decimam ſextam ſexti. Cæterùm prædictos arcus proportionales eſſe, ex eadem decima ſexta oſtẽdi non poteſt. Perperam igitur ratiocinatur Albertus in differentibus angulis duorum triangulorum, qualiũ partium ponitur declinatio fixæ 23. minu. 51. taliũ declinatio mobilis inuẽta eſt anno 1519. 24. m̃. 36. Ergo qualium fuit declinatio mobilis 23. m̃. 28. talium eſt declinatio fixæ 22. minu. 45. per decimamſextam ſexti. Tabula autem ſinus recti nulli vſui eſſe poteſt ad id infereudum, quin impoſsibile eſt eorundem angulorum ſinus rectos proportionales eſſe. Eſt enim ſicut ſinus rectus anguli d b g, declinationis fixæ ad ſinũ anguli d a b, declinationis mobilis in priori habitudine: ſic ſinus a d ad ſinum b d, rurſus in poſteriori ſicut ſinus anguli d b k, declinationis fixę ad ſinum anguli d c b, declinationis mobilis, ſic ſinus c d ad ſinum b d. Maiorem autem rationẽ habet ſinus a d ad ſinum b d, quàm ſinus c d ad eundem b d, quia cum vterq; ipſorum arcuum a d & c d, ſit maior quadrante, maior erit ſinus a d, quàm ſinus c d, & propterea maiorem rationem habebit ſinus anguli d b g, ad ſinum anguli d a b, quàm ſinus anguli d b k, ad ſinum anguli d c b, non ſunt igitur proportionales. Iam verò ſi nulla facta mutatione in ipſo triangulo a b d, velit Albertus ad hũc modum ratiocinari, angulo d b g. gradus habente 23. minu. 51. erit angulus d a b Gr. 24. minu. 36. Igitur ſi nulla mutatione facta in lateribus & angulis, idem angulus d a b, concipiatur Gr. 23. m̃. 28. ipſe primus angulus d b g, intelligetur Gr. 22. minu. 45. præter manifeſtum impoſsibile, quod eiuſmodi argumentario includit, aliud ſequitur abſurdum, nempe ipſos quatuor angulorum proportionales arcus, ſinus rectos proportionales habere, in ea quidem ratione quæ inter ſinus a d & b d. Oppoſitum tamen eadem tabula ſinuum rectorum oſtendit. Præterea cur nõ licebit ſimiliter argumẽtari de duobus angulis interioribus eiuſdem trianguli? Qualium videlicet partium ponitur angulus a b d, 156. min. 9. is enim relinquitur detracto ex duob⁹ rectis angulo declinationis fixæ, talium inuentus eſt anno 1519. angulus d a b, declinationis eclipticæ mobilis 24. m̃. 56. Ergo qualium fuit declinatio mobilis 23. m̃. 28, talium eſt ipſe angulus a b d, 148. minu. 57. per ipſam decimamſextam ſexti Euclidis. Sed angulus declinationis eclipticæ mobilis erat Gr. 23. min. 28. ex obſeruationibus Purbachij. Ergo angulus a b d, graduum eſt 148. minu 57. Et proinde declinatio fixæ gradus continet 31. minu. 3. quam ſimili argumento concludit Gr. 22. minu. 45. Igitur contradictio. Ipſum verò Alberti Sophiſma tum planè diſſolutum erit, & fallacia argumentationis aperta, cum eius ſenſus apertus fuerit, qui certe hic eſt. Si arcus declinationis eclipticæ fixæ gradus habet 23. mi. 51. fuit igitur arcus declinationis eclipticæ mobilis anno 1519. graduum 24. min. 36. Quapropter

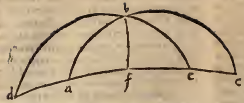
ter

ter diuiso hoc arcu declinationis eclipticæ mobilis in partes aliquanto maiores, & idcirco pauciores, vt sint videlicet 23. cum 28. sexagesimis vnius partis, erūt in arcu declinationis fixæ earundem partium viginti duæ cum sexagesimis 45. per commune documentum numerorū proportionalīū. Hoc quidem recte infertur ex ijs quæ posita sunt. Sed quod sit vlterius, minorē repertam fuisse declinationem eclipticæ mobilis, quia graduum 23. minu. 28. & ideo declinationem fixæ gradus tantum habere 22. cū min. 45. hoc cōcludi nō potest ex prædictis, sed partium esse 22. cum sexagesimis 45. quæ tamen partes paulo maiores sunt quàm gradus. Quòd si anno 1519. inuenta fuit declinatio eclipticæ mobilis Gr. 23. minu. 28. illud solum concludere poterat, non esse declinationem fixæ Gr. 23. miuu. 51. Cuius quidem quantitatem facile est inuenire ex eis quæ supposuit idem Albertus. Nam si in supradicta figura à puncto b, ducatur arcus circuli maximi b n, ad rectos angulos in a d. In triangulo igitur rectangulo b n f, latus b f, cognitum erit. Ex quadrante enim l f, sub tracto arcu b l, graduum 19. minu. 56. quemadmodum per tabulas Alphonsi supputauit Albertus ad annum 1519. notus relinquetur b f. Angulus

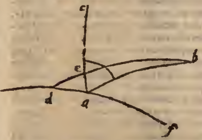


etiam f, cognitus est, quia arcus h l latitudo capitis Arietis ipsas semiclipticas per æqualia diuidit secundum eundem Albertū, estque 1. Gr. 59. minu. latus igitur b n, vnico syllogismo innotescet. Deinde verò ex complemento ipsius b n, & complemento anguli f, angulus f b n, patefiet. Eodem prorsus modo ex eodem complemento lateris b n, & complemento anguli n a b declinationis eclipticæ mobilis cognitæ, Gr. videlicet 23. min. 28. angulus n b a, cognitus erit, quem subtrahemus ex angulo f b n cognito, & angulus a b f, declinationis eclipticæ fixæ notus relinquetur ad memoratum annum, graduū videlicet 22. min. 44. quæ quidem fixæ declinatio proxime (fateor) accedit ad eam quam inuenit Albertus, sed certioribus syllogismis inuēta est. Posito autem tempore Ptolemæi arcu b l, (vt ipse censet) Gr. 2. minu. 2. Arietis primi mobilis, ipso verò arcu h l, latitudinis capitis Arietis octauæ Gr. 8. min. 56. se. 28. erit arcus b f, qui relinquitur ex quadrante Gr. 87. minu. 58. & erit angulus f, Gr. 8. min. 56. se. 28. Angulus porrò n a b, declinationis octauæ erat eodem tempore Gr. 23. minu. 51. se. 20. Angulus igitur a b f declinationis eclipticæ fixæ similibus syllogismis reperietur Gr. 21. minu. 51. se. 40. qui antea à nobis inuentus fuit eadem methodo Gr. 22. min. 44. ab Alberto autem Gr. 22. minu. 45. Et quoniam non est maior fides adhibenda obseruationibus Purbachij, quàm Ptolemæi, in inuestigatione maximæ Solis declinationis: palàm igitur est temere Albertum in narratione Alphonsinæ positionis de motu octauæ sphæræ, declinationem eclipticæ fixæ posuisse graduū 22. minu. 45. Non enim minus sequitur ad eas quas accepit hypotheses de conuentu capitis Arietis nonæ & decimæ sphæræ anno dominicæ incarnationis, ipsam declinationē fixæ graduum esse 21. min. 51. se. 40. quam graduum 22. min. 44. aut 45. Beneuentanus verò qui (vt Albertus ait) declinationem eclipticæ fixæ tantā esse putat, quantam inuenit Ptolemæus mobilis eclipticæ declinationem, caput autem Arietis nonæ posuit anno 1519. in 28. Gr. 8. min. Piscium: secum ipse aperte pugnat: quemadmodū mox ostendemus. Esto enim a b e, semicliptica Borealis primi mobilis æquinoctialem intersecans in puncto a. Arietis initio, & in e initio Libræ. Semicliptica item Borealis octauæ sphæræ, tēpore Ptolemæi idest annis 140. post Christum redemptorem natum, positionem habuerit d b e: sectio igitur vernalis fuit d, autumnalis verò e. Angulus d b a, gradus habuit 8. min. circiter 56. tanta enim fuit eodem tempore latitudo capitis Arietis octauæ, qua insensibiliter maior erat arcus ipsius anguli d b a, semiclipticas inter b, & oppositum punctum per medium secans. Angulus igitur a b e, relinquitur Gr. 171. minu. 4. Et quoniam secundum Marcum Beneuenta. æquales erant inter se duo anguli b d e, & b a e, angulus autem b e a ipsi b d e est æqualis: æquales igitur erunt inter se per communem sententiam duo anguli b a e, b e a. Arcus porrò circuli maximi b f, ad rectos

inci-



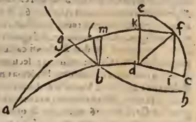
Incidat angulos in æquinoctialem super puncto f: duo igitur anguli a b f, e b f, æquales inuicem erunt. Quapropter angulus a b f, graduum erit 85. minu. 32. Angulus verò b a f, ex supradicta hypothesi Beneuentani, Gr. habet 23. min. 51. se. 20. quantam inuenit Ptolemæus maximã Solis declinationem: eius igitur complementũ gradus habebit 66. minu. 8. se. 40. Et quoniam sicut sinus totus ad sinum complementi lateris b f: sic sinus anguli a b f, ad sinum complementi anguli b a f: per documentum igitur numerorum proportionalium & tabulam sinus recti cõplementum arcus b f, graduum inuenitur 66. minu. 32. se. 30. Igitur arcus ipse b f, Gr. 23. minu. 27. se. 30. Ex cognito autem latere b f, & ei opposito angulo b a f, sinu toto interueniente, sinus lateris a b, per ipsum commune documẽtum numerorum proportionalium innotescet, partium videlicet 98430. vbi semidiameter subijcitur 100000. Minus est autem quadrante ipsum a b quia a f quadrante minus est, similiter & b f, quadrante minus. Per tabulam igitur sinus recti ipse arcus a b, graduum inuenitur 79. minu. 50. Est autem initium Cancri eclipticæ nonæ in puncto b, communi eius intersectione atq; d b eclipticæ octauæ: caput igitur Arietis eiusdem nonæ erat tempore Ptolemæi ante a, initium Arietis primi mobilis gradibus 10. minu. 10. idest in Gr. 19. minu. 50. Piscium. Et quia motus nonæ ab anno 140. ad annum 1519. est Gr. 10. minu. ferè 8. fuit igitur ipso anno 1519. caput Arietis nonæ in Gr. 29. minu. ferè 58. eiusdem signi, duobus tantum minu. ante caput Arietis primi mobilis. Et proinde non in Gr. 28. minu. 8. Piscium, quod Albertus ait, Marcum Beneuentanum asseruisse. Sed nec sine absurdo dicere poterat, caput Arietis nonæ prædicto anno 1519. duobus minutis fuisse ante caput Arietis primi mobilis. Nam consequens est, vt deinde post paucos annos ipsa duo capita Arietis coniuncta fuerint. Quapropter ea tunc fuit sphærarum constitutio, vt posito a, Arietis initio ipsarum eclipticarum nonæ atq; primi mobilis & a b quadrante, circuloq; maximo a c, per polos eclipticæ octauæ, & primi mobilis veniente, ipsam igitur octauæ eclipticam positionem oportuit habere d e b. Vt sit punctum d, in quo æquinoctialem secat



d a f, punctum verò e vbi intersecat a c. Quadrans igitur est e b, & idcirco duo latera a b & d b, trianguli a b d, semicirculo maiora sunt. Et propterea angulus b d a, declinationis eclipticæ octauæ maior quàm b a f, declinationis fixæ. Et idcirco si ipse Beneuentanus declinationem fixæ posuit Gr. 23. minu. 51. maior igitur fuit declinatio octauæ in eo tempore quàm Gr. 23. minu. 51. Quod quidem obseruatis repugnat. Albertus porrò in eo magis culpandus est, quòd etiam si ea illi concedantur quæ ante demonstrationem assumpsit de conuentu capitum Arietis, & figura motus octauæ sphæræ, nondum tamen potuit quod in Apologia, & decima propositione libri de æquinoctijs contendebat demonstratione inuenire, quantus videlicet arcus eclipticæ octauæ intercipitur inter punctum vernalis æquinoctij & punctum ipsius eclipticæ octauæ, quod est cum capite Arietis primi mobilis in eadem longitudine. Et propterea in exemplo saltem idipsum modo, & quædam alia, firmissima atq; clarissima demonstratione ostendemus. Ecliptica primi mobilis a b c, eclipticam octauæ a g f, secet in a caput Arietis nonæ esto d, quadrans parui circuli e c, caput Arietis octauæ f, eiusq; latitudo f i, anno 1465. à Christi natiuitate, quando Sol per tabulas inueniebatur in initio Arietis. Arcus verò e d, arcum a f, in pũcto K intersecet, & æquinoctialis g b h, eclipticam octauæ secet in g, eclipticam autem pri-

mi

mi mobilis in b. Quapropter si figuram motus trepidationis teneamus quam Albertus tradidit, a f & a i quadrantes erunt. Et quoniam tempore natiuitatis Christi b & d, puncta coniuncta fuerunt, vt Albertus ipse putat, arcus igitur b d, numeratione cognitus erit. Arcus etiam e f, motus accessus & recessus cognitus, igitur arcũ d i, quem æquationem appellat, cognitum reddemus, vel loco illius æquationem ex tabulis



sumentes debitam ipsi e f, vel in triangulo sphærico d f i ex d f, & angulo f d i, notum facientes eundem arcum d i. Et propterea arcus b i, quem augem communem dicunt esse, cognitus erit. Quem quidem auferemus ex quadrate a i, & notus relinquetur arcus a b. Deducemus autem à puncto b, maximi circuli arcum b l, ad rectos angulos super g K. Et quoniam arcus f i, latitudo capitis Arietis octauæ magnitudinem definiens anguli a, cognitus est: ipse igitur angulus a, cognitus erit. At in triangulo sphærico rectanguloq; a b l, sicut sinus totus ad sinum rectũ anguli a, sic sinus rectus lateris a b, ad sinum rectum lateris b l, horum verò tria nota fuit, quartum igitur innotescet, idest sinus rectus arcus b l: ipse igitur arcus b l, per tabulam sinuũ rectorum cognitus erit. Simili prorsus syllogismo in triangulo g b l, ex sinu toto & sinu ipsius b l, cũ sinu anguli b g l, qui quidem in eo tempore graduum erat 23. minu. 28. sinus lateris b g. innotescet, & per tabulam prædictam sinuum rectorũ ipse arcus b g patefiet, distantia videlicet inter Vernam sectionem & initium Arietis primi mobilis in Aequatore sumpta. Deĩde verò quoniam sicut sinus totus ad sinum complemẽti arcus b l, sic sinus anguli a b l, ad sinum complemẽti anguli a, quorum quidem primum, secundum atq; quartum cognita sunt: tertium igitur innotescet, idest sinus rectus anguli a b l, simili syllogismo in triangulo b l g, sinus rectus innotescet anguli g b l. Quare per eãdem tabulam sinuum duo anguli a b l & g b l, patefient. Subtrahemus itaq; minorem à maiori, & cognitus relinquetur angulus a b g, declinationis eclipticæ fixæ. Ab ipso deniq; puncto b, maximi circuli arcũ b m, ad rectos angulos excitabimus super a b eclipticam a f, in puncto m intersecantem. Cadet autem ipsum m inter l & K, propterea quòd arcus a l, quadrante minor est: & proinde angulus a b l acutus. Quem quidem auferemus ex recto a b m, & cognit⁹ relinquetur angulus l b m. In triangulo itaq; rectangulo b l m, quoniam sicut sinus totus ad sinum cõplemẽti lateris b l, sic sinus anguli l b m, ad sinum complementi anguli b m l, cognita sunt autem primum, secundum atq; tertium, quartum igitur innotescet. Quare per tabulam sinus recti arcus complemẽti ipsius anguli b m l cognitus erit, qui si subtrahatur ex gradibus nonaginta, arcus eiusdem anguli b m l notus relinquetur. Ex angulo autem recto a b m, angulum auferem⁹ a b g, qui iam innotuit, & cognitus relinquetur g b m. Et quoniam in triãgulo b g m, sicut sinus anguli g m b, ad sinum anguli m b g: sic sinus rectus lateris b g ad sinum lateris g m, & tria horum sunt cognita, quartum igitur innotescet. quare per tabulã sinuum arcus ipse g m, patefiet. Est autem punctum m in eadem lõgitudine cum b, propterea quòd b m per polos transit eclipticæ primi mobilis per 17. propositionem primi libri Theodosii. Et idcirco prædicto anno 1465. quando Sol erat in initio Arietis primi mobilis, arcus g m, solaris itineris eclipticæuè octauæ, qui erat inter vernam sectionem & ipsum initium Arietis primi mobilis cognitus erit, quod demonstrandum suscepimus. Quem quidem arcum si rectè calculaueris graduum inuenies 5. minu. 14. se. 20. arcum b g. æquinoctialis Gr. 5. minu. 40. se. 52. angulum a b g, declinationis fixæ Gr. 22. minu. 36. ferè. Quòd si figuram motus trepidationis teneas qualem Purbachius finxit, a d & a K quadrantes erunt: arcus autem d k paulo maior quàm f i, quem tamen cognoscere poteris in triangulo rectãgulo d f K ex d f & k f cognitis. Et idcirco angulus a paulo maior erit. Arcus autem b d motus nonæ cognitus erit numeratione, quem auferemus ex quadrante, & cognitus relinquetur a b. Deinde verò vt antea syllogisabis, & tantam ferè inuenies distantiá puncti m à sectione verna. Vtrouis autem modo, imparem reperies prædicto anno declinationẽ fixæ ei quæ similibus syllogismis reperitur ad annũ 140. à Christi natiuitate. Neq; vllus alius locus dabitur capiti Arietis nonæ in ecliptica

pri-

primi mobilis ſine abſurdo. Et propterea non eſſe ei aſsignatum locũ in tabulis arbitramur, nec radices motus augium & ſtellarum fixarũ ad æras poſitas eſſe. Cum præſertim eis ignoratis, ipſarum fixarum loca ex eiſdem tabulis haberi poſsint. Cæterùm conſtat ex iis quæ modò demonſtrauimus, quod ſi octaua ſphæra aliquo trepidationis motu agitatur, is tamen eſſe non poteſt qui adſcribitur Alphonſo.

Recitat Ioannes Schonerus fragmentum cuiuſdam epiſtolæ Ioannis de Mõteregio, in qua inueniſſe ait ex fundamentis Alphonſi, quod anno milleſimo quadringenteſimo ſexageſimo quinto, quando Sol per vulgatum calculum reperiebatur in capite Arietis, erat tũc arcus eclipticæ inter eius verum locum & æquinoctialẽ comprehenſus graduum ferè ſex, atq; idcirco non penitus declinatione carebat. cum autem illud (inquit) ſpectet ad iudicia annua. quomodo vitabit errorem Aſtrologus, ſi caput anni, radicem prædictionis ſuæ prorſus ignorauerit? & reliqua. Magna profectò eſt apud nos ſummi illius viri authoritas. ſed quoniam id cõcludi nõ poteſt, niſi ſuppoſita coniũctione capitũ Arietis non æ ſphæræ, & primi nobilis, tempore natiuitatis Chriſti, quod ex Alphonſo non conſtat, eam idcirco ſententiam recipere noſumus. Cum præſertim idem autor in Calendario cum gradu Solis in tabula reperto, qui non eſt alius quàm qui ex tabulis Alphonſi elicitur, ſtatim tabulam quantitatis dierum ingredi iubeat, ſine vlla reſartione. Prætereà quod anno 1462. tertia die Ianuarij cum latitudinem vrbis Romæ ex Solis obſeruatione inueſtigaſſet, declinationem quæ vero eius loco ex tabulis Alphonſi elicito reſpõdet, altitudini meridianæ adiecit. Ex quibus planè intelligitur, initium ſupputationis motus aſtrorum in tabulis Alphonſi, apud eundem Ioannem de Monteregio, ſectionem eſſe vernam eclipticæ octauæ ſphæræ, non caput Arietis eclipticæ primi mobilis, tametſi cõtrarium ex prædicta epiſtola colligatur. Vtcũq; tamen ipſe ſenſerit, nos certiſsimum putamus, caput illud Arietis à quo in ipſis tabulis Alphonſi, initium ſupputationis motus aſtrorum ſumitur, ſectionem Vernã eſſe ipſius eclipticæ octauæ ſphæræ, quod hoc argumento deprehendes. Ptolemæus 17. anno Adriani obſeruauit Solem in ſectione Autumnali, 7. die menſis Athir Aegyptiorũ, horis. 2. poſt meridiem. Fluxerant autem anni Romani à initio annorum Chriſti 131. dies 268. horæ. 2. Radix medij motus Solis ad ipſum initium annorum Chriſti ſecundum Alphonſum ſigna continet 4. Gr. 38. minu. 21. ad meridianum Toleti. Et quoniã Alexandria orientalior eſt, meridianorum verò differentia duarum ferè horarum eſt, cũ duobus tertijs vnius horæ, detrahemus idcirco mi. 6. ſe. 36. medij motus Solis in tanto tempore ab ipſa radice, & relinquentur ſigna 4. Gr. 38. mi. 14. ſe. 24. ad meridianum Alexandriæ. His adiungemus medium motum Solis qui ex tabulis Alphonſi elicitur, ad annos 131. dies 268. & horas 2. Et reiectis integris reuolutionibus relinquentur ſigna. 3. Gr. 2. minu. 42. Sol igitur in ſectione autumnali diſtabat Alphonſi calculo à principio Arietis Gr. 182. minu. 42. ſecundum medium motum, ſed ſecundum Ptolemæum diſtabat tunc à ſectione Verna Gr. 182. minu. 10. Diſtantia enim Solis à maxima eccentrici longitudine Gr. habet 116 minu. 40. & quoniam maximam longitudinem poſuit in Gr. 5. minu. 30. Geminorum: fuit igitur ſecundum medium motũ diſtantia Solis à Verna ſectione Gr. 182. minu. 10. Et totidem etiam reperies ſi ſuppoſita eadem radice medium motum Solis per tabulas ipſius Ptolemæi numeraueris. Eſt igitur differẽtia. minuta tantum 32. quibus medius motus Solis Alphonſi medium motũ Solis Ptolemæi præciſe excedit in tanto tempore. Et idcirco ſectio Verna apud Ptolemæum caput Arietis eſt, ad quod in tabulis Alphonſi aſtrorum motus referuntur. Idem rurſus oſtendere poteris alio exẽplo. A principio annorum Nabonaſſaris ad initium annorum Chriſti fluxerunt ſecundum Alphonſum anni Romani 746. & dies 310. In tanto autem tempore Sol (reiectis integris reuolutionibus) mouetur gradibus 307. min. 30. ſe. 18. per tabulas Ptolemæi. Radix Chriſti ſecundũ Alphonſum ſigna continet 4. Gr. 38. minu. 21. Quibus addemus integrum circulum, & à tota ſumma auferemus Gr. 307. minu. 30. ſe 18. & relinquentur Gr. 330. min. 50. ſe. 42. Sol igitur in primo anno Nabona. die primo menſis Thoth ſecundum Aegyptios, in meridie diſtabat à capite Arietis tabularum Alph. ipſis Gr. 330. min. 50. ſe. 42. Tunc igitur retinebat min. 50. ſe. 42. primi Gr. Piſcium ſecundum medium motum ad meridianum Toleti, ſed ad meridianum Alexandriæ minu. 44. ſe. 6. Et quoniã Ptolemæus libro tertio cap. 8. eum poſuit in min. 45. primi gradus Piſcium. conſtat igitur caput Arietis in tabulis Alphonſi, ſectionem Vernam eſſe eclipticæ octauæ, ſiue initium ſignorum apud Ptolemæum

lemæum

lemæum. Ex his intelliges, non recte Georgiũ Purbachium in Epitome vnum diem detraxisse à tempore inter Nabonasarem, & Christum, & eundem addidisse tempori inter Christum & Ptolemæi considerationem. Nos enim sequuti Alphonsum, ostendimus omnia inuicem cõgruere. Et quod etiam multis inuenimus obseruationibus, testari fas erit. Cum enim Astrolabium quoddam recte fabrefactum nacti essemus, cuius diameter duorum palmorum erat, haud paucis annis æstiuo tempore, Solem obseruauimus, minimamq; distantiam à verticali pũcto Conimbricæ, graduum præcise reperimus 17. Et quoniã maxima Solis declinatio nostro tempore Gr. continet 23. minu. 30. fere, conclusimus idcirco latitudinẽ Conimbricæ, Gr. 40. minu. 30. fere. Postea verò anno à Christo nato 1555. labente, die 14. mensis Septembris minimã ipsius Solis à verticali puncto distantiam reperimus Gr. 40. minu. 40. Declinabat igitur in meridie illius diei minu. 10. ad Austrum, & quia circa puncta æquinoctialia declinat Sol in vna hora minu. vnum: fuit igitur in sectione Autumnali 14. die Septembris. 10. horis ante meridiem, quando videlicet per tabulas reperiebatur in ipso fere initio signi Libræ. Quare non est aliud ipsum initium Libræ in tabulis, quàm sectio Autumnalis, & proinde nõ est aliud initiũ Arietis, quam sectio Verna, quod nos quidem testari operæ prætium erat. Cum igitur Solis declinationem oportuerit inuenire, necesse non erit quinq; gradus addere vero loco ipsius ex Alphonsi tabulis elicito, vt Albertus Pighius, Schonerus, & quidam alij censent. Sed subiectam tabulam ingrediemur. In qua quidem laterales numeri descendentes eorum signorum sunt, quorum nomina in frõte tabulæ scripta sunt, laterales verò ascendentes eorum quæ in calce. Et in area eiusdem tabulæ sub eo signo in quo Sol existit quæsitam inueniemus declinationem. Sin autem vero motui Solis, minuta aliquot vltra gradus integros adhæserint, duplici igitur introitu, vt fieri solet in alijs tabulis Astronomicis, pro ratione eorundem minutorum ad 60. proportionalis pars quærenda erit, de differentia ipsius duplicis introitus. Et ea pars proportionalis adiungenda est numero graduum & min. primi introitus, si signum sub quo Sol defertur, in fronte tabulæ repertum fuerit, aut diminuenda, si in calce eiusdem tabulæ. Numerus enim hac arte inuentus, quæsita erit declinatio. Quòd si recenti aliqua obseruatione, ingressus Solis in Vernalem, aut Autumnalem sectionem exploratus fuerit, & anni quantitas exactissime inuenta, poteris deinde ex verissimo loco Solis cognito, ipsius declinationẽ per hanc tabulam certissimo calculo inuenire.

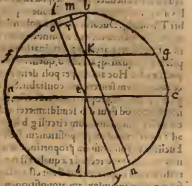
¶ TABVLA DECLINATIONIS SOLIS maximam ſubijciens declinationem Gr.23.minu.30.

	Aries		Taurus		Gemini		
	Libra.		Scorpius		Sagittarius		
gr.	Gr.	m.	Gr.	m.	Gr.	m.	
0	[illegible]		11	30	20	12	30
1		24	11	51	20	25	29
2		48	12	12	20	37	28
3	1	12	13	33	20	49	27
4	1	36	12	53	21	0	26
5	2	0	13	13	21	11	25
6	2	23	13	33	21	22	24
7	2	47	13	53	21	32	23
8	3	11	14	13	21	42	22
9	3	35	14	32	21	51	21
10	3	58	14	51	22	0	20
11	4	22	15	10	22	9	19
12	4	45	15	28	22	17	18
13	5	9	15	47	22	25	17
14	5	32	16	5	22	32	16
15	5	55	16	23	22	39	15
16	6	19	16	40	22	46	14
17	6	42	16	57	22	52	13
18	7	5	17	14	22	57	12
19	7	28	17	31	23	3	11
20	7	50	17	47	23	7	10
21	8	13	18	3	23	12	9
22	8	35	18	19	23	15	8
23	8	58	18	34	23	19	7
24	9	20	18	49	23	22	6
25	9	42	19	4	23	24	5
26	10	4	19	18	23	26	4
27	10	26	19	32	23	28	3
28	10	47	19	46	23	29	2
29	11	9	19	59	23	30	1
30	11	30	20	12	23	30	0
	Virgo		Leo		Cancer		
	Piſces		Aquarius		Capricor.		

De

De declinatione partium eclipticæ per instrumentum. Cap. 7.

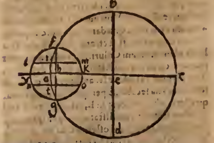
EX instrumentis quoq; non solum globosis, sed etiã ex planis, declinationes partiũ eclipticæ cognosci possunt. In plana enim superficie dorsi Astrolabij circulus a b c d, circa centrum e descriptus, sit is qui eclipticam repræsentat. Sit a punctum Initiũ Arietis, b Cancri, c Libræ, d verò Capricorni. Punctum datum esto f, cuius oporteat declinationem inuenire. Sumatur igitur in quadrante b c arcus c g, æqualis ipsi a f, &



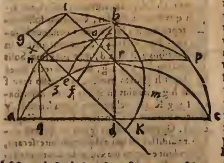
coaptata regula aliqua, aut filo aliquo extenso ipsis punctis f & g, signabimus eius intersectionem, & semidiametri e b, quæ in hoc exemplo sit K. Sumemus deinde ex quadrante a b, arcũ b l, maximæ declinationis eclipticæ, & ipsius termino l, applicabim⁹ regulã Astrolabij, quæ sup cẽtro e voluitur, sitq; ei⁹ positio l e y. Tũ verò regulã aliã, aut filũ rectissime extensum tali arte applicabimus pũcto K, vt æquidistãs fiat ipsi l e y. tunc autẽ cognosces æquidistare, cũ æquales arcus hinc inde resecauerit. sit igitur eiusmodi sit⁹ m k n. Aio arcũ l m aut y n, declinationẽ esse pũcti f. Cũ igitur circulus ipse a b c d, in gradus sit diuisus, ex arcu a f cognito, declinatio l m. prædicto modo innotescit. Operatio facilis est, demonstratio verò difficilis non erit. Diameter enim a c, cõmunis sectio est plani æquinoctialis, & plani eclipticæ; diameter autem b d. communis sectio plani Coluri solstitiorum & eclipticæ. Recta linea f g. cõmunis sectio plani eclipticæ & plani circuli æquidistantis æquinoctiali, qui quidem per f describitur. Hoc enim ostendit 16. vndecimi Euclidis. Intelligamus modò in ipso plano Coluri solstitiorum sectorem quendã, cuius basis est arcus maximæ declinationis eclipticæ. Vnũ duorũ laterum eius e b alterum verò recta quædam linea huic æqualis, quæ in communi est sectione plani æquinoctialis, & plani eiusdem Coluri. Supradictum igitur planum circuli æquidistantis per f descripti, dum planum eclipticæ secat super f K g, ipsum sectorem vna secabit, super quadam recta linea, quæ latus e b intersecat in K, reliquo verò lateri eiusdem sectoris æquidistat, quod per ipsam 16. propositionem 11. libri ostendes. At ex arcu maximæ declinationis qui sectoris basis existit, ac cum abscindet æqualem declinationi puncti f. quemadmodum ex poli definitione & communi sententia cõcludes. Quoniam verò eidem sectori similis & æqualis est sector b l e, in plano eclipticæ, à nobis imaginatione descriptus, cõmune habens latus e b, in quo punctũ idem permanet K: recta igitur K m, lateri e l parallela, arcũ similiter abscindet l m declinationi puncti f æqualem, quod erat demonstrandum. Quòd si à puncto b rectam b o, ad rectos angulos super e l excitaueris, per 2. igitur sexti Euclidis, & compositam rationem atq; permutatam concludes, sicut e b sinus totus ad b o, sinum rectũ maximæ declinationis se habet, ita e K sinus rectus arcus a f ad o r, sinum rectum declinationis puncti f, quod in libro Crepusculorum alio modo demõstrauimus. Possunt etiam declinationes partiũ eclipticæ in vnum planum deduci, ea quidem arte quã vsus est Vitruuius nono libro. Circulus enim a b c d, circa centrum e descriptus, atq; in quadrantes diuisus, Colurum solstitiorum repræsentet, sit a c, eius communis sectio cum æquinoctiali. Sumantur autem in quadrantibus a b & a d, duæ maximæ Solis declinationes a f & a g, & ducta recta linea f g, super h puncto medio, interuallo vero f h, aut h g, circulus in ipsius plano describatur f y g K, qui eclipticam repræsentabit, y Arietis initium, f Cancri, K Libræ, g Capricorni. Quemadmodum igitur in sphæra circuli æquidistantes qui eclipticam intersecant, abscindunt ex arcu maximæ declinationis arcus æquales declinationibus eorum pũctorum eclipticæ, per quæ ijdem æquidistantes scribun-

tur,

tur, ita nimirum recta linea l m, diametro a c, æquidistans ex arcu a f, maximæ declinationis Borealis, arcum abscindit a r, æqualem declinationi puncti l in primo quadrante, aut puncti m in secundo. Recta similiter n o, eidem diame



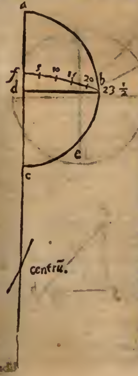
tro æquidistans, arcum resecat a t qui æqualis est declinationi puncti o in tertio quadrante, aut puncti n in quarto. Cum igitur libuerit declinationem puncti l inuenire, arcum k m sumemus æqualem arcui y l, & regulam applicabimus ipsis punctis l & m, vt sit æquidistans rectæ a c. Nam statim eius intersectio cum arcu Coluri quæsitam ostendet declinationem. Huius quidem instrumenti & operationis Geometrica demonstratio hæc est. Sit in subiecta figura vnus semicirculus eclipticæ, vel Boræus, vel Austrinus a b c, semicirculus æquinoctialis qui cum eo oritur, sit a e c. Diuidantur hi in quadrantes, notis b & e, estoq; b e arcus Coluri Solstitiorum inter æquinoctialem, & alterum tropicum, vna videlicet maxima Solis declinatio, & à centro mundi ad ipsa b & e puncta, rectæ ducantur lineæ d b, & d e. Præterea à puncto b, ad semidiametrum d e perpendicularis ducatur



b f, & producta d e in rectum, super centro f. Interuallo autē b f, in plano eiusdem Coluri Solstitiorum, semicirculus describatur g b k, cuiusquidem partes g b & b k, quadrantes esse necesse est. Sumatur igitur ex g b arcus quicunq; g l, & à pūcto l recta linea excitetur l m ipsi g k æquidistans, quæ quidem arcum b e maximæ declinationis secet in o puncto, rectam verò b f in t. Dico arcum e o æqualem esse declinationi puncti terminantis cum eclipticæ arcum, ab altera sectione æquinoctialis inchoatum, cui proportionalis est arcus g l in quadrante g b. Veniat enim per rectam lineam l m, planum æquinoctiali æquidistans, cuius & plani eclipticæ communis sectio sit recta n p. Erit itaq; harum duarum rectarum linearum communis sectio punctum vnum, quod quidem dicatur r, in vtroq; plano consistens eclipticæ & Coluri. Sed cōmunis sectio deducti plani, & sphæræ, erit circulus n o p, per primam propositionem primi libri Theodosij. Ducatur autem à polo mūdi per n circulus maximus, qui æquinoctialem secet in z. Erit idcirco arcus n z, declinatio arcus eclipticæ a n æqualisq; arcui e o, quem recta l m separat ex b e. Hoc autem per poli definitionem & communem sententiam constabit. Sed arcus g l & a n similes, proportionalesúe esse, hinc innotescet, quòd sicut d b semidiameter eclipticæ, ad b f semidiametrum circuli g b k, sic d r ad t r per secundam propositionem sexti libri Euclidis, & compositam proportionē, atq; permutatam. At verò recta d r æqualis est n q, sinui recto arcus a n, quia æquidistans est recta n p ipsi a c, per decimamsextam propositionem 11. libri Euclidis. Recta autem t r æqualis est l x, sinui videlicet recto arcus g l. Igitur ecliptica & circulus g b k, arcubus a n & g l proportionales sunt. Sumim' enim in præsenti, quod si in duobus circulis semidiametri, & duorum arcuū sinus recti proportionales fuerint, ipsi quoq; arcus suis circulis proportionales erunt. Hoc autem facile demonstrabitur. Nam anguli super centris eorundem circulorū constituti, ipsosq; arcus subtendentes, æquales sunt per 7. propositionem 6. libri Euclidis. Arcus igitur similes sunt, quod erat assumptum. In hac verò demōstratione, quēadmodum in superiori vides, sicut se habet sinus totus b d ad b f, sinum maximæ declinationis, sic d r sinus arcus a n ad t r, sinum declinationis e o, quæ quidē puncto n respondet. In triangulo itaq; sphærico rectangulo q; a n z ex angulo a, & latere a n cognitis, latus n z prędicta arte innotescet, in vnius circuli plano. Ostenditur etiam sinus rectos angulo-

rū,

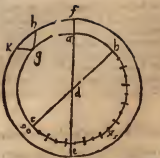
rum, & oppositorum laterum, proportionales esse. Est autem huiusmodi instrumenti ea commoditas, quòd gradus declinationis multo maiores se offerunt, quã gradus eclipticæ. Si enim arcum maximæ declinationis graduum posueris 23. minu. 30. erit inter ipsos gradus ratio ferè dupla sesquialtera, adeo vt duo gradus Coluri, quinq; gradib. eclipticæ ferè sint æquales, & id circo vnus eclipticæ gradus, vigintiquatuor minutis in arcu maximæ declinationis æqualis erit. Poteris autem idem instrumentum multò facilius construere, si describatur in primis ecliptica, deinde verò arcus declinationis maximæ. In semicirculo enim a b c, ponatur a initium Arietis, b Cancri, c Libræ, qui iterum semicirculus pro Australi semicirculo inseruire poterit, tum verò arcum sumemus b e, duplum maximæ declinationis, & per ipsa b & e puncta rectam lineam ducemus, cuius intersectio cum a c in rectum producta centrum erit circuli describenti per b, Colurum repræsentantis. Solsticiorum: Erit igitur arcus b f, vna maxima Solis declinatio. Hinc aliquando sumpta nobis fuit occasio describendi circulare planisphærium, idẽ omnino efficiẽs, quod tabula primi mobilis Ioannis de Monteregio. Sunt enim in area illius modi planisphærij arcus descripti 89. Quorũ omnium vn⁹ est communis terminus in b puncto, reliqui verò termini sunt in diametro a c. Arcus autem cẽtro vicinissimus vni⁹ tãtũ est gradus, & qui hunc sequitur duorum graduum, & ita in cæteris suo ordine, à centro igitur qui distantissimus est, gradus sui circuli continet 89. Regula igitur ipsi diametro a c, in quolibet situ æquidistans, numeros arcuum ostendit, vni transuersali respõdentes. Resecat enim ex a b laterales, sed ex f b in præsenti figura areales, ipse autem f b transuersalis est. Sed de his alio in loco abundius.



¶ *De Instrumentis quibus astrorum altitudines, & distantiæ capiuntur.*

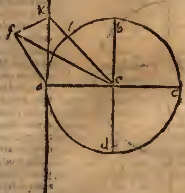
Cap. 6.

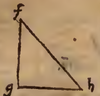
Vtuntur nautæ pendulis Astrolabijs, quia non possunt in mari quietum, stabilemúe habere horizontem. Prisci verò Astronomi omnia instrumẽta quibus astra obseruabant, super librata facie horizontis erigebant. Sic enim linea perpẽdiculi instrumenti in nullam partem inclinari poterat. In pendulis verò Astrolabijs, fortasse altera pars regulæ quæ altiorem situm habet, & proinde grauior est, quemadmodum de libris demonstratũ est à Iordano, qua parte instrumento adhæret, aliquantulum ipsum à rectitudine separabit. Construes igitur pendulum Astrolabium sine dioptra regulaúe, adhunc modum. Fabricetur ex metallo circularis armilla mediocris magnitudinis, quadratis superficiebus, instar circulorum materialis sphæræ, latitudo & crassitudo pares, vnius digiti. In caua eius superficie secũdum mediam longitudinem circulus describatur a b c, cuius centrum intelligatur d. Huic respondeat in curua exterioriq; superficie circũferentia circuli f K l. Punctum verò f in ea sumatur supra a, secundum rectitudinem diametri a c. Et armilla suspensoria è qua Astrolabiũ pendet, connectatur cum clauiculo ipsi f. Tum verò ex circumferentia a b e, arcum sumes a g, vnius quadrantis dimidium, atque ei æqualem a b in altero semicirculo. Esto autem punctum c, oppositum puncto b per diametrum, & semicirculus b e c, secetur in æquales nonaginta partes, quibus quidem debiti numeri ascribantur, initio supputationis facto in b. Resecetur deinde ex ipsius instrumenti crassitudine



ne secundum mediam longitudinē.portio quædam in formam obtusi anguli h g K, & in puncto g angustissimum relinquatur foramē.quod radios Solis admittat. Quoniam verò propter ipsam portiunculam,quæ ab instrumento ablata est,leuius idcirco relinquitur ex eadem parte,diameter igitur a e,à linea perpendiculi necessario discedet,& propterea tantundem metalli adimere oportebit ex altera parte Cum igitur absoluto instrumento altitudinem Solis supra horizontem cognoscere libuerit, suspenso ipso Astrolabio ex armilla, partem in qua est foramen,Soli radiāti obijcies, statim enim eius radius in semicircumferentia b e c,quæsitam altitudinem supra horizōtem ostendet. Sunt autem altitudinis gradus in hoc instrumento duplo maiores quam qui fierent, si super centro regula uolueretur,vt in cōsuetis videmus astrolabijs. Aequalium enim angulorū is qui ad circumferentiam circuli fit,duplum arcum continet,quam qui in centro.

Et non solum ex instrumentis erectis supra planum horizontis,sed etiam ex iacentibus,dūmodo ei æquidistent,altitudo Solis deprehendi potest. Circularis enim tabula a b c d,cuius circumferentia in Gr.360.vt solet,sit diuisa,horizonti collocetur æquidistans, & fabricetur ex quauis dura materia rectangulum triangulum Isosceleſq; f g h. cuius quidem duo latera f g & g h.quæ rectum continent angulum, semidiametro descripti circuli sint æqualia.Rectum autem ponatur ipsum triangulum eidem circulari tabulæ,sicq; coaptetur,vt latusg h examussim cōueniat cū a e,circuli semidiametro, sitq; simul g cum a.punctum verò h, simul cum e: punctum igitur f erit in sublimi. Præterea erigatur hastula quædam, recta ad idem planum, super quouis puncto diametri b d. Cum igitur libuerit altitudinem Solis supra horizontem inuenire, instrumentum ipsum circumuolues, donec hastulæ vmbra in rectam b d,sit extensa. Tunc enim vmbra lateris f h, siue f e in quadrāte a b, altitudinem quæsitam indicabit,à puncto b in a supputatam. Reliqua autem pars quadrantis vsque ad a, distantia erit inter Solem & verticale punctum. Huius operationis demonstratio hæc est. Plana enim superficies circuli a b c d, quæ horizonti posita est æquidistans, in rectū intelligatur extensa,ad eas partes ad quas vmbræ proijciuntur,& vmbra trianguli rectanguli a f e,ad ipsum planum rectū, in eodemq; plano extensa,sit triangulum a K e,recta a f vmbrā ꝓijciat a K, & rectæ e f, vmbra sit e K, quæ quadrantem a b secet in l. Igitur quoniam radij solares apud terram censentur æquidistātes, recta linea a K & vmbra hastulæ extensa in longitudinem rectæ lineæ e b æquidistantes erunt. Angulus autem a e b rectus est. Rectus igitur est angulus e a k, atqui rectus est e a f. rectus igitur erit angulus f a k, per 3. definitionem vndecimi



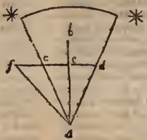


libri Euclidis. In duobus igitur triangulis a K e, & a f K, quoniam a e, latus vnius, æquum est a f, lateri alterius, & a K latus commune est, duo verò anguli ipsis æquis lateribus côtenti æquales, nempe recti, duo idcirco anguli a f k, & a e K, inter se æquales erunt, per quartam propositionem primi libri Euclidis. Est autem angulus a f k, côtra positus ei qui ad punctum f, arcum subtendit distantiæ inter Solem & verticale punctum, quapropter angulus a e k, similiter arcum a l in quadrante subtendet a b. Reliquus autem b l, arcui altitudinis Solis supra horizontem similis erit, quod erat demonstrandū. Ex hac demonstratione habes, quòd si huiusmodi instrumentum quadratam formam habuerit, vt in eo posfit duci recta a k, circulum ipsum contingens in a puncto, non erit opus stilo hastulaúe, cuius vmbra extendatur in rectam b d. Sed ipsum instrumentum eò vsque circumuoluemus, donec vmbra rectæ a f extendatur in rectā a K, sic enim vmbra rectæ e f arcum altitudinis Solis supra horizontem ostendet. Latera autē triāguli f g h, si duplo lōgiora feceris, vt sit latus g h æquale diametro a c, atq; ei examussim conueniant: semicirculum igitur a b c diuides in partes æquales nonaginta, & erunt idcirco gradus altitudinis Solis duplo maiores. Quòd si hoc idē instrumētum ad eum modum constructum, rectum posueris supra horizontis planum, & Soli ita obieceris, vt vmbra rectæ a f quæ non recta iam, sed versa erit, in rectam a K sit extensa, erit arcus a l altitudinis Solis supra horizontem, reliquus verò b l, erit arcus distantiæ inter ipsum Solem & verticale punctum. Hac enim ratione vmbra recta atq; versa permutantur, vt intellectis duabus Solis altitudinibus, quæ 90. gradus perficiant, tanta erit vnius & eiusdem gnomonis vmbra recta, sub vna earum altitudinum, quanta fuerit versa quæ alteri respondet. Cæterum sub vna atq; eadem Solis altitudine supra horizontem, siue gnomones æquales ponantur, siue inæquales, sic se habet vmbra recta ad suū gnomonem, sicut quiuis alius ad suam vmbram versam. Demōstratio huius facilis est per quartam propositionem sexti Euclidis. Per commune igitur documentum numerorum proportionalium, ex vmbra recta versam cognosces, & vicissim ex versa, rectam.

Vulgatum instrumentum quadrantis quo nautæ vtuntur, aptissimum est ad altitudines solis & aliorum astrorum capiendas, sed pro filo cum perpendiculo, ponatur regula cum pondere sibi adiūcto in altero extremo, tali artificio, vt ea facies quæ ad centrum instrumenti dirigitur, recta semper maneat supra planum horizontis. Subsultat enim filum, & detinetur interdum in eodem loco, etiam si obseruator ipsum quadrantem conuoluat. Atq; ea de causa incertæ reperiuntur altitudines, quæ quadrantibus capiuntur. Accidit tamen aliquando instrumētum rectè fabricatum esse, & astra diligēter obseruata, sed deprehensas altitudines nondum exactas esse. Neq; id ob aliam causam, nisi quia propter instrumenti paruitatē, nō possunt eius partes vlterius in minutias partiri, adeò vt vltra graduum integrum numerum, quantum altitudinis accrescat, æstimare nō posſis. Iuuabit igitur intra instrumenti ambitum in ipsius area, quadraginta quatuor circulos super eodem centro describere. Exterioris quadrans in 90. æquales partes secetur. Ei propinquior in 89. & qui hunc sequitur in 88. & ita deinceps suo ordine, quemadmodum in libro Crepusculorum docuimus. Ita enim existimo Claudiū Ptolemæum fecisse. Nam si maximam Solis declinationem idcirco (air) reperisse partium 23. minu. 51. se. 20. quia ea proportio inuenta fuisset totius circuli ad arcum inter tropicos, quam 83. habēt ad 11. Constat igitur aliquem quadrātem intra ambitum instrumēti descriptum, in ipsas 83. æquales partes distributum fuisse, quarū arcus inter tropicos 44. continebat. Neq; enim tanta fuit illius instrumēti quo Ptolemæus vtebatur magnitudo, vt in eo prima atq; secunda minuta notari possent.

Astronomico radio vtuntur nautæ ad cognoscendum quanta sit altitudo stellæ polaris supra horizontem. Sed difficile admodum est certam altitudinem ita inuenire. Aptissimum tamen instrumentum est ipse radius ad inueniēdum distantiam inter duo astra, quorum intercapedo quadrāte maximi circuli minor fuerit. Eius fabricam atq; vsum tradidit Ioannes de Monteregio in libro de Cometa. Diuidēda est fustis longitudo in quotlibet æquas partes. Longitudo verò versatilis pinacidij ex eisdem partibus sumi debet, & construenda est tabula quędam numerorum, per quam ex data proportione inter duo latera trianguli rectanguli angulū rectum continētia, magnitudo illius anguli cognoscatur, qui breuiori lateri opponitur. Qualis est ea tabula quam Georgius Purbachius Mathematicus præstantissimus pro vsu Geometrici quadrati composuit. Conspectis igitur duabus

bus ſtellis per pinacidij extremitates, numerus partium dimidiæ longitudinis pinacidij multiplicetur in 1200. tot enim partium ſupponitur prædicti quadrati latus. Productum diuidatur per numerum partium qui ſunt in fuſte, inter ſitum pinacidij & oculũ obſeruatoris, cum quotiente verò intrabimus ipſam tabulam Geometrici quadrati. Nam numerus in ea è regione repertus, erit arcus dimidiæ diſtantiæ inter obſeruatas ſtellas: quo duplato integra earum intercapedo patefiet. Exemplum. Anno Chriſti 1475. die. 17. Octobris, obſeruauit Bernardus Vualther Aſtronomico radio Martis & Saturni diſtantiam. Et qualium partium verſatilis pinacidij longitudo erat 210. talium longitudo fuſtis inter oculum & pinacidij ſitum reperta fuit 807. Diſtantiam igitur ipſorum planetarum in hunc modum inueniemus. Numerum 105. ideſt dimidium lõgitudinis pinacidij multiplicabimus in 1200. latus nẽpe quadrati Geometrici, & fient 12600. Hunc itaque numerum diuidemus per 807. & veniẽt ex partitione 156 $\frac{108}{807}$ vel multiplicabimus 210. longitudinem pinacidij in 1200. productũ verò diuidemus per 807. & quotiẽtis ſumemus dimidium, quod eſt 156. $\frac{108}{807}$. Cum hoc igitur tabulam ingrediemur Georgij Purbachij, & arcum ex ea eliciemus graduum 7. minu. 24. ſe. 47. Quem duplabimus, & colligemus tandem Gr. 14. minu. 49. ſe. 34. maximi circuli, pro diſtantia inter Martem & Saturnum prædicto tempore obſeruationis. Huius operationis demonſtratio facilis eſt. Eſto enim recta a b fuſtis longitudo, oculus obſeruatoris ſit in a, & pinacidium c d in ſitu e, ac cum diſtantiæ Martis & Saturni examuſsim occupet. Sit autem reperta a e, talium partiũ 807. qualium c d eſt 210. & eius dimidium c e, 105. Qualium igitur partium fuerit eadem a e 1200. talium erit c e 156. $\frac{108}{807}$ per commune documentum numerorum proportionalium. Et idcirco per tabulam Georgij Purbachij arcus anguli c a e, reperietur Gr. 7. min. 24. ſe. 47. Duplus igitur arcus qui angulo reſpondet c a d, gradus habebit 14. min. 49. ſe. 34. Minor tamen repertus eſt à Ioanne Schonero in hoc eodem exemplo Quia cum 312. $\frac{216}{807}$ pinacidij longitudine eandem tabulam Georgij Purbachij ingreſſus fuit. Et propterea angulus ea arte ab eo inuentus nõ eſt c a d, qui arcum diſtantiæ Martis & Saturni ſubtendit, ſed alius minor. Recta enim c d in rectum producatur, & ſumatur ex ea c f, æqualis ipſi c e aut e d, & connectatur a f. Erit igitur e f talium partium 312. $\frac{216}{807}$ qualium a e 1200. Et

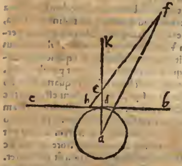


proinde angulus quẽ ex ſupradicta tabula Schonerus elicuit, eſt e a f, quem minorem oſtendemus eſſe ipſo c a d. Latus enim a f maius eſt ipſo a e, & idcirco ſi angulus e a f, biſariam ſectus fuerit, recta linea angulum d. ſpeſcens baſim e f ſecabit inter c & e, ne accidat impoſsibile contra tertiam propoſitionem 6. libri Euclidis. Et propterea per communem ſententiam multo minor erit angulus f a c, angulo c a e. Aequales ſunt autem inter ſe duo anguli c a e & d a e, totus igitur angulus e a f minor erit angulo c a d, diſtantiæ nempe Martis & Saturni, quod demonſtrandum erat.

Aduertẽdum eſt autem quòd Martis, Iouis, atque Saturni & ſtellarum fixarum à verticali puncto interualla, inſtrumẽtis deprehenſa, propter ingentes à terra diſtantias, ad ipſius terræ ſemidiametrum comparatas, æquales ferè angulos ſubtendunt in centro ipſius globi terreni, iis qui in eiuſdem globi ſuperficie ad obſeruatoris oculum, inſenſibiliter enim differunt, in Luna tamen atq; in Sole aliter fit. Obſeruauit enim Ptolemæus inſtrumento regularum diſtantiam Lunæ à vertice, & ex vero loco eius, atq; latitudine, numeratione repertis, declinationem inuenit. Rurſus ex inuenta declinatione & diſtãtia eiuſdem Lunæ à meridie cognita, diebus æquatis, verum interuallum reperit inter ipſum Lunare corpus & verticale punctum. Quod quidem detraxit ab eo quod obſeruatione repertũ fuerat: ſic itaq; concluſit quanta eſſet aſpectus diuerſitas tempore dictæ obſeruationis. Deinde verò ex his diſtantiam centri corporis Lu-

nae

næ à centro terræ, in partibus quibus semidiameter terræ est vna, Geometrico syllogismo reperit, & ex eadem obseruatione, proportionē semidiametrorum eccentrici, & epicycli Lunæ atq; eccentricitatis ad semidiametrum terræ. Solis autem & Lunæ diametros visuales, quoniā nullis instrumētis satis exactè reperire poterat, ex duabus igitur Lunaribus eclipsibus admodū ingeniose inuestigauit. Quare difficile nō fuit proportionem ostēdere semidiametri terræ ad semidiametrum corporis Lunæ. Ex his igitur diametrum Solis, & centri eius à centro terræ distantiam in partibus quib' semidiameter terræ est vna, deprehēdit proportiones etiam triū corporum Solis terræ & Lunæ ad se inuicem. Et propterea ad inueniendum deinceps in quolibet situ aspectus diuersitatem, necesse non fuit astra ipsa obseruare, sed ex data Solis aut Lunæ à centro terræ distantia, & elōgatione eius à polo horizontis, diuersitatem aspectus in circulo altitudinis Geometrico syllogismo inuestigare docuit, quarum maxima est in Luna Gr. vnus m̄. 43. tabulasq; construxit diuersitatis aspectuū. Quanquam interim possimus (quemadmodum ipse fecit) obseruatione simul & numeratione, ipsam Lunæ aspectus diuersitatem inuenire. Solis porrò diuersitas aspectus quoniā multò minor est, maxima enim secundum numeros Ptolemæi minuta duo tantum continet cū secundis 51. nō potuit idcirco sicut in Luna obseruatione inueniri. Itaq; quanta sit distantia Solis à terra, concludere non potuit ex aspectus diuersitate, hanc enim admodum difficile erat instrumentis inuenire, propter sui paruitatem, sed econtrariò ex distantia ipsius à centro terræ, quam supradicta arte cognouit, quamq; inuariatā posuit, aspectus diuersitatem inuenit. Ex his igitur palàm est, astrorum altitudines instrumentis deprehensas, eorū quæ supra Solem sunt, pro veris accipiendas esse. At in ipso Sole diuersitas aspectus, quantum attinet ad latitudines locorum, pro nihilo habēda est. In Luna autem nullo pacto negligenda, nisi ea prope Zenith constituta fuerit. Ex quibus etiam apparet Hieronymū Cardanum non satis aduertisse quæ in quarto libro de Subtilitate scripsit, de ijs quæ ex astrorum radijs cognosci possunt. Cuiuscunq; nempe sideris, & quacūq; hora, altitudinē à centro terræ, ex cognita proportione vmbræ ad gnomonem inueniri posse. Quasi verò omnia astra ita illustrare possint obiecta corpora opaca, vt ex aduersa parte manifestæ vmbræ proijciantur, quod quidem præterquàm Soli, atque Lunæ, nulli conceditur astro. Centrum terræ ponit a, eius semidiameter sit a d, planum horizonti æquidistans b c virga d e, perpendicularis sit super ipsum planum, astrum verò f radiū mittat f e h, & vmbra d h, in ipso tempore notam habeat proportionem ad d e. Quapropter angulus d e h cognitus erit, & idcirco a e f, qui relinquitur ex duobus rectis, cognitus quoque

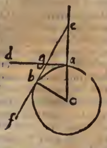


erit. Sumatur (inquit) per planisphærium ipsi' f, sideris altitudo supra horizontem, cuius differentia à Gr. 90. arc' erit anguli f a e vt ipse putat, & idcirco reliquus angulus a f e, ignorari nō poterit. Iam igitur in triangulo a e f, ex angulis cognitis cum latere a e reliqua latera patefient: & proinde proportio a f ad a e cognita erit. Ita propemodum Cardanus, cæterùm manifestum esse, puto ex ijs quæ diximus, distantiam astri à vertice sumptā per Astrolabium, angulum f a e subtendere non posse, sed alium quendā, æqualem angulo d e h, qui ex proportione vmbræ ad gnomonem quantus sit inuenitur. At maior est exterior angulus d e h, ipso interiore f a e. Et idcirco nihil concludit Cardanus sua illa demonstratione. Quin proportio a f, ad terræ semidiametrum, in Sole non cognoscitur ex vmbra, sed vel arte Ptolemæi, vel Ioannis de Monteregio in Epito. Itē neq; in Luna, propterea quòd terminus vmbræ illius, termino vmbræ Solis inferior est, sed vel regulis Ptolemæi, vel quouis alio instrumento ad id idoneo, angulus K e f inueniendus erit: interior autem e a f numeratione, ex distātia Lunæ à meridie, & ipsius declinatione cognitis, quo quidē detracto ex ipso K e f angulus a f e, diuersitatis aspect' not' relinquetur:

G qua-

quapropter proportio a f ad a e, vel a d, terræ semidiametrum illico patefiet. Quòd si neq; ex vmbra Solis, neq; Lunæ, altitudo à terra inueniri potest, multò igitur minus reliquorum astrorum altitudines, quorum illustratio circa corpora opaca lumen ab vmbra vix distinguit. At etiam si superiorum planetarum, & fixorum siderum lumen, Solis lumen superaret, nondum tamen proportio altitudinis ad terræ semidiametrum, ex angulis cognosceretur, propterea quòd angulus ipse a f e, insensibilis quantitatis æstimaretur.

Nec minus labitur cum in eodem libro conatur ostendere ad quantam altitudinem à terra, vapores ascendere posſint. In quo quidem perperam Vitellionem reprehendit. Obseruemus (inquit) Solem existentē sub æquinoctiali circulo, qui Crepusculum inchoat partibus xix. ante ortum, idest hora fermè & quarta ante Solis ipsius ascensum, & manifestum est quod tūc primū Solis radius, qui aerem illustrat, terram contingit: nam si non contingeret, ex summo loco vaporum, contingēs ad terram ductus peruniret ad locum inferiorem priore, atque sic crepusculum anteaquàm dictum sit inchoaret. Hoc igitur posito, cōstituatur circulus terram referens cuius centrum c, contingens linea a d, summa pars vaporum e, locus radij solis f, & vbi secat a d, ibi g, ponatur. Quia igitur Solis distantia maxima est ad terræ cōparationem, angulus f g d, est ac si esset in centro c terræ, quare est xix. partiū, igitur & e g a vt in centro circuli; sed a & b recti sunt, igitur cū e communis sit duob9 trigonis c b e & a e g, ipsi erunt similes, & ideo ratio laterum cognita; at b c est passuū M. vt dictū est



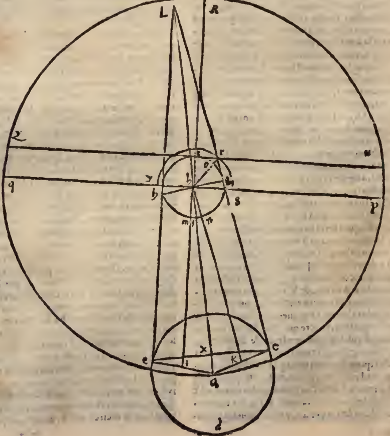
quinquies mille: igitur a e est passuum M.CCLXXXVIII. & ad tantam altitudinem vapores ascendunt. En vides humanī ingenij subtilitatem quousq; perueniat? Vitellionem haud ignoro deceptum esse, qui ascendere tantum ad LII. passuum millia tradiderit, cum quintuplò plus ac dimidio quàm dixerit ascendant, verū cum ambitum terræ contrahat, & passus ob id etiam maiores faciat aliquanto, nōn tamen vsq; ad quartam partem debitæ altitudinis deducere eam potest. Quod si vt ad summū deducatur Crepusculum per duas horas ante diem fiat, erit angulus c in circumferētia qui æqualis est g, partium LX. & e. CXX. quare linea a e quæ est altitudo vaporum, erit passuū millia DCCLXXII. & hoc est maximum ad quod ascendere vapores posſint è terra spatium.

Hactenus Cardanus, quem statim ostendemus insigniter deceptum esse, non Vitellionē, qui pulchram illam demonstrationē de summorum vaporum altitudine ab Allacen mutuatus est. Cuius quidem libellum de Crepusculis vnà cum quodam alio de eadem re à nobis conscripto, annis ab hinc viginti impreſsioni dedimus. Causa erroris Cardani ea fuit, quòd putauit sūmos vapores Crepusculum efficientes esse ad e, at nō sunt ibi. Primus enim radius in initio Crepusculi matutini reflexum lumen nobis ostendens est f g e, ipsa verò reflexio in horizonte fit in g, igitur non in e. Nam quis vnquam vidit lucem Crepusculinam supra verticem esse? est enim a centrum sensibilis horizontis. Distantia itaq; summorū vaporū à terra multò minor est quàm a e. Sed vt hæc facilius intelligantur ipsā summorum vaporum altitudinis demonstrationem, quemadmodum à nobis in libro prædicto de Crepusculis tradita est recensebimus. Sphæra cuius centrum a esto in subiecta figura Solare corpus, sphæra cuius centrū b esto terræ globus. Intelligatur autem circulus quidam maximus a p R q super b centro mundi descriptus interuallo a b, per horizontis polum ductus, & solis cētrum, apud initium Crepusculi matutini, communis sectio plani huius concepti circuli cum sole, esto circulus c d e cū terra verò circulus f g h, ab arcu e c radij Solares procidāt c l, e l terram contingentes super punctis g h. Igitur sub arcu g f h, pars terreni globi radijs solaribus illustrata cōprehēditur, sed sub reliquo arcu g h, ea pars quæ vmbra obcæcata est. Esto præterea pūctū R horizōtis polus, & cōnectatur b R circulū f g h secās super pūcto t, in quo cētrū visus collocatur: recta deinde p q per cētrū mūdi veniēs esto cōmunis sectio horizōtis & descripti circuli a p R q, recta verò z t u, eiusdē circuli cōmunis sectio, & alterius cuiusdā circuli, in quo sensibilis horizon, concepto illi horizonti quod per centrum mundi transit, æquidistantis. Igitur duæ rectæ lineæ p q, z u æquidistantes sunt, per 16. propositionem vndecimi libri

Euclidis. Angulus verò R b p rectus est, quia R p quadrãs: igitur angulus b t u rectus etiã, quod item per primum librum Theodosij concludi posset. Recta idcirco z u, circulum tangit in pũcto t, per correlarium 16. propositionis 3. libri Euclidis. Quoniam verò ab aëre puro, tenuiq; non fit luminis reflexio, concipiamus igitur animo sphæram vaporum à terra mariq; ascendentium, quia aërem vsq; eò spissant, condensantq;, vt Solis lumen reflexionem efficere possit. Nam quod vltra hanc sphæram versus cœlũ est, quanquam nocturno tempore illuminetur à Sole, ob reflexionis defectum visibile nõ est. Esto autem y r s, arcus circuli maximi huiusmodi sphæræ, super b centro descripti, in eodẽq; plano existentis, in quo maximus terræ circulus f g h, eumq; secet recta z u super pũcto r. Igitur quamuis ante Crepusculum matutinũ ab omni puncto arcus r s, lumen Solis reflecteretur: nullus tamen radius peruenire potuit ad t centrum visus, quia sub recta linea t u, nulla alia recta linea sumi potest, quæ circulum non secet f g h, quemadmodum super 16. propositione 3. libri Euclidis demonstratur. Erat idcirco terræ globositas impedimento, quo minus videretur quod sub ipsa recta linea r u collocabatur. At etiam quidquid intrarur binatam terræ vmbram g l h continetur, aspici non potest. Primũ igitur punctum quod illuminatum apparet, in principio crepusculi matutini, cum illucescit, est r. Nam neque in eo aëre tenuissimo liquidissimoq; existit; qui lumen Solis nobis minime reddit, neq; intra terræ vmbram, neq; sub sensibilis horizontis planicie. Itaq; connectatur b r recta linea, quæ circulum terræ secet in o puncto, erit idcirco recta linea o r, summa vaporũ altitudo, qui à terra in sublime attolluntur, cuius longitudinem in hunc modum perscrutabimur. Angulus p b t rectus existit, angulus verò a b p depressionis Solis sub horizonte notus supponitur ex obseruatione, graduum videlicet 19 secundum Allacen, & Vitellionem: totus igitur angulus a b t notus erit, ab hoc autem angulum subtrahemus a b g, quem quidem supponimus cognitum, vtpote qui dimidium arcus maximi circuli terræ subtendat à sole illustratum, & ideo angulus g b t notᵘ relinquetur. Porrò angulus quem b g cum recta g l, circulum contingente ad pũctum g efficit, rectus est, per 18. propositionem 3. libri Euclidis. angulus etiam ad t rectus, igitur bina triangula b r g, b r t æqualia habent latera per 47. propositionem primi, & communem sententiam: æquiangula idcirco sunt ipsa triangula, per 8. propositionem primi, & angulus t b r dimidium est anguli t b g: at innotuit iam ipse angulus t b g, innotescet igitur t b r quare reliquus angulus t r b, trianguli b r t cognitus erit. Est autem sicut sinus rectus anguli t r b, ad sinum totum, ita recta b t ad rectam b r, & harum quatuor quantitatum duæ primæ notæ sunt, tertia verò recta nempe linea b t, quot stadia habeat cognoscitur, supposito numero stadiorum totius orbis f g h ex Ptolemæo, aut Eratosthene, supposita etiam proportione eiusdem circuli ad diametrum ex Archimede. Quare per commune documentũ numerorum proportionalium, numerus stadiorum rectæ b r cognitus erit, ab eo autem auferemus numerum stadiorũ semidiametri, & relinquetur nota o r, distantia videlicet qua editissimi vapores à terra absunt, quod inuestigandum proposuimus.

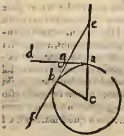
Quæ autem præmittuntur à nobis in memorato Crepusculorũ libro demonstrata, tria sunt. Primum, si luminosum sphæricum aliud sphæricum corpus illuminat, necesse est extremos radios luminosos vtramq; sphæram contingere. Quod si procidentes radij vtrumq; corpus contingunt, eos extremos esse, longissimosq; necesse est. Secundum, luminosum sphæricum sphærici minoris plusquàm dimidium illuminat sub eodemq; cono comprehenduntur, verticem habente in minorem sphæram. Demonstrauit hæc Vitellio in secundo libro, sed multo melius Aristarchus Samius in libro de Magnitudinibus & distantijs Solis & Lunæ. Tertium verò, ex cognita distantia centrorum prædictarum sphærarum, & ratione semidiametrorum, tum inter se, tum ad ipsam distantiam, arcum maximi circuli minoris sphæræ sub quo pars illuminata comprehenditur, certis numeris indicare. Hoc autem ex prioribus concluditur de propositis sphæris Solis atque Lunæ. Rectæ enim lineæ a c, a e connectantur, & ex a e, recta abscindatur e i æqualis b h terræ semidiametro, & connectatur b i, similiter ex a c recta linea abscindatur c k, æqualis semidiametro b g & connectatur b K. Et quoniam duo anguli ad e & h puncta, recti sunt, per 18. propositionẽ 3. libri Euclidis, quadrilaterum igitur b e, rectãgulum est, atque parallelogrammum, & eodẽ syllogismo concludes, quadrilaterum b c rectangulum esse. Anguli igitur ad i & K puncta recti sunt, & idcirco per 8. & 47. propositio-

nem primi libri Euclidis, duo anguli a b i & a b K æquales erunt. Quadrãtes sunt autem duo arcus h m & g n, propterea quòd anguli h b m & g b n recti sunt, arcus igitur n m differentia est, qua semicirculus terræ ab eo arcu sub quo illuminata pars cõprehẽditur, superatur, arcus verò f m, aut f n, illius differentiæ dimidium, cuius quidem quantitatem facil'e erit certis numeris indicare. Nam b h & e i, opposita latera parallelogrammi æqualia sunt ad inuicem, at proportio rectæ a b tum ad a e, tum ad b h nota supponitur, proportio igitur eiusdẽ a b ad a i cognita erit. In triangulo autẽ rectãgulo a i b, sicut recta a b ad rectã a i, sic sinus totus se habet ad sinum rectũ anguli a b i: ipse igitur sinus rect⁹ arcus anguli a b i cognitus veniet, & per tabulã sinus recti. eiusdẽ anguli arcus qui est m f innotescet, & proinde totus arcus m n patefiet. Vt si sphæra maior sit Sol, minor verò terra, quoniam secundum sententiam Albategnij, qualiũ partium semidiameter terræ est vna, taliũ est a e quinque & dimidium, & a b 1108. in medijs longitudinibus: earundem igitur partium erit a i, quatuor & dimidium. Multiplicabimus itaq; 4. cum semisse in 100000. sinum totum, productum verò diuidemus per 1108. & venient ex partitione partes sinus recti 406. quibus respondent in tabula 14. minu. ferè. Sol igitur in medijs longitudinibus terram illuminat sub arcu maximi circuli gradus continente 180. min. 28. ferè.



Porrò vt quanta sit ipsa summorum vapo-
rum à terra altitudo, facilius computari posit,
intueri oportet, quòd si Sol nō prius nos illumi-
nare inciperet, quàm æqualem arcum similem-
úe haberet occultationis sub horizonte differē
tiæ quadrantis maximi circuli terræ & dimidij
arcus illuminati, neutiquam Crepusculum ma
tutinum efficeret, lamberet enim eius suptem
radius horizontem. Atqui matutinum crepus-
culum efficit: igitur priusquàm sub æquali arcu
occultetur ipsi differentiæ quadrantis & dimi-
dij arcus illuminati, nos illuminare incipit. Est
itaq; semper arcus occultationis Solis sub hori
zonte, apud initium Crepusculi matutini, aut
vespertini finem, maior differentia quadrantis
& dimidij arcus illuminati. Ipsa igitur differen
tia ab arcu occultationis subtracta, arcum relin
quet æqualem ei qui inter punctum in quo ra-
dius Solis globum terrenum tangit, & centrum
sensibilis horizontis interiacet, quemadmodū
in ipsa figura animaduertere licet. Nam duo an
guli n b g, p b t recti sunt, à quibus detracto cō-
muni angulo p b g: duo igitur anguli n b p, g b t
æquales relinquentur. porrò idem ipse angulus
n b p relinquitur, subtracto angulo a b n, diffe-
rentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati
ab angulo a b p occultationis Solis, in principio
crepusculi matutini, idem enim iudicium habe
tur de angulis, & de arcubus. Quoties igitur sum
mam vaporum altitudinem metiri libuerit, dif
ferentiam semidiametrorum Solis & terræ in si
num totum multiplicabimus, quinque Ziphras
adijciendo, productum verò diuidemus per di-
stantiam centrorum, & proueniet sinus rectus
differentiæ quadrantis & dimidij arcus illumi-
nati, eius arcum subtrahemus ab arcu depressio-
nis Solis, & relinquetur arcus inter centrum sen-
sibilis horizontis, & pūctum illud in quo radius
Solis terrenum orbem tāgit: deinde dimidij hu
ius arcus complementum sumemus, & per ip-
sius complementi sinum rectum, diuidemus eū
numerum, qui ex ductu sinus totius in numerū
stadiorum semidiametri terræ fit. Equidem
proueniet ex partitione, summorum vaporum
distantia à centro terræ, sublato igitur numero
stadiorum semidiametri, suprema ipsa altitudo
in quam vapores attolluntur, nota relinquetur:
Differētia enim quadrantis & dimidij arcus il
luminati minu. 14. inuenta est, eam igitur aufe
remus à gradibus 19. occultationis Solis, & relin
quentur Gr. 18. minu. 46. huius arcus dimidiū
est Gr. 9. min. 23. cuius quidem complementū
Gr. 80. m. 37. sinum rectū habet 98661. Multi-
plicentur autem in sinum totum stadia 40090
quæ (si sententiam Eratosthenis de ambitu ter
ræ cum Cardano recipiamus) semidiameter cō
tinet, fietq; 4009000000. Diuidatur is nume
rus per 98661. & venient ex partitione 40634.
stadia, ab his auferemus 40090. & relinquetur
summa vaporum altitudo stadiorum 544. siue
M. pass. 68. At secundum calculum Allacen tā
tum reperies M. pass. 52. propterea quòd ambi
tum terræ posuit M. pass. 24000. Quod quidē
cum nautarum obseruationibus maximè con-
uenit.

Existimat autem Cardanus angulum f g d,
partium esse 19. ac si esset in centro terræ, idq;
fieri propter maximam Solis distantiam ad ter
ræ comparationem. At ex ijs quæ à nobis ostē
sa sunt, liquidò apparet partium esse 18. minu.
46. desunt enim minu. 14. differentiæ quadran
tis & dimidij arcus illuminati. Magnitudo au-
tem distantiæ Solis ad terræ comparationē ma
ximam diuersitatem facit, velut superius dixi-
mus ex sententia Ptolemæi minu. 2. se. 51. sed se
cundum Albategnium minu. 3. se. 13. angulus f
g d in figura hac Cardani, est in nostra figura c
r u, huic autem æqualis est angulus C S P. quia
lineæ z u & p q, æquidistantes sunt, angulus ve
rò k b p ipsi c s p est æqualis: æquidistātes sunt
enim b k, & c s, duo igitur anguli k b s & c r u,

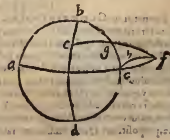


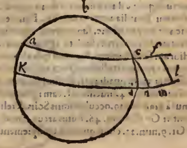
æquales sunt p
cōmunem sen-
tentiam. Angu
lus porrò a b p
occultationis so
lis ipso k b s, ma
ior est, eorum e-
nim differentia
est a b K, minu-
torum videlicet
14. igitur minor
est angulus c r u
ipso a b p: quare
si a b p ponatur 19. Gr. erit c r u Gr. 18. mi. 46.
neq; maior erit, aut minor, in ipsa Cardani figu
ra prædictus angulus f g d, quod erat ostenden-
dum. Nullam equidem excusationem habere
poterit, nisi dixerit, non prius Solem matutinū
Crepusculum inchoare, quàm radius centri in
sphæram vaporum incidens, reflexionem effi-
ciat, quasi verò alij radij aërem illuminare non
possent, cuius contrarium Vitellio concludit li
bro. 2. propositione 17. ex vmbrarum ratione,

at q; idem Cardanus in eodem 4. libro ostendit, ex toto Sole vndequaque radios prodire, argumento sumpto ex deliquijs: pars enim (inquit) quæ centro Solis opposita est, occupatur à Luna, & tum aër & parietes illuminantur. Præterea si radius centri est qui reflexionem efficere potest, non alius: vesperi igitur centro Solis in horizonte constituto, initium erit Crepusculi vespertini, at non erit nisi cum primum Solare corpus sub horizonte conditum fuerit, antea enim primario lumine, idest radijs directis nos illustrabat, & propterea in initio crepusculi matutini cum illucescit, alij radij sunt, qui luminis reflexionem efficiunt, non centrales.

Putat præterea Cardanus (quantum ex ijs quæ scribit intelligere possum) arcum occultationis Solis sub horizonte in circulo altitudinis, æqualem esse arcui distantiæ ipsius à pũcto exortiuo: quando Sol sub æquinoctiali decurrit. Solem enim Crepusculum inchoare (ait) partibus 19. ante ortum, hora fermè & quarta ante Solis ipsius ascẽsum, & si ad sũmũ (inquit) deducatur Crepusculum, vt per duas horas ante diem fiat, erit angulus occultationis solis partium 60. in circumferentia. Quare si tu circumferentiæ partes habet 60. in centro igitur 30. & proinde arcus occultationis in circulo altitudinis æqualis erit arcui longitudinis Crepusculi in æquinoctiali. Quod quidem ijs duntaxat accidere ostẽdemus, qui sub æquinoctiali degũt, eisdemq; ipsa tantum æquinoctij die, vt pote quibus circulus æquinoctialis eadem die altitudinis circulus fiat. Esto enim in mundo circulus a b c horizon. b e d meridianus, æquinoctialis a e f punctum e, sit verticale eorum qui extra æquinoctialem positi sunt. constituatur sol in f puncto æquinoctialis sub horizonte, in initio crepusculi matutini, circulus verticalis esto e g f cuius quidem e g quadrans. sed g f arcus occultationis Solis. Dico quòd maior est c f quàm g f. Angulus enim c g f trianguli c f g rectus est, & angulus g c f complementi altitudinis poli acutus: igitur maior est arcus c f ipso g f. Sed esto circulus a c f non æquinoctialis, sed ei æquidistans. Dico rursus quòd minor est arcus g f quam arcus æquinoctialis proportionalis ipsi f c cum eodem ascendens. Scribatur enim per duo puncta c & f maximus circulus, cuius segmentum inter ipsa c & f, puncta sit c h f, & quoniam arcus f g minor est quadrante, gradus enim cõtinet 19. occultationis Solis sub horizonte, in initio crepusculi matutini, angulus igitur ei oppositus quem c g ad punctum c, efficit cum arcu c h f acutus est, & propterea in triã gulo rectangulo c f g, ex segmentis maximorum circulorum constituto, latus f g minus erit ipso c h f. At maior est eodem c h f æquinoctialis arcus, qui cum arcu c f æquidistantis circuli simul ascendit, ei proportionalis existens. Igitur minor est arc⁹ f g, occultationis Solis in circulo altitudinis, quam arcus æquinoctialis qui ab initio crepusculi matutini vsq; ad ortum Solis ascendit. Idem etiam accidere demonstrare poteris eademq; arte, ijs qui sub æquinoctiali degunt, cum Sol extra ipsum æquinoctialẽ fuerit constitutus.

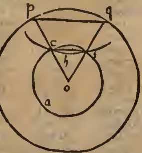
Duo autem quæ sumpsimus statim demonstrabimus, primum, quòd arcus c f æquidistantis circuli cum arcu æquinoctialis sibi proportionali qui ad horizontis sectionem terminatur, simul ascendat. Esto enim æquinoctialis circuli k i l, arcus i m proportionalis ipsi c f, & veniant per c & f meridiani, quorum segmenta inter ipsa c f puncta & æquinoctialem, sint c n & f l: proportionalis igitur erit arcus n l ipsi c f, per 14. propositionem secundi libri Theodosij. At proportionalis est etiam arcus i m, eidem c f per hypothesim, æquales igitur erunt inter se duo arcus i m & n l, & quia motus æquinoctialis omni tẽpore æqualis est, mota igitur sphæra,





cum l fuerit vbi n, erit m vbi i: at cum l fuerit vbi n meridianus fl, positionem habebit c n, & erit f vbi c: igitur cum m, fuerit vbi i erit f vbi c, & proinde æquinoctialis arcus terminum habens ad i, horizontis sectionem, ipsi c f proportionalis, cum eo simul ascendit, quod erat ostendendum.

Aliud præterea quod sumpsimus demonstrabimus, arcũ videlicet æquinoctialis ipsi c f proportionalem arcu c h f maiorem esse. In plano enim circuli a c f, cuius centrum sit o circulus maximus scribatur per c & f, cuius arcus inter eadem puncta c & f, dicatur (vt antea) c h f: i æquales sunt enim quanquam in diuersis planis



existant, propterea quòd eandem rectam lineã subtensam habent, & productis o c & o f, rectis lineis ad mensuram semidiametri maximi circuli, quæ quidem sit o p vel o q, ipso interuallo o p aut o q, super o cẽtro, circulus maximus describatur p q r. Quapropter descriptus circulus vicem geret æquinoctialis, cuius quidem arcus p q, similis erit proportionalisúe ipsi arcui c f minoris circuli, per vltimam difinitionem libri 3. Euclidis. Connectãtur autem c f & p q rectæ lineæ, & erit idcirco p q maior ipsa c f, in similibus triangulis rectilineis o p q & o c f, arcus igitur p q maior erit arcu c h f, quod erat ostendẽdum.

¶ *De distantia polaris stellæ à polo mundi arctico, & de eius vero loco. Modus etiã examinatur, quo nautæ vtuntur ad inueniendum altitudinem poli supra horizontem per stellas minoris vrsæ.*

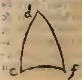
Capit. 7.

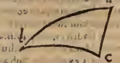
Iam stellam quæ in extremitate caudæ minoris vrsæ posita est, idcirco polarem esse dicunt, quia est nostro tempore arctico polo vicinissima: tribus enim tantũ gradibus cum minu. 30. ab eodem polo distare nostræ ætatis nautæ affirmãt. Sed si verus est stellarum fixarum motus, Ioãnis Verneri calculo repertus per tabulas Alphonsi quatuor gradus continet ea distantia cũ minu, ferè 9. nostro tempore ideſt anno 1500. At si sentẽtiam Albategnij recipiamus, aliquãto minorem prædictam distãtiam pones, quàm si sequaris Alphonsum, futurum tamen aliquando, vt dimidia circiter parte vnius gradus recedat eadem stella ab ipso mundi polo, quando videlicet Geminorum signum in quo modo est absoluerit. Est enim eius latitudo graduum 66. minima videlicet reliquarum omnium eiusdẽ imaginis, distantia igitur à polo zodiaci Borea li graduum 24. maxima. Quapropter non immerito Marinus ex Hipparcho (Ptolemæo id referẽte cap. 7. primi libri Geographiæ) ipsam stellam vltimam caudæ Australissimam esse dixit, cum præsertim ea ætate distantissima etiã esset à mũdi polo, gradibus nempe distabat duodecim cum duabus quintis, quamuis modò sit propinquissima. Quod non aduertentes quidã Ptolemæi interpretes Borealissimam vertẽrũt, Græco etiam codice reclamante. In Verneri tamen tralatione, & Bilibaldi priore editione Australissimam reperies. Est præterea in eodem loco aliud insigne erratũ omnium interpretum, quòd pro quingentis stadijs, quinq; millia & quingenta posuerunt. Hoc autem vt facilius intelligas, sensum authoris explicabo. Sub æquinoctiali (inquit) circulo habitantibus, omnia sidera oriuntur, & occidunt, inde verò progrediẽtibus versus polum mundi arcticum, quædam sidera minoris vrsæ sine occasu relinquuntur supra horizontem, sed non tota imago, donec peruentum fuerit ad loca Ocele Borealiora, quingentis stadijs. In eis enim iam tota minor vrsa, eaq; sola, primum supra horizontem apparebit sine ortu atque occasu, vltima verò caudæ horizontem tangere videbitur. Quoniam enim in Ocele polus Boræus eleuatur supra horizontẽ gradibus vndecim, cum duabus quintis, quingentis igitur stadijs ideſt gradu vno vltra Ocelem, eleuabitur idem polus gradibus duodecim cum duabus quintis. Et quia tantam inuenit

Hipp.

Hipp. distantiam extremæ caudæ vrsæ minoris ab ipso polo: circulum igitur integrum conficiet ipsa vltima caudæ supra horizōtem, quē tamen in vno puncto contingere necesse est. Erat autem eadem stella tempore Hipp. omnium aliarum eiusdem imaginis ab ipso mundi polo distantissima: tota igitur imago primum supra horizontem sine occasu relinquebatur in ipsis locis Ocele Borealioribus stadijs quingentis. Reliquis verò imaginibus illud nondum accidere poterat, quia distantiores sunt à polo ipsa minore vrsa. Ex his igitur palàm est quinq; millia stadia superaddita esse ab interpretibus Ptolemæi, neq; plura quàm quingenta in Græco codice reperiuntur.

Aduertendum est tamen, quòd posita latitudine ipsius stellæ quæ vltima est caudæ minoris vrsæ Gr. 66. quantam Hipparchus & Ptolemæus inuenerūt, posita præterea distantia eiusdem ab initio Cancri Gr. 32. minu. 30. Hipparchi tempore, tantam enim reperies si à decimo minuto primi gradus Geminorum in quo eadē stella erat tempore Ptolemæi Gr. 2. minu. 40. retrò numeraueris, quibus fixa sidera progressa fuerant ab Hipparcho ad Ptolemæum, impossibile est his positis ipsius stellæ distantiam à polo mundi Hipparchi tempore fuisse graduum duodecim cum duabus quintis, idq; etiam si aliam putes fuisse maximam Solis declinationē, quàm ipsi posuerunt. In triangulo enim sphærico a b c, ex segmentis maximorum circulorū cōstituto, sit a polus zodiaci Boræ, b verò ea stella quę in extremo caudę est, arcus a b Gr. 24. angulus a, Gr. 32. minu. 30. arcus autem b c, rectus sit ad a c Colurum solstitiorum: erit igitur idem arcus b c, breuissima distantia stellæ b ab ipso Coluro, graduumq; inuentus erit duodecim cum minutis triginta septem. Quapropter ab alio quouis pūcto eiusdem Coluri, vel supra c, vel infra idem c, maiori adhuc arcu distabit eadem stella, quàm Gr. 12. minu. 37. Iam verò si in triangulo d e f, sit d zodiaci polus, f verò polus mundi, arcus d f polorum distantia Gr. 23. minu. 51. quantam inuenit Hipparchus, quod testatur Ptolemæus, seruato angulo d, graduum 32. min. 30. si fit d e, arcus maximi circuli venientis per polum zodiaci & stellam: arcus autē e f ad rectos angulos incidat super d e, erit arcus e f breuissima distātia poli mūdi à circulo d e, graduumq; inuentus erit 12. min. 33. Et propterea si ipsam stellā posueris aut supra e, aut infra e maiori adhuc distātia recedet à polo mundi Boreali, quàm Gr. 12. min. 33. In priori autem habitudine si ponas punctum c polum mundi Borealem, multo minor relinquetur polorum distantia gradibus 23. min. 51. In posteriori verò si ipsam stellā posueris in e, multo minorem reperies arcum d e, gradibus viginti quatuor. Quod si velis vtramq; distātiam variare, maximam videlicet Solis declinationē & complementum latitudinis stellæ, vt arcus e f aut b c graduum 12. min. 24. relinquatur, multo minorem oportebit ponere maximam Solis declinationem, & complementum latitudinis eiusdem stellæ etiā minus erit quàm posuerint Hipparchus & Ptolemæus. Et propterea nisi distantia ipsius stellæ ab initio Cancri corripiatur, idest nisi minorem ponas angulum d, quàm graduum 32. minu. 30. illa omnia simul stare nō poterunt. Ponemus igitur distantiā stellæ à polo æquinoctialis graduum duodecim cum duabus quintis, maximam verò Solis declinationē Gr. 23. minu. 51. complemētum latitudinis stellæ graduum 24. nam tria hæc ita posita sunt ab Hipp. & per sextam propositionem nostri libri Crepusculorum reperietur angulus d, distantię extremæ caudæ vrsæ minoris à principio Cancri graduum 30. minu. 53. Erat igitur Hipparchi tempore eadem stella in Gr. 29. m̄. 7. signi Tauri. Additis autem Gr. 2. minu. 40. quibus stellæ fixæ progressæ fuerunt in annis 265. vsq; ad tempus Ptolemæi, locus igitur ipsius stellæ fuit tempore Ptolemæi, gradus vnus minu. 47. Geminorum. In septimo tamen libro magnæ compositionis astrorum posita est eadem stella in decimo minuto primi gradus eiusdem signi: differentia igitur gradus vnius cum minutis triginta septem. Quare si res ita se habeat memorata stella vlterius progressa est quàm Astronomorum calculus ostēdat ipsa differentia vnius gradus minu. 37. omnium enim supputatio numeros Ptolem. supponit, & proinde polo arctico propinquior est nostra ætate, quàm ipsi putant. Posset autem huiusmodi ambiguitas statim dissolui, si obseruaretur eadem stella quando





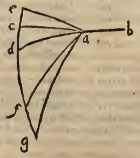
do maximam habet altitudinem, & quando minimam, aut si vel sola maxima, vel sola minima capiatur, eleuatione tamen poli supra horizontem præcognita, ex obseruationibus Solis meridiano tempore. Quanquam verò exiguus error in declinatione partiū eclipticæ circa puncta tropica, magnam efficiat in longitudine varietatem, id tamen locum habere nō potest in stellis magnam habentibus latitudinem. Si enim prædictæ stellæ distantiam à principio Cancri graduum posueris 32.min.30. Hipparchi tempore, quòd necessario facies si calculo Ptolemæi vsus fueris, haud minorem tamen reperies eius distantiam à polo mūdi Boreali gradibus tredecim cum duobus insuper minutis. Differentia igitur à gradibus 12, minu. 24. minutorum relinquitur triginta & octo, quæ viii gradui cum minutis 37. differentiæ longitudinis inter Gr.30.min.53. & Gr.32.mi.30. respondent. Ita denique declinationis differentia longitudinis differētiæ duas quintas ferè partes cōprehendit, & ab Hipparchi temporibus ad nostram vsq; ætatem eandem quoque ferè seruat proportionem declinationis differentia ad longitudinis differentiam, & in posterum perpetuò seruabit, donec attingat pūctum polo vicinissimum. Aliud tamen putat Augustinus Ricius, qui aduersus Ptolemæum contendit, ex declinationibus stellarum ab æquinoctiali certas longitudines deprehendi non posse: quia minima (inquit) declinationis particula magnā, notatuq; dignam in longitudine varietatem efficit, quod non est omnino verum. Minus autem probabile errasse Ptolemæū gradu vno minutis sex in locis solis & lunæ, & stellarum fixarum, quod conatus est ostēdere idē Augustinus leui admodum atq; fallaci argumēto, cuius summa hæc est. Ptolemæus (inquit) motum solis tardiorem esse credidit, quàm ipsa postea experientia patefecit. Anni enim quantitatem posuit 365. dies & quartam, minus 300. parte diei. Posteriores verò sicut Alphonsus, & alij, certius, eundē dierum numerum cum quarta minus 136. parte diei. Differentia igitur motuum inter calculū Ptolemæi & Alphōsi (si rectè numeraueris) erit in annis 265. gradus vnus, minuta sex. Quoniā verò nullus modus certior esse potest, quo stellarum fixarum motus cognoscantur, quàm ex coniunctione Lunæ cum aliqua stellarum fixarum, vel ex distātia inter Lunam & stellam instrumentis comprehensa, nam ex loco Lunæ locus stellæ innotescet, ea enim arte Ptolemæus, deprehendit locum stellæ cordis Leonis in medio tertij gradus Leonis, vbi igitur erratum fuerit in loco Lunæ, illic etiā errabitur in loco obseruatæ stellæ. Quantus autem fuerit lapsus in loco Solis, tantus erit in loco Lunæ, eius enim locus non nisi ex distantia ipsius à Sole deprehēdi potuit. Ptolemæus igitur [illegible] annis quib' ipse Hipp[illegible] co Solis Gr.1.minu. [illegible] fixarum tantundem [illegible]ctis commisit. At huius argumentationis solutio est, quòd Ptolemæus diligentissime obseruauit ingressus Solis in æquinoctialia puncta, cuius obseruationes & radices motuum nisi veras supponerent recentiores, certam anni quantitatem statuere non possent. Instrumentorum igitur adminiculo exquisitissimè inuenit tempus quo Sol occupabat principium Libræ. Et quoniam eisdem fermè temporibus stellarum fixarum considerationes ab eo factæ fuerunt: quamuis igitur motum Solis paulò tardiorem crediderit, quàm iuniores posuerunt, non potuit idcirco in paucis illis annis & à radice parum distātibus, motum Solis supputando, errore sensibili labi. Hæc autem vt lucidius constent obseruationem factā à Ptolemæo circa stellam cordis Leonis referemus, quod & ipse Augustinus facit. Anno secūdo Antonini die nono mēsis Pharmoti Aegyptiorum in Alexandria Sole occidēte, horis quinque mi. 30. post meridiem, considerauit Solem & Lunam per instrumentum, & distātia Lunæ à Sole visa fuit Gr.92.mi.7.se.30. Post mediam verò horam cum iam occubuisset, stellā quæ in corde Leonis est distare à Luna perspexit Gr. 57.mi.10. ad successionem signorum, in circulo per medium signiferi ducto. Erat autē sol in Gr. 3.mi.3. ferè signi Piscium. Quapropter videbatur Luna in Gr.5.mi.10. ferè Geminorū. Additis igitur 15.min. propter eius motū in dimidio horæ, & detractis quinque propter aspectus diuersitatem, relinquitur tandem ipsius Lunæ locus in Gr.5.min.20. Geminorum, quando Sol iam erat sub horizonte. Stella igitur cordis Leonis quia tunc distabat a Luna, Gr.57.minu.10. ad successionem signorum, gradus duos minu. 30. Leonis obtinebat. At Augustinus contendit Solem tunc fuisse in Gr.4.min.9. Piscium, Lunam vero iuxta prædictam à Sole distantiā in Gr.6.minu.26. Geminorum, & cor Leonis in Gr.3. minu. 36. Leonis, vno enim gradu & sex minutis affirmat Solem eo tēpore vlterius fuisse progressum. Cæterùm nos apertissime

 osten

ostēdemus locum Solis repertum à Ptolemæo, istius obseruationis tempore, vere depichēsum esse, quod ex alijs & diligentissimis ab eo factis obseruationibus ita constabit. Inter alias æquinoctiorum obseruationes exquisitissimā fecisse (ait) in Autumno anno 17. Adriani. 7. die mē ... m Aegyptios, post meridiem ... æqualibus, Colligit autē ... ni Nabonasaris vsq; expositum Autum... æquinoctium annos Aegyptios 879. & dies 66. & æquales horas. 2. Et quoniam secundo Antonini anno fluxerāt anni Aegyptij 885. post initiū regni Nabonasaris, quod in quinto libro ait: fuerunt igitur à regno Nabonasaris, vsque ad supradictum tēpus considerationis stellæ cordis Leonis anni Aegyptij 885. dies 218. horæ 5. cum semisse. A quib' si detraxeris ānos 879. dies 66. horas 2. relinquētur anni 6. dies 152. horæ 3. cum semisse quibus posterior fuit obseruatio stellæ cordis Leonis obseruatione æquinoctij. Si igitur ad id tēporis spatium, medium motum Solis supputaueris per tabulas Ptolemæi, reperies vltra integras reuolutiones solem perambulasse Gr. 148. min. 30. & quoniam tempore æquinoctij illius Autumnalis distabat sol ab auge secundum medium motum Gr. 116. minu. 40. erat enim aux in Gr. 5. minu. 30. Geminorum: & differentia veri motus & medij Gr. 2. min. 10. igitur secundo Antonini anno quando stella cordis Leonis obseruabatur, distabat sol ab auge secundum medium motum Gr. 265. minu. 10. quibus addendi sunt Gr. 2. min. 23. æquationis, siue differentiæ, & conflabitur arcus graduum 267. min. 33. veri motus initium sumens ab auge. Erat igitur sol in Gr. 3. minu. 3. signi Piscium, in quo etiam loco inuentus fuit à Ptolemæo ipso tempore obseruationis. Sed si per tabulas Alphonsi mediū motum Solis supputaueris ad annos sex & dies 152. & horas 3. cum semisse, qui intercesserūt inter illas duas obseruationes, reperies Gr. 148. minu. 31. se. 40. antea verò per tabulas Ptolemæi, reperti fuerunt Gr. 148. minu. 30. differentia igitur minu. 1. se. 40. Et idcirco sol secundū calculū Alphonsi, reperiri debuit in Gr. 3. min. 4. se. 40. Piscium, Luna similiter & stella cordis Leonis vlterius progressæ erant. 1. minu. 40. se. non gradu vno min. sex, vt Augustinus Ricius. Idem rursus alio modo ostendi potest. Secūdus annus Antonini fuit 462. à morte Alexandri, quod ex capite secundo liquet 3. libri magnæ compositionis Ptolemæi: quādo igitur stellam cordis Leonis obseruabat, erant à morte Alexandri anni Aegyptij 461. dies 218. horæ 5. cum semisse: fuit autem obseruatio illa quam commemorauimus Autumnalis æquinoctij, post annos à morte Alexandri 455. dies 66. & horas 2. quemadmodum colligitur ex 8. cap. ipsius 3. libri. Idcirco si minor numerus à maiore subducatur, adhuc relinquētur anni sex, dies 152. & horæ 3. cum semisse, & propterea idem habebitur locus solis, sicut in priori exemplo. Hæc autem congruere reperies cum exactissima alia obseruatione, quam Ptolemæus fecit æquinoctij Autumnalis, nona die mensis Athir, post vnam proximè horam à Solis ortu. 3. Antonini anno 463. à morte Alexandri. Erant enim elapsi anni 462. dies 67. horæ 19. Differētia igitur inter supradictum tempus obseruationis stellæ circa stellam cordis Leonis, & istud Autūnale æquinoctium, dies 214. & horæ 13. cum semisse. medius motus solis in eo tempore per tabulas Ptolemæi Gr. 211. minu. 29. quibus addemus Gr. 148. minu. 30. medium nempe motum inter primam obseruationem Autūnalis æquinoctij, & tempus quo stellæ cordis Leonis considerationem fecit, & conflabuntur Gra. 359. minu. 59. Ad completas igitur solis reuolutiones inter duo prædicta æquinoctia tantum deest vnum minutū. Et proinde quadrant exactissimè obseruationes Ptolemæi, cum loco solis ab eo reperto. Sed si iam velis per tabulas Ptolemæi, verum locum Solis inuenire ad secundum annum Antonini, nonamq; diem mensis Phar, & horas 5. cum semisse post meridiem, supra radicem Nabonasaris, & ab initio annorū eius computando secundum signorum successionem, vsque ad expositum tempus, in eūdem prorsus locum incides, nempe Gr. 3. min. 3. signi Piscium. Nam tametsi Ptolemæus, tardiorem posuerit Solis motum, quàm reperti' est à iunioribus, & ob id vera esse non possit radix illa, quam à 17. anno Adriani, Autumnaliq; æquinoctio, per partes circuli signorum retrocedendo, in mi. 45. primi gradus Piscium collocauit, ad initiū regni Nabonasaris, sitq; insignis lapsus: certum est tamen, quod si eidē radici æqualem motum adiunxeris, ipsi temporum differētiæ respondentem, in eundem rursus locum zodiaci incides, quem ab auge distare reperit Gr. 116. min. 40. Hinc verò progrediēdo, & per easdem tabulas æqualem motum computando ad secundum Antonini annū, & ad ipsam diem atque horam obseruationis cordis Leonis, verum lo-

locum iterũ reperies Gr.3.min. 3.signi Pisciũ. Sed quòd totam controuersiam dirimit, Ptolemæus non numeratione, sed instrumento & obseruatione locum Solis inuenit ad id tempus, & idcircò vltra Gr.3.adiecit min.3. propter aspectus diuersitatem, quæ non erat negligẽda apud horizontem. Potuit enim distãtiam Solis à meridiano per gradus horizõtis, ex vmbra gnomonis deprehendere, simul & distantiam à verticali puncto. Altitudinem verò poli in Alexãdria cognitam habebat, & idcirco in sphærico triãgulo ex duobus lateribus, & angulo eisdẽ comprehenso cognitis, tertium latus & reliqui anguli innotescunt. Sic igitur distantia Solis à meridiano per gradus æquinoctialis, & declinatio ad idẽ tẽpus ignorari nõ possunt. Ex declinatione verò locũ solis inuenire facile erat: sed solo armillarũ instrumento oĩa hæc cognoscere potuit, absq; numerorũ ductionibus & diuisionibus. Quoniam verò inter ipsas duas obseruationes Autumnalis æquinoctij (quemadmodum ex ijs quæ adduximus apertissimè liquet) intercesserunt anni septem Aegyptij, dies vna, & horæ 17. ad quod quidem tempus si iterum atque iterũ æqualẽ motũ Solis per tabulas Ptolemæi supputaueris, vnum tantum minutũm ad exactas circulationes deesse reperies. Incõsideratè igitur Hieronymus Cardanus in libello de Tẽporum restitutione scripsit, octo præcisè solaribus annis non Aegyptijs, vnam ab alia distare. Cum enim priorem obseruationem factam colligisset ex octauo cap.3. libri annis Aegyptijs à morte Alexãdri 455. diebus 66. & horis 2. idest septima die mensis Athir hora secunda, quoniã posterior fuit anno 463. à morte Alexandri nona die eiusdem mensis, minorem igitur numerum annorum subtraxit à maiori, & quoniam relinquuntur octo, putauit idcirco octo Aegyptios annos intercessisse, ex quibus vnà cum duobus diebus differentiæ inter septimam & nonã diem mensis Athir, octo anni solares siue Romani restituerẽtur. Non aduertit autem quòd quãdo prior obseruatio facta fuit, elapsi erant à morte Alexandri 455. & annus agebatur 456. sed quando posterior, annus agebatur 463. & elapsi erant 462. sic igitur septem anni relinquuntur differẽtiæ. Sed neq; si octo anni intercessissent, solares poterant esse, quia non posset fieri reditus in annis octo à secunda hora post meridiem, ad horam vnam post ortum solis. Quod cum ipse animaduerteret, supponam* (inquit) obseruationes illas quantum ad horas exactas non fuisse, non enim fieri potuit, vt intra spatium octo annorum, secunda obseruatio primã horis septem præcessisset. Sed mirum quòd Ptolemæus, vtramq; obseruationem exactissimam prædicet, tanto reperto lapsu in octo annis. Videat igitur Cardanus quomodo ea quæ infert concludi possint, & nos vnde digressi sumus reuertamur.

Animaduertendum est igitur quòd quemadmodum ex cognita altitudine poli supra horizontem, cuiusuis stellæ in meridiano existẽtis declinatio patefit, ita vicissim ex declinatione stellæ altitudo poli innotescit. Cæterùm nautæ quoniam paucas admodum stellas cognitas habent, per eam tantum quæ est in extremitate caudæ minoris vrsæ, & duas postremi lateris quadrilateri eiusdem imaginis, quæ in tota ferè plaga hac Boreali tota nocte cõspicuæ sunt, altitudinem poli arctici inquirunt. Et quia non qualibet nocte eædem stellæ ad meridianũ perueniunt, quosdam propterea canones habent, quos ab aliquo fortasse imperito Mathematico acceperunt, ex quibus eliciunt quantum polaris stellæ altitudo, in quolibet ipsius situ, maior, sit, aut minor poli Borealis eleuatione. Sic igitur quauis nocte, non semel tantum, sed sæpius, ex explorata polaris stellæ altitudine, & cognita distantia eiusdem à situ meridiani, poli eleuationem manifestam fieri putant: fallũtur tamẽ sæpissimè. Nam cum stella extra meridianum posita est, non vna atq; eadem differẽtia in omni horizonte depressior est, aut eleuatior. Esto enim meridiani segmentum d g quadrante minus, in quo d polus mundi arcticus, g verò verticale punctum vnius loci: ducatur autem à pũcto d arcus circuli maximi d b, ad rectos angulos in ipsum d g, & ponatur polaris stella in situ a inter d & b. præterea maximo circulo scripto



per a & g, super horizontis polo g. interuallo verò a g, circulus describatur in sphæræ superficie, meridianum secans in c, erit igitur d g, complemen

mentum altitudinis poli, a g verò complementum altitudinis ſtellæ a: quare d c, differẽtia erit altitudinis poli d, & altitudinis ipſius ſtellæ polaris a: quam quidem differentiam oſtendemus in omni horizõte neceſſariò variari. Eſto enim f verticale punctum alterius loci inter g, & eundem polum, & ſcripto maximo circulo per a & f super f polo horizõtis, interuallo a f circulus ſcribatur a e. Erit igitur arcus d e, differentia altitudinis poli & altitudinis ſtellæ polaris a. Maior eſt autem d e ipſa d c, quamuis igitur idem ſit ſtellarum ſitus, eademq; ſeruetur habitudo ad ſitum meridiani, non ſeruabitur tamen eadẽ differentia altitudinis poli & ſtellæ polaris in omni climate, quod oſtendere voluimus. Quòd autem punctum e longius diſtet à polo d quam c, ex eo liquet, quòd duo arcus a f & f g, ſimul accepti maiores ſunt ipſo a g, & propterea e f & f g, maiores erunt quàm c g. Detracto igitur communi f g, maior relinquetur e f quam c f, & idcirco punctum e longius diſtabit à polo d quàm c, quod erat in demonſtratione aſſumptũ. Certiorem igitur modum inferius trademus, quo poſsimus, quo libuerit tempore altitudinem poli inuenire.

De inuenienda altitudine poli per meridianas altitudines Solis & ſtellarum fixarum. Cap. 8.

CAnones quibus nautæ vti ſolent ad inueniendum meridiano tempore poli altitudinem ſupra horizontem, clarius & certius in hunc modũ perſtrinximus. Declinatio quam Sol habet ipſa conſiderationis die, auferatur ex quadrante, ſi Borealis reperta fuerit, eidem verò adiungatur ſi Auſtralis, numerus enim qui vel detractione relictus fuerit, vel additione conflatus, diſtantia erit Solis à polo mundi arctico. Tum verò eadem obſeruationis die vel per Aſtrolabium, vel quoduis aliud inſtrumentum ad id aptum minimam diſtantiam Solis à verticali puncto explorabis, quam ex inuenta Solis diſtantia à polo arctico auferes, ſi verticale punctum inter Solem & ipſum arcticum polum poſitum fuerit: addes autem, ſi Sol inter eundem polum & verticale punctum conſtitutus reperiatur: nam numerus graduum & minutorum qui huiuſmodi detractione, aut additione prodierit, diſtantia erit verticalis puncti à polo mũdi arctico, ex qua ſtatim innoteſcet loci latitudo, cui æqualis eſt altitudo manifeſti poli ſupra horizontẽ. Etenim ſi eiuſmodi diſtantia quadranti æqualis reperta fuerit, erit verticale pũctum in æquinoctiali circulo. Si inæqualis, differẽtia eius à quadrante erit loci latitudo, Borealis quidem, ſi inuenta diſtãtia minor fuerit quadrãte, Auſtralis verò ſi maior. Quò nam autẽ modo cognoſcere poſsis, ſitne Sol inter polum mundi arcticum & verticale punctum, an è contrario verticale pũctum inter Solem & eundem polum, difficile tibi non erit. Nam ſi conuerſa facie ad Solem ipſo obſeruationis tempore, quando viciniſsimus eſt verticali puncto, videris eum cum mundo circumuolui à ſiniſtra in dextram, certum habebis verticale punctum poſitum eſſe inter ipſum Solem & arcticum polum. Sed ſi à dextra in ſiniſtram, Solem igitur inter verticale punctum & eundẽ polum arcticum conſtitutum eſſe non dubitabis. Nautæ verò idem cognoſcunt ex vmbris, & nautico inſtrumento. Sed modus noſter ſimplicior eſt, & facilior, ac nullius inſtrumenti egens. Id porrò relinquebatur dicẽdum, ſi Sol ſupra verticem repertus fuerit, qualis quantaq; fuerit ipſius Solis declinatio, talis atq; tãta erit loci latitudo. Aduertendum eſt præterea quòd in locis Borealiſsimis, quæ inter polum mundi arcticum & circulum à zodiaci polo motu diurno deſcriptum, poſita ſunt, cum Sol eſt in ſignis Borealibus, dies aliquot neque oritur, neq; occidit, ſed intra quatuor & viginti horas duas altitudines meridianas habet, alterã maximam, alteram minimam: poteris igitur nõ ſolum per maximam, quemadmodum dictum eſt, loci latitudinem inuenire, ſed etiam per minimã, alio tamen modo. Diſtantiam enim Solis à polo auferes à maxima diſtantia inter punctum verticale & Solem, ideſt à complemento minimæ altitudinis, & relinquetur arcus diſtãtiæ inter ipſum verticale punctum & eundem mũdi polũ, & propterea loci latitudo ignorari nõ poterit. Similiter operandum eſt in locis Auſtraliſsimis inter circulum alium à zodiaci polo deſcriptũ & Auſtralem polum poſitis. Diſtantiam namq; Solis ab ipſo Auſtrali mundi polo auferes à complemento minimæ altitudinis, & relinquetur diſtantia inter verticale punctum & eundẽ Auſtralem polum. Vbicunq; autem acciderit,

per

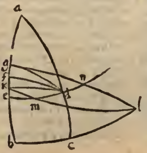
per aliquod temporis spatium altitudinem Solis supra horizontem nec augeri, neq; minui: scito polum mundi supra verticem esse. Horū demonstrationes facillimæ sunt: ex communibus enim sententijs quæcunq; hoc in loco tradidimus, statim concludi poterunt. Diuersitatem aspectus Solis in circulo altitudinis in huiusmodi obseruationibus negligendam censemus. Et eadem prorsus arte, qua per altitudines Solis meridianas siue maximas, siue minimas, altitudo poli supra horizontem (quēadmodum docuim^9) inuenitur, poteris etiam nocturno tempore, per altitudines stellarum meridianas ipsam poli eleuationem deprehendere. Nam idem est omnino modus, & eadem operandi ratio.

¶ De inuenienda loci latitudine per radiū meridianum antiquus canon noster. Cap. 9.

Obseruabimus solem quando maximam altitudinem supra horizontem habuerit, quod quidem faciemus meridiano tempore. Tum verò si vmbræ corporum rectorum supra planum horizontis, ad eandem partem proiectę fuerint, ad quam sol declinauerit ipsa consideratio nis die, complementum igitur maximæ altitudinis declinationi adiungemus, & conflabitur numerus graduum & minutorum latitudinis loci, eiusdē nominis aut Borealis, aut Australis, cum declinatione solis. Sed si umbræ ad oppositam partem proijciantur, tunc conferenda erit declinatio solis cum complemēto maximæ altitudinis ipsius. Quod si æqualia inuenta fuerint, vertex loci sub æquinoctiali circulo erit. At si inæqualia, minus à maiori auferatur, & relinquetur loci latitudo, eiusdem nominis cum declinatione, si ipsa declinatio maior reperta fuerit; oppositæ tamen denominationis, si minor. Quando sol declinatione caret, complementum maximæ altitudinis est ipsa loci latitudo, siue distantia verticis ab æquinoctiali circulo, & ad eam partem, ad quam proijciuntur vmbræ. Vtrum verò vmbræ ad septentriones proijciantur, an potius ad Austrum, ex acu nautica cognosces. Et quando deniq; sol supra verticem fuerit, ipsa solis declinatio, si quam tunc habuerit, erit loci latitudo.

¶ Examinatur modus Petri Appiani: quo in Cosmographia vsus est, ad inueniendum altitudinem poli omni die, per horam cognitam. Cap. 10.

Doctrina illa Petri Appiani ad inueniendum altitudinē poli per horę cognitionem, nullū vsum habere potest. Quicunq; enim altitudinē poli ignorauerit, horā quoque necessario ignorabit. Pater hoc intelligenti fabricas solarium horologiorū, & Astrolabij vsum. Sed si iam per alia horologia aut mobilium rotarū, aut fluentis arenæ, aut aquæ, tempus à meridie fluxum cognitum fuerit, consequens est instās meridiei ex radio solis exactè cognitum fuisse, & proinde latitudinem loci quæ quidem altitudini poli æqualis est, multò exactius per radium solis meridianum cognosci potuisse, quēadmodum in capite præcedēti docuimus. Quin tametsi hora exactè cognita fuerit, gradus etiā solis cognitus, & altitudo eius supra horizontē deprehensa, certissima tamen nos demōstratione ostendemus, nondum per tria hæc altitudinem poli in vniuersum cognosci posse. Esto enim in mundo polus Boreus a, quadrans meridiani a b, quadrans circuli declinationis solis a c, declinatio solis arcus d c, sol ipse d, arcus b c, æquinoctialis circuli horas ante meridiem aut post meridiem ostendat, ponaturque is quadrāte minor, vt angulus a sit acutus. Ducatur autē à puncto d maximi circuli arcus d f, ad rectos angulos in meridianum a b. Erit igitur arcus a d maior arcu a f, esto autem d e segmentū paralleli diurni inter meridiem & solem, & sumatur inter e & f, punctum quoduis K &



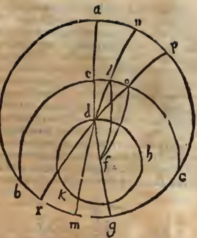
& supra f,sit punctum g: æquali distans interual
lo à perpendiculari d f,vt sit arcus f g æqualis ar
cui f K,& scribãtur per d & K, item per d & g
maximi circuli. Manifestum itaq; est per simi
lem propositionem 4. primi Ele. Euclidis arcus
d K & d g, inter se æquales esse. Quapropter si
sole ita constituto, verticale punctum vnius lo-
ci ponamus K, alterius verò loci nempe Borea-
lioris ponamus g: æquales erunt Solis altitudi-
nes supra horizontem in vtroq; loco, & eadem
erit hora, siue distantia à meridie, quam videli-
cet ostendit arcus b c, distantiæ solis à meridia-
no per æquinoctialem: maior tamen erit latitu
do b g latitudine b K,& idcirco poli altitudines
inæquales. Et proinde incertũ erit vbi nam sit
verticale punctum illius loci in quo facta fue-
rit huiusmodi obseruatio, sit ne in K vtrum in
g. Quoniam verò interiores anguli ad g, & ad k
æquales sunt ad inuicem, & vterque acutus: ten
dit idcirco altitudinis circulus g d, in quadran-
tem horizontis Australem, sed K d in Borealẽ,
æquali tamẽ recessu à sectione duorum horizõ
tum & æquinoctialis, in diuersas partes. Quare
si positio lineæ ortus & occasus æquinoctialis,
in horizontis plano examussim cognita fuerit,
poteris ex vmbra solis ipso obseruationis tem-
pore distantiam ipsius horizontalem cognosce
re, & idcirco vbi nam sis patefiet. Cæterùm hoc
ex positis non constat. Ioannes de Monteregio
Proble. 19. tabulæ primi mobilis illa tria tãtum
sumit ad inueniendum distantiam solis horizõ
talem à circulo verticali, & vno quidem syllo-
gismo arcum patefacit d f, alio verò angulum f
g d aut f K d, quem detrahit à Gr. 90. vt relin-
quatur distantia solis horizontalis à verticali
circulo, qui per Oriens & Occidẽs æquinoctia
le incedit. Cæterùm quoniam ex positis consta
re non potest, sit ne inuenta distantia Borealis,
an Australis: vertice enim existente in K Borea
lis est, at in g Australis: iubet igitur vt per præce
dens Proble. eiusdem tabulæ primi mobilis, alti
tudo solis in circulo verticali reddatur nota. Nã
si ea maior reperta fuerit proposita solis altitu-
dine, quam scilicet habet in d, memorata distã-
tia Borealis erit, sed si minor, Australis. Veniãt
enim per g & K verticales g l & K l, secetq; ver
ticalis k l parallelum à sole descriptum in m
verticalis verò g l, eundem secet in n. Manife-
stum igitur est quod si sol constituatur in d an
te meridiem, & referatur ad verticale punctum
g, maiorem altitudinem habebit supra eius ho-
rizontem, quam quando erat in n puncto ver-
ticalis circuli g l, & idcirco horizontalis distan
tia Australis repetietur. Sed si referatur ad K
minorem altitudinem habebit supra horizon-
tem, quàm cum peruenerit ad punctum m verti
calis circuli K l, & distantia horizontalis Borea
lis erit. Et propterea si altitudo quam sol habet
in verticali circulo cognita fuerit, vtrum inuẽ-
ta ipsius solis distantia Borealis sit, an Australis
ignorari non poterit. Cæterùm quoniã ad cog-
noscendum quanta sit solis altitudo in circulo
verticali, altitudinem poli supra horizontẽ cog
nitam sibi sumit. Quatuor igitur supponit cog
nita, vt prædictam distantiam inueniat, altitu-
dinem poli, solis declinationem, & altitudinẽ
ipsius supra horizontem, atq; horam. Sat tamẽ
fuerit tria tantum cognouisse, altitudinem vi-
delicet poli, Solis declinationem, & aut horam,
aut altitudinem solis supra horizõtem. Itaque
concludimus neq; per illud instrumentum cu-
ius vsum tradit in Cosmographia Appianus, ne
q; per quoduis aliud, ex trib' illis quæ assumit,
altitudinem poli supra horizontem in vniuer-
sum inueniri posse.

¶ *Iacobi Ziegleri modus ad inueniendum altitudinem poli per distantiam Solis horizontalem à meridiano examinatur.*

Cap. 11.

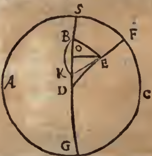
IAcobus Zieglerus In Commentario à se edito in secun
dum librum Naturalis histo
riæ Plinij, capite de Cano-
nica operatione sphæræ
à planetis per obseruationes
de cœlo, docet canone pri-
mo, situm meridiani inuenire, per altitudinem
poli cognitam ex prolixitate diei, ab horolo-
giorum indicatione. Deinde verò sexto Cano
ne ex situ meridiani cognito, per gradum solis,
& eius altitudinem supra horizõtem, eleuatio
nem poli inquirit. Sed neq; hic modus Ziegle
ri aliquẽ vsum habere poterit. Nam si non alio
modo situm meridiani inuenire docet, quàm
per eleuationem poli cognitam ex magnitudi
ne diei, quomodo igitur qui ipsam poli altitu-
dinẽ ignorauerit, situm meridiani cognoscet?
Quod autem docet septimo Canone, qua nam
videlicet arte situ meridiani atq; poli altitudi-
ne ignoratis, possit vtrũq; inueniri, per altitudi
nem

nem Solis duntaxat,& eius declinationẽ, magna est hallucinatio. Nã in infinitis propemodũ locis terræ in vna eademq; die, idest sub eadem gradus Solis declinatione, æquales habentur altitudines solis supra ipsorum locorum horizontes, atq; etiam in vno atq; eodem temporis instanti, sed poli mundi altitudines aliæ, atq; aliæ erunt, multoq; inter se inæquales: distantiæ itẽ solis à meridianis eorundem locorum, tam quæ sumuntur in æquinoctiali, quàm quæ in horizonte, aliæ atq; aliæ. Quod Ziegierus non aduertens, totam (inquit) machinam conuertam⁹ in pede, ad quandam similitudinem medij cœli, polum quoque mundi leuemus ex horizonte, & inter hoc agendum obuertamus itidem sphæram inerraticam, motu in polis meridiani declinationum, cõtra solem concepturi radios per meatus dioptræ, & hos motus tentemus, donec sit radius conceptus, vbi fuerit, eo meridianus stabit in situ meridiani cœlestis, & polus mundi in altitudine, qualem postulat locus in quo obseruatio fit. Sed fallitur insigniter, nam inuentis eo modo (vt putat) altitudine poli, & situ meridiani: cum igitur neq; vnam, neq; alteram distantiam solis à meridiano cognitam sibi sumat, licebit idcirco nobis super gradu solis & ei opposito tanquam polis, sphæram ipsam inerraticam obuertere, radij autem solis ea facta motione nihil minus per meatus dioptræ concepti erunt, variabitur tamẽ prior situs meridiani, & prior altitudo poli. Sic igitur qualẽ situm, aut qualem altitudinem poli nobis eligamus, neutiquam constabit. Hoc autem in subiecto schemate facilius intelliges, in quo quidem circulus a b c sit horizontis armilla. grad⁹ solis in ipso globo sit f, meridiani verò situs ea Ziegleri arte inuentus sit a f g, in quo verticale punctum sit d. polus mundi Boreus e: arcus igitur a e poli altitudo, e f declinationis puncti f complementum, gradum enim solis ponimus in semicirculo eclipticæ Boreali. & erit f g altitudo solis, quam quidem meridianam esse consequens est. At sphæram ipsam inerraticam obuertamus super f gradu solis, & ei opposito, tã quam super polis. Omnia igitur puncta eiusdẽ sphæræ præter f, & oppositum eclipticæ punctum, mutabuntur. Polus igitur Boreus e circulum describet b e c, & quod verticale erat circulum d h k, Solis tamen altitudo f g eadem erit, quæ antea: quia immota est horizontis armilla a b c, & immotus quoque gradus solis f. Intelligamus igitur polum mundi e, huiusmodi

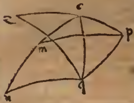


motu peruenisse iam ad l: circulus itaq; declinationis puncti f situm habebit f l. Ducto autem circulo maximo per d & l, qui horizontem secet in m & n, is erit situs meridiani, si recte operatur Ziegleius, arcus verò l n erit altitudo poli Borei supra horizontem. Et quia maior est arcus d l arcu d e, per 28. propositionem secundi libri Theodosij: minor igitur relinquetur l n ipso a e, per communem sententiam. Sic igitur non solum alium habebis meridiani situ, sed aliam poli eleuationem. Sed si deinde intellexeris eundem mundi polum arcticum peruenisse ad o, ducto maximo circulo per d & o, qui horizõtem secet in p & r, simili argumento cõcludes, situm circuli declinationis gradus Solis, esse f o, altitudinem solis atq; declinationem nihil mutari, situm tamen meridiani esse r d o p, altitudinem poli mundi supra horizontem arcum o p, minorem quidem quàm l n. Quare patet prædicta Ziegleri arte nihil certi inueniri posse. Et eodem prorsus modo ostẽdemus, quod quamuis situs meridiani cognitus detur, quemadmodum ipse sumit sexto canone, nondum tamen in vniuersum altitudo poli inueniri poterit. Leuetur inquit B polus ex S horizontis, donec decretus gradus solis veniat sub decretã sectionem altitudinis & verticalis. Et deprehensa est B, poli altitudo secundum arcum B S. Cæterùm ostendemus nos decretam sectionem altitudinis & verticalis, inæqualibus poli eleuationibus communem esse. Esto enim horizontis armilla circul⁹ A S C, meridiani situs S D G po-

polus horizontis D, verticalis quadrans per Solem venientis ipso considerationis tempore sit D E F, esto autem punctum F, in quadrante horizontis boreali. Arcus igitur F S, cognitus erit ex radio Solis. Ponatur altitudo solis B F minor declinatione, sed ipsius declinationis complementum maius ponatur arcu E O, qui in meridianum ad rectos angulos incidit super O puncto. Quibus quidem ita positis leuetur (velut iubet Ziegleru) polus mundi arcticus ex S, horizõtis & meridiani sectione, donec decretus gradus Solis veniat sub E, sitque tunc polus mundi sub B: erit igitur arcus B S, poli Borei eleuatio supra horizontem. At quoniam minor posita est solis altitudo declinatione: maius idcirco



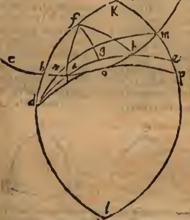
erit D E altitudinis complementum, B E declinationis complemẽto. Maior etiam positus est ipse B E quàm E O, & propterea si manente meridiano, manente etiam horizonte, & verticali D E F, sphæra ipsa inerratica vertatur, motu facto super gradu solis & ei opposito, tanquã super polis, polus B circulum describet, meridianum secantem inter O & D, secet igitur in k. Quapropter cum polus B, fuerit sub K, idem habebitur meridianus, idem verticalis D E F, eadem solis altitudo E F, & complementum declinationis K E idem etiam erit: nam B & K, æquis distãt interuallis ab ipso E. Cæterùm altitudo poli erit K S priore maior, & distantia solis à meridie in æquinoctiali maior etiam erit. Duo enim anguli supra basim B K, Isoscelis triãguli B E K æquales sunt, atq; acuti, angulus igitur D K E obtusus erit: quare duo anguli K B E & D K E, simul sumpti duobus rectis erũt æquales. Vt si exẽpli gratia angulus K B E, quinque fuerit horarum, erit angulus D K E horarũ septem, & idcirco si vltra ea quæ posita sunt, spatiũ temporis ante meridiem, aut post meridiem minus sex horis esse constaret: certum igitur haberetur, altitudinem poli in eo loco in quo huiusmodi obseruatio fit, arcum esse B S: si verò maius sex horis, arcum esse K S, sed ex assumptis neutrum horum liquere potest, & propterea ipsius poli eleuatio incognita relinquetur. Hoc adhuc manifestius intelliges in hunc modum. Sit in globo arcus c n meridiani segmẽtum, punctum c polus mundi Boreus, arcus c m, æqualis ponatur arcui K D superioris figuræ, & c n æqualis B D, & fit ad punctum c angulus m c p, quem maximus circulus c p, efficit cum c n, æqualis angulo D K E, & angulus n c q æqualis angulo D B E: arcus autem c p & c q æquales sint inter se, ipsisq; B E & K E æquales, & circuli maximi scripti intelligantur per m & p, & per n & q, quapropter vterq; ipsorum arcuum m p & n q, æqualis erit D E, & proinde æquales inuicem erũt ijdem ipsi arcus m p & n q, anguli autẽ c m p & c n q, æquales inuicem erunt, ipsisq; ãgulo K D E æquales. Si itaq; solẽ posuerimus



ad p, & verticale punctum ad m, habebitur quidem sol ipse in quadrante Boreali, sub complemento altitudinis m p, & complemento declinationis c p, & à meridie distans tanto æquinoctialis arcu, quantus est angulus m c p. Cum autẽ motu primæ sphæræ peruenerit ad q, ijs qui verticale punctum habuerint ad n, sub eodem verticali circulo, & eodem altitudinis complemento videbitur, distãtia verò à meridie ea erit quam angulus ostendit n c q. Quod si ad polum c cum meridiano c z, angulum feceris z c q, æqualem angulo m c p, arcumq; c z æqualem posueris c m, & circulum maximum scripseris per z & q, solem verò intellexeris iam peruenisse ad q: in ipso igitur instanti duobus locis terræ quæ sub z & n sunt, sub eodẽ verticali circulo, & eadem altitudine videbitur supra horizontem, quamuis ab ipsis meridianis inæqualiter distet per æquinoctialem. Petrus etiam Appianus pronuntiato 69. ex altitudine solis & Azimuth, eleuationem poli inuenire conatur, per 39. & 40. & 41. sed est petitio principij. Nam in 39. & 40 horam postulat, & in 41 ipsam poli eleuationem.

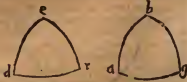
Præte-

Præterea annotatione dignū censemus, proprium esse omni loco posito inter æquinoctialem & circulum Cancri, cum Sol vicinior fuerit polo mundi arctico, quàm verticale punctum, ipsum Solem habere in vno atq; eodem circulo ex verticalibus bis ante meridiem, & bis similiter post meridiem, ita vt ex quo horizōtis loco cū exoritur, leuatur, ex eodem rursus ante meridiem radios mittat. Quapropter gnomonum vmbras in ipsis locis necesse est retrocedere, citra miraculū. Esto enim in mundo circulus Cācri, aut quiuis ali⁹ Solis parallelus Borealis a b c, & in eo segmentum a b, sit quadrante minus, & per a & b puncta, circulus maximus scribatur, cuius segmentum inter ipsa eadem pūcta a & b quadrāte minus quoq; erit, hoc enim superius ostensum fuit, capite 6. de Instrumentis quibus astrorū altitudines capiūtur, ad finē illius. Esto præterea circumferentia d a b e, eiusdē maximi



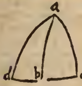
descripti circuli quadrans, & sit f punctū polus mundi Boreus, & per d & f maximus scribatur circulus: circumferentia igitur d f, quadrāte minor erit. Nā si circumferentia a b, diuisa intelligatur per medium in puncto g, & à polo f maximorum circulorum segmenta veniant ad a & b & g, anguli igitur qui ad g recti erūnt: est autē a f quadrante minus, & a g similiter quadrāte minus: quare f g quadrāte minus erit, & est d g quadrante minus, circūferentia igitur d f quadrāre minor erit. Item quoniā f g quadrāte minus est; angulus igitur f a g acutus erit, & idcirco angulus d a f obtusus. At angulus a d f acutus est, quia f g minus est quadrante: maior igitur est circūferentia d f quàm a f, & idcirco ipsa circūferentia d f, parallelum secat a b c in puncto h, inter d & f. Sit autem d f K maximi circuli quadrans, & super d polo interuallo ipso d K, semicircul⁹ scribatur K e l, cuius quidē sectio cū Solis parallelo a b c, sit in m pūcto. Et ponemus pūctū d supra verticem esse loci cuiusdam Borealis, in quo altitudo poli supra horizōtē est arcus f K, altitudinis cōplementum d f, semicirculus Oriētalis horizōtis k e l, meridianus verò f d l, punctum meridiei cum Sol parallelum describit a b c, est punctum h: id verò in quo exoritur, est m sub verticali circulo d m, qui rursus eundē secat parallelum in pūcto n inter a & h. Quod si à verticali puncto d, maximus circulus ductus fuerit, qui parallelum a b c, contingat in puncto o quemadmodum Theo. docet, erit eius quadrās d o p, is verticalis qui quā maxime à meridiano recedit: reliqui verò arcum semidiurnum h b m in duobus locis secabunt. Sol igitur in exortu, atq; pūcto n ante meridiē sub vno atq; eodē circulo ex verticalib⁹ videbitur, sed in altitudinē habebit m n: in a verò & b sub verticali d e, sed altitudines inæquales erūt, nā minor est b e quā a e. Distātia igitur solis horizontalis à meridiano ab exortu vsq; ad o ante meridiē, perpetuò augetur, sed ab ipso o vsq; ad n minuitur. Quapropter si gnomon rectus ponatur ad horizōtis planum, cum Sol fuerit in exortu, proiecta vmbra quæ infinita tunc censetur, distabit à linea meridiana, circumferentia æquali similiue ipsi K m, at cum in b proiecta vmbra distabit ab eadem meridiana linea, circūferentia æquali similiue ipsi K e: porrò cum in o quàm maxime distabit ab ipsa meridiana linea circūferentia nēpe æquali similiue K p. Deinde verò appropinquare incipiet eidē meridianæ, nā in a tantum distabit quātum in b, in pūcto autē n eodē spatio quo in m, ex quo loco ad meridianam perueniet sine regressu. Post meridiē verò similis seruabitur ordo progrediendi, & regrediendi. Nō est igitur absurdum, si in ijs locis progrediantur vmbræ, & retrocedant. In hac tamen plaga nostra Boreali quæ citra tropicum Cancri posita est, id citra miraculum fieri nō posset, quemadmodum iussu Dei legitur accidisse in signū salutis regis Ezechiæ. Et ex hoc habes altitudinis poli cognitionē, cum Solis declinatione, & ipsius distantia per horizontem à meridiano, non sufficere ad horæ cognitionem. Sol enim in a & in b, æqualiter distat à meridiano per horizō

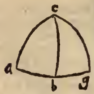
tē,arcu videlicet e K.sed inæqualiter per æqui noctialem. Nam angulus b f d, multo maior est angulo a f d. Sed vera sunt nihilominus horologia solaria: in horizontalibus enim quibus plerunq; vtimur, vmbra mundani axis quæ horam ostendit, nũquam regreditur. Sed in quibus stylus rectus est ad horizontis planũ, non ex recessu tantum vmbræ à meridiana linea horam dignoscimus, sed ex ipsius vmbræ magnitudine. Et ex hac figura præterea intelliges ex cognitis poli eleuationibus duorum locorum, & situ quẽ eorum distātia seruat ad alterum meridianum, non posse in vniuersum cognosci ipsam distantiam, nec meridianorum differẽtiam, quanquã hæc per organum meteoroscopium iactet Ptolemæus se inuenisse. Ponemus enim verticale punctum vnius duorum locorum esse d, alterius verò positum esse in parallelo m o h, altitudines poli dentur cognitæ; situs etiam quem distantia seruat ad meridianum d f cognitus supponatur, sitq; is quem ostẽdit angulus e d f: interuallum igitur eorundem locorum vel erit d a, cum tanta longitudinis differentia, quantam ostendit angulus a f d, vel fortasse erit d b, quod quidem maius existit ipso d a, cũ longitudinis differentia quam indicat angulus b f d, & propterea incertum erit vbi nam sit verticale punctũ loci Borealioris, sitne in a ytrum in b. In sphærico enim triangulo ex segmentis circulorum maximorum constituto, siue etiã in rectillneo, quamuis duo latera dentur cognita cum acuto angulo contento à tertio latere, & maiori duorum datorum laterum, nondum tamen per hæc ipsum latus tertium, & reliqui anguli innotescent. Et hac etiam de causa, per ea quæ vel Apianus cognita sumit, vel Zieglerus, altitudo poli cognosci non potest. Ioannes verò de Monte regio problemate 46. tabulæ primi mobilis, per latitudines duorum locorum, & angulum positionis, differentiam longitudinis inuestigandã proponit. Cæterùm inter operandum intercapedinem datorum locorum cognitam sibi sumit, ex qua quidem atque latitudine primi loci & angulo positionis, latitudinem secundi loci, & longitudinis differentiam inquirit. Hæc autẽ ex ipsis assumptis cognosci posse, ars Geometrica docet: quanquam idem autor Methodum quandam elegerit non satis idoneam ad inuentionem quæsiti. Nam prius quam secũdi loci latitudinem inueniat, indagare cogitur, sitné ipse secundus locus Borealior, an Australior: idq; ex anguli positionis qualitate. Constat tamen ex suprascripta figura quòd g, locus Borealior est quam a, b verò æqualis latitudinis Borealis: sed quicunq; positus fuerit inter b & e Australior erit, eodem existente positionis angulo f a e. Atque ex his intelliges 33. propositionem primi libri Menelai de Triangulis sphæricis, veram non esse in vniuersum, quemadmodum proposita est. Ita enim habet: cum æquantur duo anguli duorum triangulorum ex arcubus circulorum magnorum super superficiem sphæræ, & æquantur arcus continentes duos angulos alios vtrorumq;, scilicet omnis arcus suo relatiuo, & est vnusquisq; duorum angulorum reliquorum non rectus: tunc arcus reliquus vniꝰ duorum triãgulorum est æqualis arcui reliquo alterius, & duo anguli reliqui sunt æquales duobꝰ angulis reliquis, omnis angulus suo relatiuo. Cuius exemplum (inquit) est vt sint duo trianguli a b g, d e r. Super superficiem sphæræ, & sit angulus a, æqualis angulo d, & arcus b g æqualis arcui e r, & arcus g a æqualis arcui d r, & sunt arcus continentes duos angulos g, r, & vnusquisq; duorum angulorum b, e sit non rectus. Atque ait arcum a b æqualem esse arcui d e, & angulum g æqualem angulo r, & angulum b æqualem angulo e. At quoniam in demõstratione æquales angulos a & d, in primis sumit non rectos: eos igitur ponamus acutos. fieri igitur poterit, vt duorum b & e, vnus acutus sit, alter verò obtusus:



quare conclusio nõ sequitur, nisi ponamus vtrũque ipsorum b & e, recto esse maiorem, aut vtrũque recto minorem. Hanc etiam laterum & angulorum trianguli habitudinem parũ aduertit Nicolaus Copernicus Turinensis, in eo potissimum occupatus, quonam videlicet modo veterem ac penè oblitam Aristarchi Samij Astronomiam de terræ mobilitate, & Solis atque octaui orbis quiete, quam Archimedes in libro de Arenæ numero commemorat, methodo radicibus ac demonstrationibus Ptolemæi in lucem denuò reuocaret. Octaua enim propositio capitis 14. primi libri Reuolutionum, in quo de Sphæricis triangulis agit, ita habet. Si bina triãgula duo latera duobus lateribus

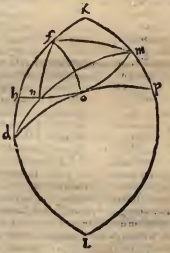
bus æqualia habuerint, alterum alteri, & angulum angulo æqualem, siue quem latera æqualia comprehendunt, siue qui ad basim fuerit, basim quoq; basi, ac reliquos angulos reliquis habebũt æquales. Sed quòd posterior pars vera non sit, facili ostendemus demonstratione. In sphærico enim triangulo a b c, bina latera a b & a c sint æqualia, basim verò b c, producem⁹ in d: sit tamen circũferentia c d semicirculo minor, & per pũcta a & d, maximi circuli circũferẽtiam ducemus a d: in duobus igitur sphæricis triãgulis a b d & a c d, duo latera a b & a d triãguli a b d, æqualia sunt duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d & angulus a d b, cõmunis existit, ad basim videlicet vtriusq; trianguli. Quapropter basis b d trianguli a b d: æqualis erit basi c d triãguli a c d, per ipsam octauam Nicolai Copernici, pars toti, quod est impossibile. Et idem absurdum sequitur de duob⁹ angulis b a d, & c a d: est enim vnus pars alteri⁹. Angulus etiam d b a semper erit inæqualis angulo d c a, nisi latera a b & a c, quæ posita sunt æqualia, quadrantes fuerint: ea igitur ponamus minora quadrãtibus, & erit idcirco angulus d c a acutus, d b a obtusus, & erit a d b acutus. Et quod igitur vndecima propositione docet, omne triangulum cuius duo latera fuerint data cũ aliquo angulo, datorum efficitur angulorum & laterum, hallucinatio est. Et similiter lapsus est propositione 6. de rectilineis triangulis. Trianguli enim cuius duo latera cum vno tantum angulo qui ad basim data sunt, reliquum latus cũ reliquis angulis cognosci nõ poterit, nisi datus angulus aut rectus fuerit, aut obtusus, aut si acutus: maius tamen datorum laterum subtendat. Nam si aliter proponatur, non cõstabit ex positis sitne acutus reliquus angulus qui ad basim, an obtusus ille, qui cum eo duos rectos angulos complet, & proinde ipsa quoq; basis ignota relinquetur. Nec minus lapsus est in 12. quę ita habet. Adhuc autem si duo anguli vt cunque dati fuerint, cum aliquo latere, eadem euenient. Cõstruatur enim triangulum sphæricum b c g, in quo duo latera b c & c g, coniuncta vni semicirculo sint æqualia, & extẽso latere b g vsq; ad a, circulus maximus scribatur per a & c, triãguliq; a b c duo ãguli c a b, & c b a, dẽtur cogniti, cũ latere a c quod angulo c b a oppositum est, atq; nondum per hæc quæ cognita supponuntur, reliquus angulus & reliqua latera cognita erunt. Nam quoniam duo latera c b & c g, coniuncta vni semicirculo æqualia sunt: angulus igitur a b c angulo b g c æqualis erit. Quapropter trianguli quoque a c g, duo anguli c a g & a g c cogniti supponuntur, & latus a c angulo a g c, oppositum sumitur cognitũ: in vtroq; enim triangulo a b c & a g c, eædẽ hypotheses sunt. Quare nondum per ea quæ cognita sumũtur, cognosci poterit vtrũ reliquus angulus qui ignotus erat, sit a c b an a c g, & vtrum reliqua latera quæ ignota erant, sint c b & a b an c g & a g. Vtrum verò rationibus illis quibus Ptolemæus vsus est ad ostendẽdum terram in circulum minime moueri, ipse Copernic. satisfaciat, cum ait nõ solum terram, sed etiam terrea, & omnia grauia, vbicunq; posita fuerint, naturali motu ab occasu in ortum ferri: rectum autem eis superuenire, quando extra loca naturalia quomodolibet peregrinãtur, atque non aliter eum recto manere circularem quàm cum ægro animal, Philosophorum est disputare. Nã nihil moueri fatebitur vel à medio, vel ad medium, quin circa idem medium quoque feratur. Hæc autem idcirco commẽtus est: vt rationem reddere posset, cur si terra in orbẽ feratur, nihilominus grauia corpora sursum proiecta, ad subiecta sibi loca ad perpendiculum redeant. Quod autem ad Astronomiam attinet, Solis & terræ loca commutat, & vt solem atque inerrantes stellas immobiles faciat, triplicem motum terræ tribuit in eccentrico orbe, vnà cum binis librationibus, vt in omni ætate stellarum fixarum obseruationes sibi inuicem congruere possint, instar duarum trepidationum quas Ioannes Vernerus ob eãdem causam finxit. Lunam non sine ratione collocat in epicyclo epicycli, cẽtrum minoris in circumferentia maioris. Cæterùm aduerto totum minorẽ intra maiorem includi oportere, ne cœlum rũpatur, si id incommodum esse putet. Et quoniam eccentricos orbes ponit: alios igitur ponere necesse erit, qui planetarũ sphæras mundo concentricas compleãt. Quare iudicio meo id solum contendere debuit, quonam videlicet modo ex suis & aliorum obseruationibus, tabu-





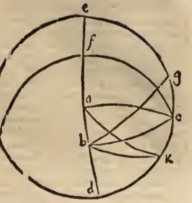
las cœlestium motuum exactiores reddere pos set. Quod quidem assequi poterat, octaua sphæ ta mota, Sole etiam moto, tertia tamen in medio mundi immobili existente, vt in cõmuni Astro nomia. Sed de his aliàs, & nos ad institutum re uertamur.

Si ex figura superius depicta cognoscere ve lis pro data loci altitudine, & data Solis declina tione Borealiori, quantum retrocedant vmbræ in superficie horizonti æquidistante, & quanto tempore per duo igitur puncta f & m, maxi mus circulus scribatur, item per f & o punctum contactus. In sphærico igitur triangulo f m k, quoniam angulus ad k ex concursu meridiani & horizontis rectus est, & f K eleuatio poli datur cognita, cum f m declinationis complemẽto: reliquum igitur latus, & reliqui anguli igno rari non poterunt, circumferentia igitur K m, quæ distantia est Solis à meridiano per horizõtem, idest complementum latitudinis ortus, & angulus k f m ei oppositus, qui magnitudinem ostendit arcus seminocturni patefient, & propterea reliquus angulus d f m, arcus semidiurni



notus relinquetur. In triãgulo autem d f o, quõ niam angulus d o f rectus est, idcirco ex d f, cõ plemento altitudinis poli, & f o complemento declinationis cognitis, reliquum latus & reli qui anguli innotescent: sic igitur d o complementum altitudinis Solis, quando fuerit in pũ cto o a meridiano quàm maximè declinante, & angulus f d o qui ipsam ostendit distantiam à meridiano per horizontem: angulus etiam o f d, qui distantiam eiusdem demonstrat per æqui noctialem, ignorari non poterunt. Ab ipso verò angulo f d o, angulum auferemus f d m, qui cognitus est propter cognitam circumferentiã K m, & cognitus idcirco relinquetur angulus o d m, cui quidem circumferentia subtenditur m p regressionis vmbrarũ. Exempli gratia: sit circumferentia f K, graduum 12. quanta videlicet est eleuatio Borealis poli supra horizontem in ciuitate Cananor Indiæ intra Gangem regum Lusitaniæ: arcus verò h o m sit segmentum paralleli capitis Cancri, complementum igitur ipsius arcus K m, idest latitudo ortus capitis Cã cri graduum erit 24. minu. 3. & ipse k m, Gra. 65. minu. 57. angulus autem K f m, arcus semi nocturni Gr. 84. minu. 44. se. 20. arcus igitur semidiurni Gr. 95. minu. 16. ferè. Altitudo so lis o p Gr. 31. minu. 26. arcus K p, qui magnitudo est anguli f d o, Gr. 69. minu. 38. à quo au feremus k m, & relinquetur p m Gr. 3 min. 41. regressionis vmbrarum. Quanto autem tempo re ipsæ vmbræ regrediantur, & quantum sol ele uetur supra horizontem in altero regressionis termino, facile erit cognoscere in eadẽ figura. Nam in rectangulo triangulo f k m ex f k & f m, cognitis, cognoscetur angulus K m f. Eum ve rò auferemus ex recto d m K, qui ex concursu fit verticalis d m cum horizonte, & cognitus re linquetur angulus f m n. Iam igitur in Isosce li triangulo m f n, quoniam anguli ad basim, cũ duobus æqualibus lateribus cognoscuntur: ipsa igitur basis quæ altitudo solis est supra horizon tem, & angulus n f m patefient. Et idcirco angulus d f n, qui relinquitur ex m f d notus erit, & proinde tempus ante meridiem cognitum. Fateor tamen me quæsiuisse ab ijs hominibus qui ad ea orbis loca crebro adeunt, quæ inter æ quinoctialem & circulum Cancri posita sunt, vtrum in ipsis locis quando sol in Cancro est, manè & serò vmbras corporum rectorum supra horizontem aliquantisper regredi vidissent: at se hoc minimè conspexisse responderunt, neć mirum, nam quia perexiguus est vmbrarum re gressus, idcirco non aduerterunt. At latere eos non debuit vmbrarum longitudinem in spatio quatuor horarum nimium contrahi ante meridiẽ, post meridiem verò quam longissimè produci, nulla interim circulari motione percepta circum gnomonis pedem. Nam iuxta prædictã demonstrationem angulus d f o, Gr. continet 60.

60.minu. 44. igitur angulus o f m, inuenitur Gr.34.minu.32. m n solis altitudo in u Gr.55. angulus porrò n f m, Gr.60.minu.28.igitur angulus d f n Gr.34.minu.48.



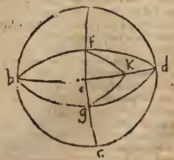
De varia Solis habitudine ad verticale punctum in differentibus locis terræ, ante meridiem & post, quod Zenit Solis appellant. Cap. 12.

NON parum conferre existimamus ad altitudinem poli per radium solis inueniendum, eam habitudinem intelligere quam Sol ipse habet ad Zenit capitis, ante meridiem & post, pro differentibus zodiaci locis, & diuersa poli altitudine supra horizontem, quod quidem facile intelligi poterit, ex ijs quæ mox à nobis dicenda sunt. Cum enim sol declinationem habuerit Borealem, ijs qui longius à Boreali polo distiterint, tota die versabitur in verticalibus circulis Borealibus, siue loci latitudo sit Australis, siue Borealis. Fieri enim non poterit vt Sol ipsa die circulum verticalem attingat ortus & occasus æquinoctialis, qui Boreales verticales ab Australibus disterminat. Iis autem qui sub ipso solis parallelo positi fuerint, similiter tota die versabitur in Borealibus, in instanti tamen meridiei supra verticem erit. Cæterùm ijs quorū verticale punctū ipsi polo Boreali vicinius est, quamdiu solis altitudo supra horizontem declinationi æqualis fuerit, aut ea minor, erit ipse sol in Azimuth Boreali. Esto enim polus mundi Boreus a, vertex loci in quo sumus b, solis parallelus c d e, meridianus e a d. Super b facto polo interuallo b f æquali circumferentiæ a d, circulus describatur in sphæræ superficie, qui parallelum c d e idcirco secabit, quoniam maior est b f quàm b d. Esto autem vna eorum sectio in c & per a & c, itē per b & c maximi circuli scribantur: æquales igitur erunt a c & b c. Et idcirco cum sol propter motum primæ sphæræ peruenerit ad c: erit eius latitudo supra horizontem æqualis declinationi. Et quia in triangulo Isosceli a b c. duo latera æqualia a c & b c minora sunt quadrantibus; anguli igitur ad a & b supra basim, acuti erunt, & propterea verticalis b c in quo sol, Borealis erit. Esto autem pūctū g inter e & c, in solis parallelo, punctum verò k inter c & d: descriptis igitur circulis maximis per b & g, item per b & k, erit b g maior quàm b c, sed b k minor, per 25. propositionē secundi libri Theo. Igitur quamdiu Sol minorem habuerit altitudinē declinatione, erit inter e & c vt in g: quapropter angulus a b g acutus erit, & verticalis b g in quo Sol, Borealis, quod demonstrandum erat. Et habeat rursus sol declinationem Borealem, vertex verò loci sit nō propinquior ipsi polo Boreali, sed altitudo solis supra horizontem maior sit declinatione.

Dico quòd ex positis constare non potest, in quo nam verticali sit sol, sitne in verticali ortus & occasus æquinoctialis, verum in Boreali, an in Australi. Nam quoniam angulus c b d obtusus est, describatur igitur circulus maximus b k, qui ad rectos angulos incidat in meridianū super b puncto: angulus igitur d b k rectus erit, & ipse b k verticalis ortus & occasus æquinoctialis: quare cum sol fuerit in k in ipso eodem verticali erit, at cum inter c & k in Borealibus inter k verò & d in Australibus, quod erat ostēdendum. Tunc autem sol erit in verticali ortus & occasus æquinoctialis, quādo tantam habuerit altitudinem supra horizontem, vt eius sinus rectus eam seruet proportionem ad sinum declinationis, quam sinus totus ad sinum altitudinis poli. Quando igitur minorem altitudinem habuerit, erit in Borealibus: at quando maiorem, In Australibus. In triangulo enim sphærico a b k, quoniam angulus k b a rectus est, & eius latera

ra minora sunt quadrantibus: igitur sicut sinus rectus complementi arcus b K, ad sinum complemẽti arcus a K, sic sinus totus ad sinum complementi arcus a b: at verò arcus b K complemẽtum eleuatio est Solis supra horizontem, quando est in verticali b K, complementum verò arcus a K, est declinatio eiusdem ab æquinoctiali, sed complementum arcus a b loci latitudo est: & propterea quando sol prædictam habuerit altitudinem, in verticali circulo erit ortus & occasus æquinoctialis, quando verò minorem, in Borealibus, sed quando maiorem, in Australibus. Ex hac demonstratione colligitur, quod si Sol est in Borealibus signis, & vel in verticali ortus & occasus æquinoctialis constitutus est, vel in aliquo ex Australibus, habebit in ijs locis quæ propinquiora sunt eidem polo Boreali, maiorem altitudinem supra horizontem, quàm sit eius declinatio in ipsa die. Infertur etiam quod vbicunque verticale punctum positũ fuerit, Sole existente in Borealibus signis, quãdiu eius altitudo supra horizontem vel minor fuerit declinatione, vel ei æqualis, erit ipse sol in Azimuth Boreali. Præterea colligitur quod Sole existente in Borealibus signis, & in Australi Azimuth, maior erit eius altitudo supra horizõtem, quàm declinatio, & minus distabit ipse polus Boreal. à verticali puncto, quàm à Sole. Sole autem incedente per Australia signa, facile erit intelligere ex ijs quæ dicta sunt, quas habitudines habeat ad verticale pũctum. Nam ijs qui longius distant ab ipso polo Australi, tota die versabitur in Australibus: ijs etiam qui sub ipso Solis parallelo positi fuerint, similiter tota die versabitur in Australibus. Cæterùm in instanti meridiei supra verticẽ erit. Porrò ijs quorum verticale punctum ipsi polo Australi vicinius fuerit, quandiu Solis eleuatio declinatione minor fuerit, aut ei æqualis, erit ipse Sol in Australi Azimuth: sed si maior fuerit ipsa Solis eleuatio declinatione, forrasse erit in verticali circulo ortus & occasus æquinoctialis, & fortasse in Borealibus, & fortasse in Australibus. Tunc autem erit in verticali ortus & occasus æquinoctialis: quando tantam habuerit altitudinem supra horizontem, vt ipsius altitudinis sinus rectus eam seruet proportionem ad sinum declinationis, quam sinus totus habet ad sinum altitudinis poli in eo loco. Quando igitur minorem hac habuerit altitudinem, in Australi erit Azimuth: at quando maiorem, in Boreali. Et ex his similiter concludes, quòd si Sol est in Australibus signis, & vel in verticali ortus & occasus æquinoctialis cõstitutus, vel in aliquo ex Borealib', habebit in his locis quæ propinquiora sunt eidem polo Australi maiorem altitudinem supra horizontem, quàm sit eius declinatio in ipsa die. Infertur etiam quòd si Sol in Australibus signis existit, quandiu eius altitudo supra horizontem vel minor fuerit declinatione, vel ei æqualis: erit (vbicunq; nos simus) in Australi Azimuth. Infertur etiam ex supra dictis, quòd si Sol fuerit in Australibus signis & in Boreali Azimuth, eius altitudo supra horizontem maior erit declinatione, & minus distabit ipse polus Australis à vertice, quàm à Sole.

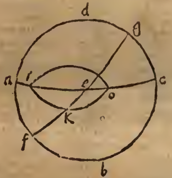
Quãdo autem Sol æquinoctialem circulum percurrit, omnibus oritur & occidit in verticali ortus & occasus æquinoctialis, sed per reliquũ diei tempus Borealibus fit Australis, Australibus verò Borealis. Iis autem qui sub ipso æquinoctiali circulo positi sunt, tota die radios mittit per eandem rectam lineam ortus & occasus æquinoctialis, quam Lusitani rumbum Lestis & Oestis appellant, In meridie verò supra verticem fit. Sit enim circulus a b c d, sectus horizon eorum qui verticem habent ad e pũctum, æquinoctialis b e d, meridianus verò a e c circulus autem b f d, sit verticalis eorum qui sunt ad f Borealem plagam: at b g d verticalis eorum qui sunt ad g Australem. Igitur quoniam anguli ad f & g recti sunt, si ab ipsis punctis verticalibus f & g, circuli maximi ducti fuerint, ad pũctum quoduis æquinoctialis inter d & e, quod sit K aut inter e & b, acutos angulos efficient ipsi maximi circuli cum meridiano. Sol igitur in d oritur in verticali circulo ortus & occasus æquinoctialis, in K verò eleuatus, ijs qui sunt ad



f, est in Australi Azimuth f K: ijs autẽ qui sunt ad g, est in Boreali g k. Cæterùm ijs qui sub Aequatore degunt, rota die versabitur in verticali æquinoctiali; quare per rectam lineam radios mittet, quæ communis sectio est æquinoctialis & horizontis. Et quoniam cognito situ meridiani, positio Solis respectu verticalis puncti, siue distantia ipsius à meridiano per horizontẽ, ex vmbris gnomonũ cognoscitur: caue igitur ne te decipiat quod Ioannes Stoflerus scribit in sphæram Procli, capite de Circulis sphæræ. Hanc enim putat diuersitatẽ esse inter vmbras eorum qui temperatas habitant Zonas, & illorum qui intra tropicos positi sunt, quòd nobis quia extra tropicos positi sumus, Sole exoriente in principio Cancri, obiectum corpus vmbrã proijciat versus occasum solis brumalem, ex oriente autem in Capricorno, proijciatur vmbra in occasum Solis æstiuum, & simile iudiciũ erit de Solis occasu: cæterùm qui inter tropicos positi sunt, eo (inquit) die quo Sol per Zenit eorum transit, vmbram matutinam habẽt rectam in occasum solis eiusdem paralleli proiectam, sicut pomeridiana recta in ortum ad horizontis punctum, super quo Sol oriebatur, extenditur. Sed reuera inter horum vmbras & illorum talis diuersitas nusquã reperitur. Quinimo omnibus habitationibus commune est, cum Sol exoritur, rectam gnomonis vmbram in oppositum eclipticæ punctum extendi. Sole igitur cũ Cancri principio exoriẽte, ijs qui sub ipso tropico Cancri positi sunt, proijcitur vmbra in occasum solis brumalem. non in occasum eiusdem Cancri, idest in plagam Borealem, vt existimat Stoflerus. Quoniam enim gnomonis recta vmbra in communi sectione posita est plani horizontis, & illius verticalis, qui per solem transit, maximi autem circuli sphæræ se inuicẽ per æqualia secãt: necesse igitur est, vt sole oriẽte cum ipso Cãcri principio, gnomonis vmbra proijciatur ad oppositum sphæræ punctũ, quod quidẽ ipsi verticali circulo, & horizõti, & eclipticæ etiam commune est. Sed neq; styli vmbra in horizontali horologio eorum qui sub Cancro positi sunt, in occasum ipsius Cancri proijcitur. Quoniam enim Sol ipsa die ante horam sextam illis oritur: matutina igitur vmbra in Australem horizontis quadrantem occidentalemq; extensa erit.

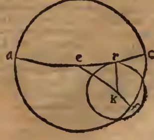
¶ Ad inueniendum altitudinem poli per radios Solis, quando meridiani situs datur cognitus. Cap. 13.

IN globo aliquo absolutæ rotunditatis circulus maxim⁹ describatur a b c d, hunc circulum officio horizõtis fungi volumus, eius polus sit e. Describatur præterea in eiusdem globi superficie meridianus a c e: & vterq; circulus in partes æquales secetur 360. Fabricetur autem ex quauis dura materia circulus vnus maximus, siue circularis armilla, quæ super ipso e polo, & ei opposito vertatur, globi conuexitati contigua, cuius

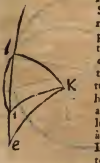


quidem facies illa quæ ad polos horizontis dirigitur, similiter in gradus more solito diuidatur. Huiusmodi verò circularis armilla meridianum & verticalem quemcumq; repræsentabit. Quando igitur altitudinem poli supra horizontem per radios solis inuenire libuerit, si meridiani positio cognita fuerit: erit huiusmodi res per ea quæ in superiori capite dicta sunt, inuentu facillima. In plana enim aliqua tabula circulari horizonti æquidistante, super cuius medio vmbilicus vmbram proijciẽs ad rectos angulos insideat, cuius item circumferẽtia in gradus diuisa sit, & in qua recta linea meridiana sit designata, per distantiam vmbræ ab ipsa linea meridiana ipso obseruationis tempore, quantum sol à meridiano distet per horizontem, deprehendemus. Per Astrolabium verò vel quadrantem, quot

quot gradibus eleuatus cernatur supra horizontem. Ipsam igitur Solis distātiam à meridiano cōputabimus in horizōte globi, ab a in b, sitq; exempli gratia arcus a f, mobilem deinde circulum maximum, siue circularem armillam ad f punctum trahemus, in situ se gnuentam porrò Solis altitudinem mox in ipso verticali mobili computabimus, ab f in e & in globi superficie notabimus pūcto K. Hac nimirū arte perinde collocatū habebitur in superficie globi ipsū K, atq; sol in mundo positus est. Vt igitur intelligamus in quonam puncto meridiani a c e, manifestus mundi polus existat, complementum declinationis Solis eodem obseruationis tēpore, per tabulam declinationum cognitum, inter circini pedes comprehendemus, & vno eiusdē circini pede manente super k tanquam polo, alterum circūducemus, circulo descripto in ipsa globi superficie. Quod si Sol extiterit ipso obseruationis tempore in Borealibus signis, sed in Australi Azimuth, minus igitur distabit Sol à vertice, quàm à Boreali polo, ipse etiam polus minus distabit à vertice, quàm à Sole, per 6. documentum. Quapropter descriptus circulus super k, meridianum secabit duobus in locis, supra e vt in o, & infra e vt in l. Polus itaq; Boreus erit in o, ad eam nempe meridiani partē, in qua angulus qui efficitur cum verticali e K obtusus est, & proinde arcus o c, eleuationis poli arctici cognitus erit. At si sol est in Borealibus signis, & in verticali circulo ortus & occasus æquinoctialis: polus igitur Boreus minus distabit à vertice, quàm à Sole: ipse etiam Sol minus distabit à vertice, quàm à polo. Quapropter descriptus circulus super K, duobus in locis meridianum secabit, paribus interuallis distantibus à verticali puncto, & in vtrouis eorum polus Boreus collocari poterit. Ipso igitur interuallo à gradibus 90. sublato, arcus eleuationis poli arctici supra horizontem cognitus relinquetur. Cæterùm Sole adhuc existente in Borealibus signis, si in Azimuth Boreali repertus fuerit, paribus præterea interuallis distiterit à verticali puncto, & à Boreali polo: descriptus igitur circulus super K, meridianum secabit in duobus locis, quorū alter erit polus Boreus, alter verò vertex loci in quo ipsa obseruatio fit, & idcirco distantia inter verticale punctū & Borealē polū cognita erit. Quod si quadrās inuēta fuerit, verticale pūctum in æquinoctiali erit, si quadrante maior, excessus supra quadrantem erit altitudo Australis poli: sed si fuerit quadrāte minor id quod relictum fuerit ex quadrante, altitudo erit Borealis poli. At si Sol existit in Borealibus signis, & in Boreali Azimuth, veruntamen minus distat ipso obseruationis tempore à verticali pūcto, quam à polo Boreali: circulus idcirco descriptus super k puncto, ipsum Solem repræsentante, in duobus locis meridianum secabit: verticale autem punctum inter ipsa sectionum loca positum erit, quod ex eis quæ in superiori capite diximus, facile ostendes, locus verò arctici poli ea erit sectio, quæ ad eam partē est, in qua Solis Azimuth cum meridiano acutum efficit angulum. Cognita igitur distantia inter verticale punctum & polum Borealem, altitudo manifesti poli supra horizontem ignorari non poterit. Sed si sol declinationem habet Borealē, & in Boreali Azimuth constitutus reperitur, minus tamen distat à Boreali polo, quàm à verticali puncto, necesse est descriptum circulum super K, aut meridianum cōtingere, aut in duobus locis secare. Si contingit, locus poli Borealis erit in ipso contactu, & idcirco cum distantia inter verticale punctum, & ipsum polū Borealem, quæ quidem minor est quadrante, cognita fuerit, erit arcus qui relinquitur ex gradibus 90. eleuatio poli arctici supra horizontem, distabitq; ipse Sol à meridie horis sex. Esto enī a f distantia solis à meridiano per horizontem, ipso tempore obseruationis, & circulus descriptus super K puncto, solem repræsentante, meridianum contingat in r: locus igitur poli Borealis erit in ipso r. At quoniam k r venit à polis meridiani per 6. propositionem 2. lib. Theo. anguli igitur ad r recti erunt, per 19. primi libri. Est autem arcus e k quadrante minor, & k r quoq; quadrāte minor: quapropter reliquum latus e r trianguli e K r, quadrante similiter minus erit. Arcus igitur e r eleuatio erit poli Borealis, & quia angulus e r K rectus est: distantia igitur

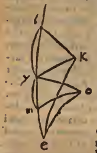


Solis à meridie sex horarum erit. Cæterùm si circulus descriptus super k, meridianum secet, in duobus igitur locis eum secabit, vt in i & l: quare Boreus polus aut erit in i, aut in l. Et idcirco si exploratum fuerit, eum locum In quo huiusmodi obseruatio fit, in plaga Australi esse, quanta tamen sit ipsius Australis poli eleuatio ignoramus, poterit hoc ex eadem obseruatione cognosci. Nam polus Boreus in nullo alio loco esse poterit, quam in l. Circuli enim maximi scripti intelligantur per k & i, item per k & l: in triangulo igitur Isosceli i k l, ex segmentis maximorum circulorum constituto, duo anguli supra basim i l acuti erunt: angulus igitur e i K obtusus. Et quoniam Sole incedente per Borealia signa, iis qui in plaga sunt Australi, ante sextam horam occidit, & post sextam oritur: non poterunt igitur Borealem polum habere ad i, sed potius ad l, in quo loco angulus e l K, distantiæ solis à meridie, acutus est.



Detracto itaq; quadrante ex arcu e l, qui est inter Zenith & polum Borealem, nota relinquetur distantia ab æquinoctiali versus Australem polum, & proinde quanta sit in eo loco eleuatio poli Austrini cognita erit.

Veruntamen si vbi nam positus sit locus ipse, in quo ea obseruatio facta est, prorsus ignoramus, non poterit prædicto modo altitudo poli deprehendi. Quin & si compertum fuerit eundem locum positum esse in Boreali plaga, nondum tamen ex datis cognosci poterit, quanta sit ipsius poli arctici altitudo. Illud tamen certum erit, eundem Borealem polum aut esse in i aut l. Ad i autem erit, si distantia Solis à meridie maior fuerit sex horis: at ad l, si sex horis minor fuerit. Cæterùm vtrunq; ignotum proponitur, poli altitudo, & distantia solis à meridie. Et propterea vt vtrunq; constare possit, facta priore obseruatione, in qua sol positus est ad K sub cognito verticali e K: post paruam temporis morulam, iterum Solem obseruabimus, qui exempli gratia amplius eleuatus repetiatur in verticali e o. Quare super o pũcto Solem repræsentante in posteriore situ, circulum describemus ad mensuram prioris, interuallo nẽpe æquali cõplemento declinationis. Secabit igitur hic posterior circulus meridianum aut in y aut in l, & in alio quodã puncto. Nã in vtroq; y & l secare nõ potest, ne accidat impossibile 7. propositionis primi Euclidis. Secare autẽ in altero eorũ necesse est, quia aut in y aut in l, polus arcticus positus est: secet igitur in y atq; in m, & erit idcirco ipse arcticus polus in y. Quapropter cognita



distantia e y, inter punctũ verticale, & polũ Boreũ, altitudo manifesti poli supra horizontem ignorari nõ poterit. Tempus verò ante meridiem, ex angulo cognoscetur e y o, super mundi polo in posteriore obseruatione, in priore verò ex angulo e y K, & idcirco parua illa temporis mora similiter innotescet.

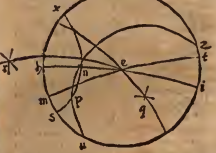
Porrò quonam modo sit operandum quando sol per Australia signa incedit, ex eisdem regulis deprehendes. Nã si ipso tempore obseruationis, in Boreali extiterit Azimuth: facto igitur polo super puncto Solẽ repræsentante, interuallo autem æquali cõplemẽto declinationis, circulum describemus in ipsi globi superficie, & locus Austrini poli, quemadmodum in primo canone inuentus erit. At si in Azimuth ortus & occasus æquinoctialis, locus Austrini poli, quemadmodum in secũdo inueniri poterit. Si in Australi Azimuth positus reperitur, & æquis distat interuallis à verticali puncto & à polo Austrino, inueniemus quemadmodum in tertio distantiam verticalis puncti ab ipso polo Austrino, & ex ea altitudo manifesti poli innotescet. Si in Australi Azimuth, minus tamen distat à verticali puncto quàm à polo Austrino, inueniemus quemadmodum in quarto distantiam verticis ab ipso Austrino polo, ex qua quidem altitudo manifesti poli patefiet. Si in Australi rursus Azimuth, cæterum minus distat à polo Austrino, quàm à verticali pũcto, tangitq; descriptus circulus meridianum, locus Austrini poli erit in ipso contactu: distãtia verò solis à meridie Gr. 90. comprehendet, quibus in æquinoctiali circulo sex horæ debentur. Sublato autem interuallo inter verticale punctum & ipsum polum Austrinum ex vno quadrante, altitudo eiusdẽ Austrini poli cognita relinquetur.

At si non tãgit, sed secat, in duobus igitur locis

ipsum secabit meridianum. Quare si compertū fuerit eum locum in quo ipsa obseruatio fit, in Boreali plaga positum esse, sed quanta sit Borealis poli eleuatio ignoramus, poterit hoc ex eadem obseruatione deprehendi. Nam locus Austrini poli in ipso globo, ea erit sectio, quæ remotior fuerit à verticali puncto, & idcirco inuento loco Austrini poli, quanta sit Borealis poli eleuatio per doctrinam sexti canonis patefiet. Cæterùm si vbi nam positus sit locus ipse, in quo huiusmodi obseruatio fit, prorsus ignoramus, non poterit prædicto modo altitudo poli cognosci. Quin & si compertum fuerit, eum positum esse in Australi plaga, nondū poteris ex datis, quanta sit Austrini poli altitudo deprehendere. Et propterea post aliquam temporis morulam, iterum Solem obseruabimus, & quemadmodum in octauo canone, altitudo manifesti poli supra horizontem innotescet. Quando verò Sol nullam habuerit declinationem ab æquinoctiali circulo, facillimum erit altitudinem poli inuenire. Nam si in Australi Azimuth repertus fuerit, polus manifestus Boreus erit. At si in Azimuth Boreali Austrinus erit manifestus polus. Describemus igitur maximum circulum in ipsius globi superficie, polo facto super puncto Solem repræsentāte, sectio enim verticali pūcto vicinio. locum manifesti poli ostendet.

¶ *Ad inueniendum altitudinem poli per radios Solis, etiam si meridiani situs ignoretur.* Cap. 14.

IN plana illa circulari tabula qua in precedenti capite vsi sumus, quanquam in ea recta linea meridiana delignata non sit, Sole lucente sitrus vmbræ gnomonis notetur, & per Astrolabium in eodem temporis momento solis altitudo supra horizontem deprehendatur. Deinde verò post aliquam temporis morulam similem faciemus obseruationem. rursus enim situm vmbræ notabimus & solis altitudinem supra horizontem capiemus. Nam ex ipsis duabus solis eleuationibus, & vmbræ progressu per circularis tabulæ circumferentiam non erit difficile altitudinē poli inuenire. Vmbrarum enim differentiam inter ipsas duas obseruationes, in horizonte globi supputabimus, à quo libuerit pūcto exordientes. Sit autem exempli gratia arcus h m, mox verò ad punctum h, mobilem verticalem traducemus in situ h e i, & altitudinem solis prioris obseruationis computabimus ab h in e, cuius quidem finis notetur puncto n. Eadem arte verticali eodem translato ad m in situm e t, & altitudine solis posterioris obseruationis cōputata, finem notabimus puncto p. Pūcta itaq; n & p. perinde collocata erunt in globo, respectu pūcti e, atque Sol in mundo respectu verticalis pūcti. Quare vt positionem alterius polorū mundi



ad ipsum verticale pun[illegible]ū cognoscamus, arcū complementi declinationis solis in ipso obseruationis die, inter circini pedes comprehendemus, & super ipsis n & p, punctis factis polis, duos circulos describemus, quorum sectiones sint in q & r punctis. Ille igitur polus mundi à quo solis declinatio denominationem sortitur, cuius solin ipso obseruationis tempore vicinior est, vel erit in q vel in r. Si est in q Solis parallelus erit p u z n, & arcus meridiani inter e, verticale punctum & ipsum mundi polum erit e q. Sed si est in r Solis parallelus erit p s x n, & arcus meridiani inter verticale punctum & eūdem mundi polum erit e r. In vtro autem eorū punctorū sit, hac arte cognoscemus. Nam si cō uersa facie ad Solem moueri cernatur à sinistra in dextram, pūctum idcirco verticale positum esse dicemus inter polum mundi Borealem & solis parallelum, ipsumque Solis parallelum inter verticale punctum & polum Australem, vel in eodem Solis parallelo ipsum verticale positum erit. Si à dextra in sinistram contrarium pronunciabimus: nam cum hoc acciderit, positus erit Solis parallelus inter polum

Borea

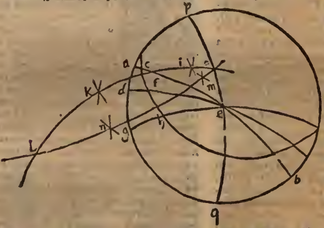
Borealem & verticale punctum, & idem verticale inter Solis parallelum & polum Australē, vel in ipso Solis parallelo. Quare si polus mundi qui eo tēpore Soli vicinior est, Borealis fuerit, & vertatur ipse sol à sinistra in dextram, certum erit locum Borealis poli esse ad q, & proinde arcus e q cognitus fiet: ex quo quidē manifesti poli eleuatio illico patefiet. Sed si à dextra in sinistram verti cernatur, quod quidem ex vmbrarum circuitione facile cognosces, polus Boreus erit ad t, & meridiani segmentum inter eūdem polum & verticale pūctum erit e t, ex quo quanta sit manifesti poli eleuatio, & situs meridiani innotescet. Similiter autem ratiocinādū, quando polus Soli vicinior Austrinus fuerit. Cognito autem hac arte situ meridiani, quanta fuerit in vtraq; obseruatione distantia solis horizontalis ab ipso meridiano, ignorari non poterit. Atq; ex hoc quantum nautici instrumenti meridiana linea à vero meridiano recedat, statim cognosces, si supra medium ipsius stylū ad rectos angulos erexeris. Quod quidem nautis non tantum vtile, sed apprimè necessarium, vt quorsum nauigando tendant, verosq; locorum situs, intelligant. Cæterùm in quibus locis gnomonum vmbræ ante meridiem & post, progrediuntur, & deinde regrediuntur, quod superius commemorauimus, regula hæc nostra de habitudine verticalis puncti ad Solis parallelum, & mundi polos, operantem fallere poterit. Sol enim exoriens ad m in figura capitis XI. ijs qui sunt ad d, in verticali cernitur d n m: quando autem peruenerit ad o, in verticali videbitur d o p. Quæ autem dexterioribus spectantur radijs, dexteriora apparent, quæ verò sinisterioribus, sinisteriora videntur, per suppositiones perspectiuæ Euclidis: ab m igitur vsq; ad o verti videbitur à sinistra in dextram, vmbræ verò gnomonum alterno motu à dextra in sinistrā, at ab o vsque ad h meridiani sectionem, à dextra in sinistrā reuolui videbitur, nam ad h perueniens, ad verticalem redibit d n m: vmbræ igitur à sinistra in dextram. Quapropter vt nihil erroris aut ambiguitatis in nostra hac poli muni inuestigatione relinqui possit, tertiā facere oportebit obseruationem, in qua solis altitudo notetur, cū differentia inter duas postremas vmbras. Et eadem arte qua antea vsi sumus, punctū signabimus in globo, quod in postrema hac obseruatione solem repræsentet, super quo facto polo, ad eandem mensuram complementi declinationis circulum describemus, qui quidē duos priores circulos in altera duarum sectionum secabit, nempe vel in q, vel in t: in vtraque verò impossibile, nisi Sol declinatione caruerit. At vbi secauerit, ibi locus erit illius poli, qui in ipso obseruationis tempore Soli vicinior fuerit. Quando igitur sol per æquinoctialem incedit, tertia obseruatione opus non est: nam Borealibus tota die à sinistra in dextram vertitur, Australibus verò à dextra in sinistram: ijs autem qui sub ipso æquinoctiali positi sunt, nec à dextra in sinistram nec à sinistra in dextram, vmbræ enim gnomonum in vnam rectam lineam proijciuntur.

¶ *Ad inueniendum altitudinem poli per radios Solis situ meridiani & declinatione Solis ignoratis.*

Cap. 15.

Quando verò non solum meridiani situs, sed etiam declinatio Solis ignoratur, non erit difficile ex eis quæ docuimus, vtrumque notum efficere. Tres enim faciemus solis obseruationes in tanto temporis interuallo, quantum sufficiat vt ipsius Solis altitudines sensibili differentia crescāt, aut decrescant, & in quo progressus vmbræ per circularis tabulæ circumferentiam sit manifestus. Tum verò quemadmodum in præcedenti capite operati fuimus, trium vmbrarū differentias in horizonte globi supputabimus, & mobilem verticalem traducendo ad tres earū situs, tresq; altitudines solis in eodem verticali mobili computando, tria puncta in globo notabimus, quę quidem tres Solis situs respectu verticalis puncti repræsentabunt. Et quià in parallelo Solis posita esse necesse est eiusmodi tria puncta: polos igitur illius circuli qui per eadē tria puncta venit, secundum præcepta Geometricæ artis inueniemus: ipsi enim duo poli mundi erunt, Boreus nempe & Austrinus. Exempli gratia, ponatur verticalis mobilis in quo libuerit situ, qui sit a e b, & sit a c altitudo Solis prima obseruatione reperta, a d verò in horizōte globi, sit arcus ille, quē gnomonis vmbra per circūferentiam plani instrumenti inter primam & secundā obseruationem pertransiuit. Translato igitur mobili verticali ad d fit d f, altitudo solis

secunda obseruatione reperta. Inde porrò eodē verticali translato ad g fit d g, arcus pertrāsitus ab ipsius gnomonis vmbra inter secūdam & tertiam obseruationem, arcus verò g h est ò solis altitudo ipsa tertia obseruatione reperta. Tria igitur puncta c f & h, respectu puncti e collocata erunt in globi superficie, perinde atq; Sol tribus illis obseruationibus in mundo repertus est. Quare vt polos mundi inueniamus, circulumq; describamus, qui per ipsa tria puncta veniat, non alia arte operādum erit, quàm ea qua communiter vti solent, ad inueniēdum in vno plano centrum circuli, qui per tria data puncta veniat, quæ in vna recta linea non sunt: & demonstratio huius similis erit demonstrationi illius. In hac enim ducendi sunt arcus maximorum circulorum per quælibet duo puncta, in illa verò rectæ lineæ. Ratiocinamur illic per 8. & 4. primi libri Euclidis: hic verò per propositiones similes 4. & 8. quas quidem Menelaus demonstrauit in 1. lib. triangulorum sphæricorum. Super punctis itaq; c & f, interuallo maiori quam est dimidium c f, quadranti tamen minori, decussationes faciemus ad i & K, ipsis au-



tem k & i, punctis circularem aliquam armillā mobili verticali similem coaptabimus, penes quam circulum maximum in ipsa globi superficie describemus l k i. Eodem modo super f & h, interuallo maiori quàm est dimidium f h, duas alias faciemus decussationes ad m & n, & ipsis m & n pūctis eadē circulari armilla coaptata, circulum maximum describemus l n m.

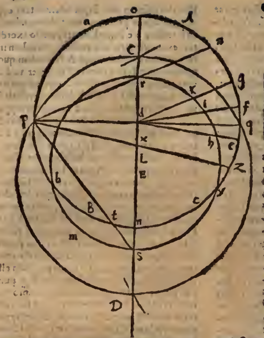
Horum verò duorum maximorum circulorum vna sectio fit in puncto o supra horizontem, & altera in l sub horizonte. Aio itaq; ipsa l & o, puncta duos esse mūdi polos, arcticum nempe, & antarcticum, ita vt super o aut l, descripto circulo per c, transeat etiam per f & h. Quicq; polus vicinior inuentus fuerit puncto verticali e, ipse erit manifestus: remotior verò sub horizonte occultus: arcus igitur e o complementum erit altitudinis poli, circulo maximo descripto per ipsa e & o puncta, qui horizontem secet in p & q. Si arcus maximi circuli inter e & o, quadranti æqualis inuentus fuerit, versabitur Sol ipsa die in æquinoctiali, sed si quadrante minor, aut maior, repertus fuerit, differentia à quadrante erit Solis declinatio. Cum igitur ad eum modum quanta sit manifesti poli eleuatio, & quanta sit Solis declinatio innotuerit, si in qua Zodiaci medietate sol eo tempore versetur, cognitum fuerit, non solum ex his qualis ipsa declinatio sit patefiet, sed etiam quinam sit mundi polus, qui eleuatus cernitur, Boreus ne, an Austrinus. Situm verò meridiani per distantiam vmbræ à puncto p aut q, quemadmodum in præcedenti capite cognosces.

¶ *Rursus declinatione Solis & meridiani situ ignoratis, altitudinem poli in planorum circulis inuenire.* Cap. 16.

IN primis commemoranda est dispositio & habitudo quorundā circulorum sphæræ, polorum & centrorum eorūdē circulorū in vulgaro planisphærio Ptol. Cæterum enim æquinoctialis pro polo manifesto ponitur. Rectæ lineæ ab ipso centro venientes vice circulorum maximorū sunt, qui

qui per polos mundi ducuntur. Rectus igitur horizon recta quædam linea existit. Pro reliquis circulis, circuli ponũtur, sed non vna atq; eadem magnitudine. Horum centra alibi sunt, quàm vbi ipsorum poli. Obliquorum porrò horizontium & ei æquidistantium centra, & verticalia puncta, in recta meridiana posita sunt. Sed quanquam horizontis & ei æquidistantiũ idem polus, centra tamen nõ sunt eadem: at ex cognito situ siue poli, siue centri horizontis, cẽtra & diametri æquidistantium circulorũ, quos Almicantarath Arabicè vocant, cognita erũt, & vicissim ex cognita diametro cuiusuis eorũdem æquidistantium; habitudo atq; distantia poli horizontis à mundi polo patefiet. Quæ cũ ita sint, licebit cum opus fuerit, polos mundi cũ polis horizontis commutare, æquinoctialem cum obliquo horizonte, æquidistantes æquinoctiali cum iis qui ipsi horizonti æquidistãt; meridianos etiam cum verticalibus, vt qui erat rectus horizon, verticalis fiat ortus & occasus æquinoctialis. In qua quidem commutatione vna tantum recta linea quæ meridiani vice fungitur, per polos mundi & horizontis transiẽs in suo permanet officio. Ex quo facile erit intelligere, quanam arte possimus in planisphærio ex cognita diametro atq; situ cuiusuis circuli, eorum qui æquinoctiali æquidistãt, distãtiam poli mundi à polo horizontis inuenire. In planisphærio enim æquinoctialis a b c, ponatur pro horizonte, & in partes æquales 360. secetur, centrum d quod erat mundi polus, sit modo ipsius horizontis polus, siue verticale punctum. Ducantur autem per ipsum centrum duæ diametri occultæ, se inuicem ad rectos angulos secantes, & à termino vnius qui initium dicatur primi quadrantis eiusdem circuli in singulas partes secundi quadrantis rectæ ducantur lineæ, cuius sectiones cum altera diametro punctis quibusdam signentur, quemadmodum facere consueuimus, cum in vulgato planisphærio Ptol. circulum Cancri, & quosuis æquidistantes ex æquinoctiali deducimus. Diuisa igitur ad eum modũ vna ex semidiametris in 90. partes, Astrolabij indicem siue ostensorem ad eandem mensuram in eisdẽ partibus, eisq; apertis diuidemus, quibus debitos numeros apponemus. Eritq; ipse ostensor vice mobilis verticalis, cuius adminiculo Solis altitudines in planisphærio notentur. Quando itaq; ex tribus solis altitudinibus, & duabus vmbræ differentijs, altitudinem poli supra horizontem cognoscere operæ pretium fuerit, supputabimus in circulo a b c à quo libuerit puncto exordiẽtes, exempli gratia ab e vmbræ curriculum inter primam obseruationem & secundam, quod quidem sit e f, & à puncto f similiter vmbræ curriculum inter secundam & tertiam postremamue, quod sit f g: mobili deinde verticali siue ostensore posito in situ d e, primam supputabimus Solis altitudinem ab e in d, quæ sit e h, in situ verò d f, secundam altitudinem f i: at in situ d g, tertiam g k. Ipsa igitur tria puncta h i K, eam habitudinem habebunt in planisphærio ad punctum d, quam sol in mundo ad verticale. Per præcepta igitur artis Geometricæ centrum inueniatur, super quo describatur circulus, qui per eadem tria puncta veniat, quod sit l. Quapropter si ad mensuram l h aut l i aut l K, circulus K m h, descriptus fuerit, ipse erit solis parallelus ea die in qua prædictæ obseruationes factæ sunt. Connectatur autem d l recta linea, quæ vtrinque producta circumferentiam horizontis secet in o & n punctis. Et erit idcirco ipsa recta linea n o, pro meridiano posita: & proinde meridiani situs cognitus erit. Nã tot gradibus atque minutis gnomonis vmbram distare necesse est à meridiano in postrema obseruatione, quot sunt in arcu o g. A puncto autem d planisphærij centro, super n o, recta excitetur linea ad rectos angulos in eodem plano, & vtrinque producatur ad lõgitudinem diametri, sitq; ea p q: erit igitur ipsa p q, pro circulo verticali posita ortus & occasus æquinoctialis. Ducantur à puncto p ad r & s, sectiones paralleli solis, & meridianæ, rectæ lineæ horizontem secantes in t & u, & arcus t u per æqualia secetur in z: præterea ab ipso p ad z, recta ducatur linea meridianum secans in x: erit igitur q z, distantia inter Zenith & polum mundi manifestum: ipsum autem punctum x, eundem polum in planisphærio repræsentabit. Quare si circulus a b c meridianus intelligatur, erit q verticale punctum, z verò manifestus mundi polus: arcus porrò z u, distantia ipsius paralleli, quem gradus solis describit, ab eodem mundi polo, & idcirco ipsa solis declinatio cognita erit. Cuius quidem altitudo meridiana erit o u, orientalis intersectio eiusdem paralleli solis & horizontis sit in y: erit igitur horizontis arcus q y, latitudo ortus. Duo arcus z A & z B sint

qua-



quadrantes: erit igitur in hoc exemplo A u, loci solis declinatio ad manifestum polum, quæ quidem manifesta erit, etiam si maxima zodiaci obliquitas ignoretur. Ducantur ab eodem puncto p rectæ lineæ ad A & B rectam n o, vlterius productam secantes in C & D. Erit igitur C D, æquinoctialis diameter. Quare si super E puncto medio circulus describatur, per p transibit & q, & fungetur in planisphærio æquinoctialis officio. Arcus porrò A q, est loci latitudo: at z n poli altitudo supra horizontē. Similiter si indicem ostensoremuè qui pro verticali mobili positus est, in situ posueris n o, numerus partium inter n & x, ipsam quoq; ostendet poli altitudinem supra horizontem, C d verò loci latitudinem. Non sunt hæc ad operandum difficilia: ea porrò quæ sumuntur ad inuentionem quæsiti perpauca sunt, & in promptu omnibus, nempe lucente Sole, ipsius altitudinem supra horizontem deprehendi posse, atque vmbræ gnomonis curriculum in plano horizonti æquidistante. Quæ inueniuntur plura, scituq; dignissima, Astronomiæ & Cosmographiæ fundamenta.

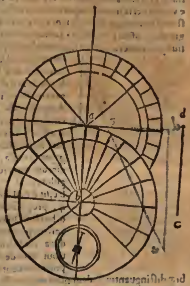
¶ *Nocturno tempore altitudinem poli supra horizontem inuenire.* *Cap. 17.*

SI stella aliqua cognitæ declinationis in meridiano reperta fuerit, id est i maxima aut minima altitudine, poteris ex ea altitudinem poli non aliter, quā per radios solis inuenire. Si non, duarū stellarum cognitarum quæ in diuersis verticalibus constitutæ sint, altitudines capiantur, & in astrifero globo quo Astronomi vtūtur, super eisdem stellis tanquam polis cum complementis ipsarum altitudinum duo circuli describantur, quorum sectiones duæ erunt, & quia in altera earū erit verticale punctū loci in quo obseruatio fit, vtra earum accipienda sit, ex stellarum couersione cognosces, quemadmodum superius in capite 14. de Sole diximus. Quare distātia ipsius verticalis pūcti ab æquinoctiali, quæ quidem altitudini poli æqualis existit, cognita veniet.

¶ *De instrumento, quo vtraq; Solis distantia à meridiano per æquinoctialem videlicet & per horizontem inuenitur, & de vmbrarum ratione ad gnomonem.* *Cap. 18.*

SOlaribus horologijs rarò vtūtur nautæ, propterea quòd nauigando non diu permanent sub vna poli mundi eleuatione. Sæpius verò Solem obseruant, vt cognoscant, in quonam verticali siue Azimuth sit constitutus: idq; sola deprehēdunt æstimatione nautici instrumenti adminiculo, non ex radio Solis, neque ex vmbris gnomonum. Quare non erit inutile Solare cōstruere horologium, quo vtraque Solis distātia à meridia

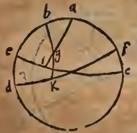
ridiano, per æquinoctialem videlicet & horizõtem deprehendatur. Horizontalis enim horologij circulo in horaria spatia (vt solet) diuiso, super a meridiei puncto, ad eandem mensuram circulus vnus describatur, & in 32. æquales partes diuidatur, ductis ex centro lineis ad sectionum puncta: eritque huiusmodi circulus pro eo nautico instrumento, quod Hispani acum appellant. Deinde super ipso a stylus c d, erigatur ad rectos angulos super horologij plano, tãtæ proceritatis vt filum quod centro b, & verticali d innecti debet, efficiat cum a b, ad punctũ b, angulum altitudinis poli in data regione. His enim ita paratis, si ipsum instrumentum in plano aliquo posueris horizonti æquidistante:



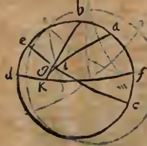
recta præterea a b in meridiani situ posita fuerit, styli c d vmbra in circulo cuius centrum est a Solis Azimuth, fili verò vmbra in horologio horam diei indicabit.

Putant autem nautæ distantias Solis à meridiano per horizontem, & per æquinoctialem computatas, æquales inter se semper esse, falluntur tamen: quia semel tantum sunt æquales, si ab eadem parte meridiani computentur, nempe quando tanta est Solis altitudo supra horizõtem, quanta declinatio ad partes occulti poli inuenitur. Præterea semel æquales, si à diuersa,

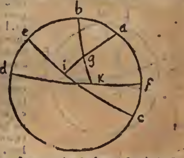
quando videlicet tanta fuerit solis altitudo supra horizontem, quãta ipsius declinatio ad manifestum polum. Ponamus enim meridianum a b c, æquinoctialis semicirculum e c: horizontis verò d f polum manifestum a, Zenith b, Solem in g constitutum in eadem mundi parte esse in qua Zenith, & ante meridiem, aut post. Veniat autem per Solem circulus declinationis a i, altitudinis verò b K: duo igitur arcus a g & b g, iuncti semicirculo sunt minores, & idcirco in triangulo a g b exterior angulus g b d, interiore b a g maior exit. Et proinde d K solis distãtia à meridiano per horizontẽ maior erit quã e i, distantia ipsius p æquinoctialem. Idem



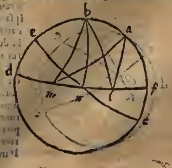
concludes; eademq; arte, si sol in æquinoctiali circulo constitutus fuerit. Porrò eisdem circulis descriptis, ponamus solem ad partes occulti poli declinare, & arcum g K altitudinis, arcui g i declinationis æqualem esse. Duo igitur arcus b g & a g, iuncti vni semicirculo sunt æquales: quapropter exterior angulus e b g, æqualis erit interiori b a g, in eodem triangulo a g b: & proinde distantia d K per horizontem, distantiæ e i per æquinoctialem æqualis erit. Sed ponamus arcum g K, altitudinis solis minorem esse g i, declinationis arcu. Igitur duo arcus b g & a g, iuncti vno semicirculo sunt maiores: quare exterior angulus minor erit interiore, & proinde minor erit d K ipso e i. At ponamus g K, maiorem esse ipsa declinatione g i. duo igitur arcus b g & a g, iũcti vno semicirculo minores erunt, & propterea exterior angulus interiore maior



maior erit in eodem triangulo a g b. Quapropter distantia d k, maior erit ipsa e i. Et ponamus tandem g k, solis altitudinem supra horizontem æqualem esse g i, declinationi ipsius ad polum manifestum a. Igitur sphærici trianguli a g b duo latera a g & b g, æqualia erunt inter se: quapropter duo anguli g b a & b a g, æquales invicem erunt, & proinde horizontis arcus f K, quo sol ab angulo abest mediæ noctis, arcui æquinoctialis e i quo à meridiano in oppositas partes distat, æqualis erit. Porrò si has per hori-

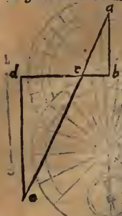


zontem & per æquinoctialem distantias inter se conferre libuerit, quando sol est in exortu, aut occasu, facile erit hoc cognoscere in subiecta figura. Sol enim declinationem habens ad partes manifesti poli, in puncto l ponatur horizontis, in exortu videlicet, aut in occasu. Arcus igitur b l quadrans erit, sed a l quadrãte minor: quare duo arcus b l & a l iuncti vno semicirculo minores sunt. At in puncto m horizõtis, quãdo declinat ad partes alterius poli, duo arcus b m, & a m, iuncti vno semicirculo maiores sunt. Igitur angulus d b l, distantiæ per horizontem maior erit angulo b a l, distãtiæ per æquinoctialem ad partes puncti meridiei. Et proinde angulus l b a, reliquæ distantiæ per horizontem,



minor erit angulo l a f, distantiæ per æquinoctialem ad partes anguli mediæ noctis. Contrarium huius accidit, quando sol est in puncto m: cæterum si ponatur in puncto n, ortus aut occasus æquinoctialis, æquales inuicem erunt ipsæ distantiæ e n & d n: sunt enim quadrantes.

Illud verò hoc in loco de ratione vmbrarum ad gnomonem ostendemus, quod superius commemorauimus: has tres nempe longitudines, vmbram rectam gnomonem, & vmbrã versam, proportionales esse: sicut enim recta vmbra ad suum gnomonem, sic gnomon quicunq; ad suã versam vmbrã. Esto enim b d, recta linea in superficie horizonti æquidistante, recta a b sit gnomon, perpendicularis existens ad idem planum, proiecta ab eo vmbra b c, præterea esto d e vmbra versa in muri superficie, qui rectus existat ad horizontis superficiem, recta verò d c sit gnomen ipsam proiiciens: radius solis sit a e, siue gnomones a b & d c sint æquales, siue inæquales, nihil enim refert. Aio a b, ad b c & d e, ad d c in eadem esse ratione. Aequiangula sunt enim duo triangula a b c & d c e: igitur latera habent proportionalia, quæ circum æquales angulos, sicut a b ad b c, sit d e ad d c per 4. propositionem 6. Euclid. Quanquã verò non eodem radio a e, sed differentibus, in eodem temporis momento vmbræ distinguantur, eadem nihilominus habebitur demonstratio, propter triangulorum similitudinem. Nautæ verò nostri temporis parum vmbrarum cognitionem habent, nec ex eis distantiam verticalis puncti ab æquinoctiali eliciunt. Prisci verò Mathematici (vt apud Vitruuium 9. libro) proportione duntaxat vmbrarũ meridianarum ad gnomones tempore æquinoctij, horizontum notabant obliquitates. Cognita enim proportione gnomonis a b, ad vmbrã b c latus a c, rectum angulum subtendens, cognitum erit per 47. propositionẽ primi libri Euclidis. At sicut a c ad b c, sic sinus tot' ad sinum rectum anguli b a c: igitur per commune documentum

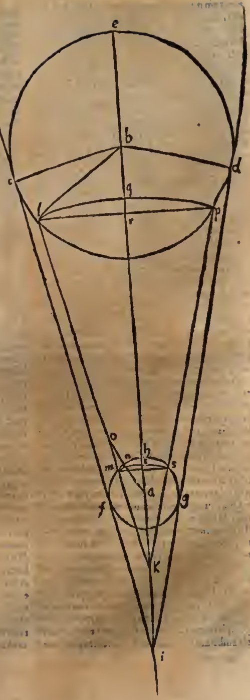


mentum numerorum proportionalium ipse sinus rectus anguli b a c innotescet, & per tabulã sinus recti arcus eiusdem anguli patefiet, qui distantia est Solis à verticali puncto i & idcirco loci latitudo cognita erit. Per tabulam verò Georgij Purbachij Geometrici quadrati idem inuenies sine extractione radicis quadratæ, hoc videlicet modo. Si vmbra minor est gnomone, partes quæ in ea sunt per 1200. multiplicabis, productum diuides per numerum partium gnomonis: cum quotiente verò prędictam tabulam ingrediaris, & magnitudinem inuenies arcus anguli b a c. Exemplum, ratio gnomonis ad suam vmbram rectam æquinoctij tempore in meridie est, sicut 9. ad 8. Romæ, vt ait Vitruuius: multiplicabimus igitur 8. in 1200. productum verò diuidemus per 9. & veniēt 1066. & duæ tertiæ, cum quibus elicio ex ipsa tabula Gr. 41. minu. 38. latitudinis vrbis Romæ, quam quidem Ioannes de Monteregio ex altitudine meridiana, & declinatione solis, inuenit Gr. 42. min. 4. aut 8. Sed si recta vmbra maior fuerit gnomone, multiplicabis gnomonis partes in 1200. productum verò diuides per b c, & cum quotiente eliciem' ex eadem tabula arcum anguli a c b, altitudinis solis supra horizontem: igitur distantia à verticali puncto cognita erit. Quando autem vmbra par fuerit gnomoni, tanta erit altitudo solis supra horizontem, quanta distantia ipsius à verticali puncto, graduum nempe 45.

Præterea annotatione dignum censemus, receptum esse à Geometris radios solis apud terrã parallelos apparere, similiter & gnomonum vmbras; cæterùm non quosuis, sed eos tantum qui longissime à terra concurrunt. Oppositum tamen putant Georgius Valla, Iacobus Zieglerus cum Plinio: namq; radios qui vel à gnomonibus proijciunt vmbras, vel per foramina tabellarum dioptræ Astrolabij ingrediuntur, non solum parallelos videri (aiunt) sed esse: vmbras quoq; gnomonum verè æquidistantes esse. Et idcirco non erit alienum a præsenti instituto membratim ista hæc tractare, examinareq;. Aduertendum igitur est quòd innumeri radij solares paralleli ad terram mittuntur, & quouis interuallo in terrena superficie à se inuicem distãtes. Quoniam enim qualium partium in semidiametro solis sunt quinque & dimidium, talium semidiameter terræ vna duntaxat est. Si itaq; duæ lineæ parallelæ ipsam terrã complectentes ad solem vsque ductæ fuerint, intra ambitum partis illuminatæ, neutra earũ corpus solare continget, sed secabit potius. Cõstat autem ex perspectiua lumen solis per rectas lineas luminosas, quas radios appellant diffundi, & idcirco dubium non est innumeros radios à sole ad terram dimissos parallelos esse. Innumeri etiam solares radij in terræ superficie, & prope terram cõcurrunt. Ductis enim à quouis terrenæ superficiei puncto duabus lineis rectis solem contingentibus ad diuersas partes, quotquot inter has rectæ lineæ ab eodẽ puncto versus Solem ductæ fuerint, solare corpus secabũt, per quas quidem lumen Solis in idem coincidẽtiæ punctum deferri palam est. At quia Geometræ radios solis non simpliciter parallelos dixerunt, sed apud terram: patet igitur eos neq; illorum qui verè sunt paralleli, neque horum qui apud terram concurrunt meminisse. Quos igitur radios apud terram parallelos apparere supposuerunt, non erit difficile intelligere. Constat enim ex perspectiua à segmento solis nobis obiecto cum solarem altitudinem Astrolabij obseruamus, dimissos radios ad obiectum foramen tabellarum dioptræ, aliquanto antè coincidere in formam mucronis: deinde verò à congressu inuerso turbine obiectum foramen permeantes, ampliore base lucere, atque ita radius centri idemq; conorum axis solaris altitudinis efficitur idagator. Et quoniãad differẽtes terræ partes differẽtes fiũt coni radiorũ solis, atq; axes: patet igitur à differẽtib' solis partib' ad differentes terræ partes radios trãsmitti, solaris altitudinis indagatores, sed qui ad commune vnũ coincidentiæ punctum concurrunt, quod centrum solis existit, hoc autem primum ostendere voluimus. Eos item radios qui à gnomonibus iaciunt vmbras longissimè à terra, concurrere ad hunc modum ostendemus. Centrum terræ sit a, solis vero b, connectaturq; recta linea a b, & per eam planum agatur solare corpus atque terrenum secans. cõmunes igitur sectiones huius concepti plani & corporis solis atque terræ circuli maximi erunt per primã & sextã primi libri Theodosij, qui sint c d e & f g h. Extremi autem radij solares terram illuminantes sint c i & d i, quos quidẽ necesse est vtrũque corpus solis & terræ cõtingere, per ea quæ Aristarchus, Allacẽ, & quã plures alij demonstrarunt. Terra enim nõ solum radijs illis qui à centro proficiscuntur illuminatur à Sole, sed ijs etiam qui à circumferentia mittuntur. Contingant itaq; ipsi radij c i & d i, solare corpus in c atq; d, terrenũ verò in f & g, recta autem a b, cum fuerit extẽsa

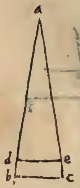
cum eisdē cōcurret in i: illuminabitur igitur terra secundū f h g, maximi circuli segmentum. A puncto autem quo uis K inter a & i, recta linea ducatur circulum solis c d e contingens in puncto l ante c: non enim contingere potest supra, ne accidat impossibile contra vltimā cōmunem sententiam, solas duas rectas lineas superficiē nō cōcludere, circulū verò terrę secet eadē k l in m. Quapropter cōcurret ipsa K l cum c i, recta linea ipsos solis & terræ circulos tangēte, ante ipsum punctū c apud solem. Et eadem arte ostendes à quolibet alio pūcto præter K quod inter a & i fuerit, rectā lineam ductā quæ ipsum maximū solis circulū cōtingat, cū eisdē c i & k l apud solem concurrere. A puncto autē o, quod prope terrā existit in recta linea m l, recta ducatur linea vsq; ad a cētrū terreni globi, quæ circulū f g h in n puncto secet, & ipsum n locum quendam esse intelligemus in terrena superficie, in quo sol eleuatus cernitur supra horizontem, rectam verò n o gnomonem, per cuius verticē o radius solis veniat l o, vmbrā distinguēs m n, in terrena superficie. Angulus itaq; m o n, aut ei contrapositus quem n o, in rectū producta efficit cum ipso radio l o, angulū subtendet distantiæ solis à vertice loci n. Iis autē qui fuerint ad h, radius solis b h, in centrū terræ ad perpendiculum incidēs, in nullas horizontis partes vmbras proijciet, sed sub gnomonū pedibus occultas. Concurret igitur ipse perpendicularis radius b h, cū radio l o, in puncto K sub terræ cētro, nō apud Solē. Idēq; fieri intelligatur, & eædē vmbrarū rationes erunt, in omnibus locis qui æqualibus interuallis ipsi h n, aut h m distiterint à loco h. Hoc enim facile concipies, si à puncto l rectam lineā deduxeris l p, quæ rectā b K ad rectos angulos secet in pūcto r, rectanguluq; triangulum K r l, manente K r circūducti intellexeris. Ea enim arte conus quidam descriptus erit, cuius axis erit K r & triangulum ab axe erit k p l, basis verò circulus cuius diameter l p, & semicircūferentia l q p. Huius coni pars alter conus erit basim habens in terreno globo circulum, cuius diameter est re-

ctam



cta m s, ad rectos angulos secans rectam a h, terræ semidiametrum, semicircumferentia verò m t s. Et idcirco quotquot rectæ lineæ ductæ fuerint à coni vertice k, ad circumferentiam l q p. Solare corpus contingent in punctis eiusdem circumferentiæ, sed globum terrenum secabūt in punctis circumferentiæ m t s. Connectantur autem in Sole ipsa contactuum puncta cū eius centro, & constituta erunt triangula æquilatera & æquiangula rectangulo triangulo K b l, per octauam propositionem primi Euclidis, omniumq; commune latus erit b K, reliquorum verò laterum quæ æqualia sunt radio K l partes abscindantur, rectæ K o æquales, & ab earum terminis ad punctum a, rectæ ducantur lineæ. Triangula itaque hac arte constituta erunt ipsi triangulo a k o, æquilatera atq; æquiangula. Et propterea in omnibus locis positis in semicirculo m t s, solares radij qui gnomonum vmbras distinguunt, æquales distantias Solis à verticibus commōstrabunt, & concurrent ad K, commune coincidentiæ punctum, quod etiam reliquis locis alterius semicirculi accidere necesse est. Sic igitur patet quòd solares radij vmbras disterminantes in illis locis, quorum vertices in vno atq; eodem circulo maximo per centrum solis veniente, vel ante ipsum solem, vel post eum positi fuerint, ad solis partes concurrent, non autem in ipso sole. Sed in quibus ipsa verticalia puncta æqualibus circumferentijs distiterint ab ipso Sole, sub cētro terræ coincident. Hinc, fieri necesse est, vt cum radio quocunque qui vmbram distinguit, innumeri alij radij concurrant apud Solem, & innumeri sub centro terræ. Proinde qui neq; primi generis sunt, neq; secūdi, quoniam in vno plano non sunt, neque paralleli sunt, neq; concurrunt.

Ipsos autem solis radios apud terram parallelos apparere, demonstratum inuenimus à Vitellione, & in libro de Compositione diuersorum speculorum incerti authoris. Idipsum nos tamen multo exactius ostendemus in hunc modum. Duo solares radij æqualesq; a b & a c, ad superficiem terræ venientes in puncto a concurrant, siue in sole, siue prope solem, siue sub centro terræ, quorum æquales partes b d & c e apud terram, insensibilis sint quantitatis respectu longitudinis eorundem radiorum a b & a c, & connectantur b c & d e. Duæ igitur rectæ lineæ b c & d e, æquidistantes erunt, per secundam pro-

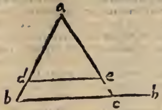


positionem sexti libri Euclidis: & idcirco æquiangula erunt atque similia duo triangula a b c & a d e. Quapropter sicut a b ad a d, sic b c ad d e, & per conuersionem rationis sicut a b ad b d, sic b c ad excessum quo ipsa eadem b c, superat rectam d e. Atqui imperceptibilis quantitatis est ipsa b d, si conferatur cum a b vel a d: igitur imperceptibilis erit quantitatis differētia rectarum b c & d e, si cum vtrauis earum conferatur. Aequales itaque apparent b c & d e, & quæ sunt æquidistantes: duæ igitur b d & c e, quæ æquales positæ sunt, æquidistantes apparebunt. Rectæ enim lineæ æquidistantes annuere & quasi concurrere videntur, quando earum interuallum minui videtur, magisque sibi inuicē videntur appropinquare: quēadmodum ostensum est ab Euclid. 6. propositione Perspectiuæ, & à Vitellione libro quarto. Et idcirco quando æqualia apparuerint concurrentium linearum interualla, neq; annuere, neq; abnuere videbuntur ipsæ concurrentes lineæ, & omnino parallelæ apparebunt. Et propterea b d & c e, rectæ lineæ apud terram æquidistantes videbuntur. Nihil autem refert siue ipsas b c & d e, pro interuallis sumas rectarum b d & c e, siue perpendiculares ab earum terminis ductas. Concludes etiam si voles per 33. propositionem primi Euclidis veluti Vitellio, & in ipso Speculorum libro.

Idē aliter experimento probatur in eodem libro. Radius enim a b, in Astrolabio cuius centrum est b, altitudinem solis demonstrat c d, horizontis linea b d in rectū producatur, & in eodē plano in quo est ipsa Astrolabij facies, aliud Astrolabium suspendatur, centrum e habens in eadem recta linea. Itaq; radio solis e f per e centrum veniente, in eodem instanti altitudinis arcus g K, æqualis ipsi c d apparebit: anguli igitur a b d & f e g æquales. Quapropter duo radij a b & e f, paralleli apparebūt per 28. propositionem primi lib. Eucli. quod erat demonstrandū. Cęterùm hanc posteriorē ostensionē non probamus. Concurrant enim ipsi duo radij in pūcto l solis

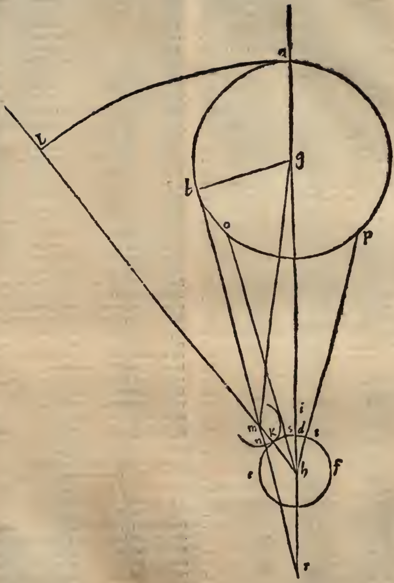


cẽtro, & sumantur radij b l, duæ æquales partes l m & m n, & à punctis m & n ipsi rectæ [illegible] e, duæ excitẽtur æquidistãtes lineæ m o & n p. Dupla igitur erit n l ipsius m l, & idcirco propter similitudinẽ triangulorũ l n p & l m o: dupla erit n p ipsius m o, & propterea inæquales apparebunt: nõ igitur videbũtur æquidistãtes ipsæ n p & p o, productis tamẽ n p & m o, vsque ad q & r angulus l p q, æqualis reperietur per Astrolabiũ angulo l n p, & angulus l o r angulo l m o, propter insensibilẽ differentiã: æquales sunt enim anguli l n p & l m o angulo a b d, & anguli etiã l o r & l p q, æquales ipsi f e g. Sed neq; si duæ rectæ lineæ visæ fuerint æquidistantes, coalterni anguli, aut exterior interiori, ob idipsum æquales reperti erunt per Astrolabiũ. In triãgulo enim æquilatero lõgissimorumq; laterũ a b c, æquales sumãtur partes b d & c e, imperceptibiles tamẽ quãtitatis, si cum ipsis a b & a c cõferãtur, & cõnectatur d e. Differẽtia igitur duarũ rectarũ b c & d e imperceptibilis erit, si cũ vtrauis earum conferatur, & idcirco æquales apparebunt eædẽ b c & d e, rectæ lineæ, & quia sunt æquidistantes: duas igitur b d & c e, æquidistantes apparere, quemadmodũ in prima figura cõcludes. Constat tamen quod producta b c ad h, & Astrolabij centro posito tũ ad b tum ad c, multo maior inuentus erit exterior angulus a c h, ipso interiore a b c duplus enim est ad eũ. Quare nõ propterea quòd radij solares æquidistãtes apparẽt, æquos angulos efficere videtur in cẽtro Astrolabij, exteriorẽ interiori cũ horizõtis linea, neq; è cõtrario.



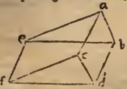
quia huiusmodi anguli æquales repetiũtur per Astrolabiũ, ipsi solares radij paralleli apparebũt. Propterea verò ãguli æquales apparẽt in Astrolabijs aut Sciothericis istrumẽtis, tametsi inæquales sint: quoniã angulus quẽ ijdem radij vel in sole vel prope solem efficiunt, quo quidẽ exterior interiorem superat, propter sui paruitatem imperceptibilis est. Quanquam verò Erathostenes supposuerit radios solis æquidistantes, & idcirco coalternos angulos ad gnomonis verticẽ, & ad centrum terræ, æquales esse concluserit, in obseruatione illa quam in Alexandria fecit, ad inueniendum quantus esset totus terreni globi circuitus secundum maximum circulum, nihilominus vera est demonstratio nostra, ex qua colligitur radios solis in ipsa Erathostenis obseruatione sub centro terræ coincidere, angulũ verò factum ad gnomonis verticem, coalterno qui ad centrum terræ quarta circiter parte vnius gradus minorem esse, & proinde arcus ipsius anguli qui in centro terræ, graduum erit septem cum min. 27. Quare si inter Syenẽ & Alexãdriã quinq; millia stadia sunt: in toto igitur terreni globi circuitu stadia erunt dũtaxat 241610, non 250000. Sit enim meridies ad vnguem ijs qui sunt in Syene, & Alexandria: hæc enim duo loca sub vno atque eodẽ meridiano posita sunt, cõmunes verò sectiones ipsius meridiani & solaris corporis, necnõ & terreni, circuli sint a b c & d e f. centrũ solis g: terræ verò h & cõnectatur g h. Sitq; in Syene gnomon d i, rectus ad horizontem, verticale punctum a. Sit Alexandria vbi est K, agaturq; recta linea per h & k, vsq; ad meridianũ vbi est punctum l, quod supra verticem est: gnomon verò ad horizõtem rectus K m. Ex magnitudine itaq; anguli d h K, concluditur ratio similium arcuum d K, a l ad suos circulos: ipsius verò anguli magnitudo ex binis radijs solaribus deprehenditur, quorum alter qui est g i à centro Solis missus vnam rectam lineam efficit cum gnomone d i, ac terræ semidiametro d h incidit enim ad perpendiculũ,

&


a
l
g
e
b
o
p
i
m
k
s
d
t
n
c
h
f
r

& propterea nullam admittit vmbram idē gnō mon meridiano tempore. Alter Solis radius eſt qui ad Alexandriam miſſus per punctum m trā ſit,quod eſt gnomonis faſtigiū,vmbrā́q; diſter-minat k n,in cauitate hemicycli, ſolareq́; cor-pus contigit in puncto b,cum recta verò g h cō currit in puncto r. Cōcurrere enim neceſſe eſt: propterea quòd angulus b g h,in centro ſolis a-cutus eſt. In triangulo porrò m g h,interior an-gul⁹ g h m,exteriori g m l æqualis cēſetur: prop terea quòd angulus h g m, diuerſitatis aſpectus ſolis,qui ipſorum duorum angulorū differentia eſt, in eo ſitu inſenſibilis quantitatis eſt. At ve-rò idem exterior angulus g m l,angulum ſupe-rat b m l angulo g m b: angulus igitur g h m, eo dem b m l maior erit ipſa differentia g m b. Ae-qualis eſt autem angulus K m n contrapoſito b m l,angulus itaque g h m angulum K m n,ipſa eadem differentia ſuperabit, quæ eſt angulus g m b. Atqui ipſe angulus K m n,quinquageſi-mam ſui circuli partem ſubtēdere repertus fuit ab Erathoſtene, ideſt Gra. 7.minu.12. angulus verò g m b,quarta circiter pars vni⁹ gradus eſt, per ea quæ Ptol.in quinto libro magnæ compo ſitionis demonſtrauit, quod etiam ſtatim con-cludere poteris in triangulo rectangulo b g m, ex ratione b g ad g m cognita,nempe ſicut 5.cū ſemiſſe,ad 1200. Et idcirco ipſe idem angulus g h m,angulum ſuperat k m n,ipſa quarta par-te vnius gradus,& proinde gradus ſeptem conti nebit idem angulus g h m,cū min.27.totq; erūt in arcu d K, ſiue in a l. Et quia vt Erathoſt. ait ipſa diſtantia d K,quinq; millium eſt ſtadiorū: erunt igitur in toto terreno circuitu ſtadia 241610.quod erat oſtendendum. At ſi non ex vmbra gnomonis,ſed ex radio Solis perforami-na tabellarum dioptræ Aſtrolabij, aut quadran tis ingrediente diſtantiam verticis à ſole Era-thoſt.exploraſſet,maiorem fateor reperiſſet hu iuſmodi diſtantiam in ipſa quinquageſima ſui cir culi parte,fruſtra tamē poſtulaſſet ad ſuam de-monſtrationem dimiſſos radios à differentibus partibus ſolis parallelos eſſe, à centro enim ipſi⁹ veniunt eiuſmodi radij,ex quibus in Aſtrola-bijs altitudinem ſolis deprehendimus, nō à dif-ferentibus partibus. Deducantur autem à cētro terræ duæ rectæ lineæ ſolem cōtingentes in pū-ctis o & p,terram verò ſecantes in s & t:angulus igitur p h o,diametri ſolis viſualis dimidiū circi ter vnius gradus continebit: & idcirco in toto terræ ſpatio s t,gnomones meridiano tēpore ſi-ne vmbris videbūtur,& ob eā cauſam Erathoſt. dixiſſe puto,Cleomede referēte, Sole in Syene ad perpēdiculū poſito,immunes eſſe gnomones ab vmbra,ad tercēta ſtàdia. Ex his etiā palā eſt, altitudinem ſolis per Aſtrolabiū deprehenſam, ea minorē eſſe quæ ex ratione vmbræ ad ſuum gnomonem concluditur,tantam verò eſſe ipſa rum altitudinum differentiam,quantum eſt id quod relinquitur, detracta diuerſitate aſpectus ſolis à ſemidiametro eiuſdem viſuali. Cuius rei equidem miror Ptol. minimè nos admonuiſſe, cum in libro ſecūdo magnæ cōpoſitionis aſtro rum ex ratione vmbræ ad gnomonem,ſolis alti tudinem inuenire docuit.

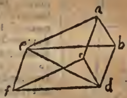
Nunc verò poſt tractationem de radijs, gno-monum vmbras in terreni globi ſuperficie pro iectas oſtendemus parallelas non eſſe,ſed vide-ri: propoſitis enim duabus vmbris duorum gno monum ad perpendiculum poſitorum , ſi radij ſolares ipſas vmbras diſtinguentes primi gene-ris ſunt,hoc eſt,ſi verticalia pūcta gnomonum in vno ſunt plano maximi cuioſdā circuli per centrum ſolis venientis,nec concurrēt ipſorum gnomonū vmbræ,neq; parallelæ erunt, ſed fiet ex eis in longitudinem productis vna dūtaxat linea circularisq́; , non duæ. At verò ſi radij ſo-lares propoſitas vmbras diſtinguentes ſecundi generis fuerint,eas cōcurrere oſtēdemus,paral-lelas tamen apparere. Sint enim ad perpendicu lū poſiti ſuper terreni globi ſuperficie duo gno mones æquales a b, c d,quorum verticalia pun-cta æqualibus diſtent interuallis à ſole,radij ſo-lares vmbras diſtinguentes ſint a e, c f.proiectæ verò vmbræ in terreni globi ſuperficie b e, d f. Dico ipſas vmbras b e,d f,vlterius productas in vtraſque partes concurrere, ſed tamē parallelas apparere. Quoniam enim radij a e, c f ſecundi generis ſunt,in planis igitur erunt maximorum



circulorum per verticalia puncta gnomonum, & centrum ſolaris corporis, & centrum terræ venientium: quapropter vmbræ b e, d f in com munibus erunt ſectionibus eorundem plano-rum cum globo terræ: & idcirco ipſæ vmbræ b e d f,arcus erunt maximorum circulorū terreni globi per primam propoſitionem atque ſex-tam primi libri Theod. Et proinde ſi eædē vm-

brae

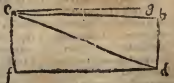
bræ b e, d f in cōtinuum producantur, ad vtrasque partes concurrent, quod in primis ostendēdum erat. Cæterùm quod parallelæ appareant, in hunc modum demonstrabimus. Quoniam enim gnomonum vmbræ & earum interualla cum amplitudine superficiei globi terreni collata rectæ apparent lineæ, & in plana superficie existentes: sumantur itaq; ipsæ e b & d f, pro rectis lineis, & connectātur b d, e f & a c. At æquales sunt gnomones a b, c d per hypothesim, & producti concurrunt in centro terræ: igitur ob angulorum æqualitatem, & similitudinem triā gulorum, communem angulum habentium in ipso centro terræ, recta a c basis vnius rectam b d, basim alterius insensibiliter superabit: quemadmodum de solaribus radijs superius demonstrauimus. In duobus autem triangulis a e b, c f d, duo anguli a b e, c d f æquales sunt ad inuicē: duo præterea anguli b a e, d c f, ijs contrapositi æquales etiam sunt: igitur reliqua ipsorum triangulorum latera, alterum alteri cū reliquis angulis æqualia erunt per 26. propositionē primi libri Euclidis. Et proinde radij a e, c f æquales sunt, qui si vlterius producti fuerint, sub cen



tro terræ concurrent in cuiusdam coni vertice, velut superius fuit ostensum. Ob angulorum igitur æqualitatem & similitudinem triangulorum communem habentium angulum ad idem punctum, verticem ipsius coni, recta a c basis vnius insensibiliter superabit rectam e f basim alterius: æquales igitur apparebunt ipsæ b d, e f per communem sententiam: insensibili enim differentia à recta a c superantur. Connectatur autem d e, & per 8. propositionem, & 27. primi libri Euclidis, ipsas e b, f d ostendes parallelas apparere. Melius tamen meo iudicio id ex eo inferes, quòd ipsæ æquales rectæ lineæ e b & f d paribus videantur distare interuallis, nempe e f & b d, quemadmodum superius de radijs solis conclusimus. Et non solum gnomonum vmbræ quæ in cōnexa superficie terreni globi extensæ sunt: sed etiam quæ in vna plana superficie iaciuntur, parallelæ videbuntur, si modo ipsi gnomones à ratione perpendiculi parum distiterint. Quoniam enim in rectam lineam producti in centro terræ coincidunt: nō potest igitur vterq; eorum ad vnum idemq; planum ad rectos angulos esse. Repetatur itaq; præcedens figura, & ponamus gnomonem a b, ad rectos angulos super superficie æquidistante horizonti loci b, gnomonem verò c d, eidem plano incumbere, sed tamen à rectitudine insensibili differētia declinare, item paribus in mundo interuallis eorūdem gnomorum vertices à Sole distare. Recta igitur c d vsq; ad centrum terræ extensa maior erit ipsa a b, ad idem centrum perducta, insensibili tamen differētia: rectæ autem a b & c d æquales positæ sunt: duæ igitur rectæ lineæ a c & b d pro parallelis habebuntur, per 2. propositionem 6. Euclidis. Iam igitur in similibus triangulis quemadmodum de radijs solaribus ratiocinati sumus, rectam a c concludemus in sensibili differentia superate rectam b d. In duobus porrò triangulis a b e & c d f: quoniam anguli ad b & d, puncta, propter insensibilem declinationem gnomonis c d, à rectitudine, æquales supponuntur: duo item anguli b a e & d c f, ijs contrapositi qui pares distantias subtendūt inter vertices & solem, æquales sunt, ipsi etiam gnomones a b & c d, æquales positi sunt: reliqua igitur latera eorundem triangulorum reliquis lateribus æqualia erunt, alterum alteri per 26. propositionem primi libri Euclidis: & idcirco duo radij a e & c f æquales erunt. At hos sub cētro terræ concurrere, ad verticem cuiusdā coni basim habentis in solaris corporis superficie superius ostensum fuit: igitur propter interuallorum immensam longitudinem, ipsi a e & c f cū eisdem collati insensibilis quantitatis existimabuntur: & idcirco in similibus triāgulis quorum bases a c & e f, rectam a c concludemus sicut antea insensibili differētia superare rectam e f. Ostensum porro fuit ipsam quoq; rectā b d, insensibiliter superare: duæ igitur b d & e f, pro æqualibus habebuntur. Et idcirco duo b e & d f, quoniam paribus distant interuallis parallelæ apparebunt. Vel si mauis id inferre ex elementis Geometricis primi libri Euclidis, connectatur b f aut e d: & quoniā b e & d f æquales ostēsæ sunt: per 8. igitur propositionem & 27. ipsius primi libri, duas rectas lineas b e & d f, paralle-

las

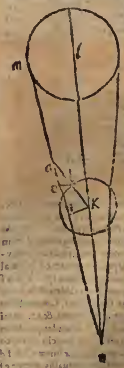
las apparere concludes. At concurrere necesse est ad partem b d, si in rectũ producantur, quod quidem non erit difficile demonstrare. Radius enim a e, si ad verticem vsq; concepti coni productus intelligatur, maiorem rationẽ habebit ad a e, quàm recta a b, vsque ad centrum terræ extensa habet ad ipsam a b: & idcirco in duobus illis triangulis quorum communis basis est a c, oppositus verò angulus in vno eorũ ad verticem coni est: in altero autem ad centrum terræ, maiorem rationẽ habebit a c, ad eum excessum quo rectam superat e f, quàm ad eum quo rectã excedit b d, per conuersionem rationis & 13. quinti, & proinde minori differentia superabit ipsa eadem a c, rectam e f quàm rectam b d, & propterea maior erit e f quàm b d. Ex quo quidem statim concludes ipsas b e & d f, concurrere ad partem b d. Connectatur enim d e, & quoniam in duobus triangulis e f d & e b d, duo latera b e & d f æqualia ostensa sunt: latus autem d e cõmune est vtriq; triangulo, sed basis e f triãguli e f d, maior est base b d trianguli e b d: angulus igitur e d f ipsius trianguli e f d, maior erit angulo b e d trianguli e b d, per 25. primi Euclidis. Ad punctum itaq; e terminum rectæ e d, faciemus cum ipsa e d angulum d e g, æqualem ipsi angulo e d f, per 23. propositionem ipsius primi libri Euclidis & idcirco duæ rectæ lineæ d f & e g, parallelæ erunt per 27. propositionẽ eiusdem primi libri Euclidis & proinde duo anguli e f d & f e g, duobus rectis æquales erunt per 29. Atqui angulus f e b, minor est ipso angulo



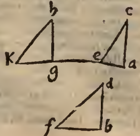
f e g: duo igitur anguli e f d & f e b, minores erunt duobus rectis, & idcirco ipsæ duæ rectæ lineæ f d & e b, cõcurrent ad partes b d, per quintum postulatum, quod quidem demonstrandum suscepimus. Supposita porrò sententia Erathostenis de ambitu terreni globi, & Archimedis demonstratione de circuli demensione, quãdo gnomon c d à rectitudine discesserit decima parte vnius grad⁹, idest minutis 6. interuallum b d, inter duas vmbras b e & d f, nouem ferè millia passuum continebit: quando verò vno duntaxat minuto à rectitudine declinauerit, erit ipsum interuallum passuum ferè 1500. Angulus enim quem duo gnomones a b & c d, in centro terræ coincidentes efficiunt, ipsi declinationi gnomonis c d æqualis existit, ipsamq; vmbrarum distantiam subtendit.

Lemma.

SVmpsimus autem ad ostendẽdum vmbras b e & d f, concurrere ad partem b d, quòd maiorem rationem habet recta a e, vsque ad verticem concepti coni extensa, ad radium a e quàm recta a b, vsque ad centrum terræ perducta, ad gnomonem a b. Hoc autem in subiecta figura ostendemus. Centrum enim terræ sit K, Solis verò l gnomon a b, & connectatur K l, quæ in rectum producatur ad partem K, radius a e, in vtramq; partem productus, Solem contingat in m, & cum recta K l sub centro terræ coincidat in n, vmbramque distinguat b e, in plana superficie æquidistante horizonti loci b, & ipsius gnomonis a b, longitudo producta intelligatur vsq; ad K. Dico quòd maiorem rationem habet a n ad a e, quam a K ad a b. Quoniam enim angulus b k l, arcũ subtendit complementi altitudinis solis supra horizontẽ acutus igitur est, & reliquus idcirco b k n obtusus erit. A pũcto itaq; K super a K in plano trianguli a k n recta k i, ad rectos angulos excitetur. Igitur propter æqualitatẽ angulorum & similitudinem triangulorum a K i & a b e, sicut



ficut est a K ad a b, sic erit a i ad a e, maior est autem a n ipsa a i: maiorem igitur ratione habebit a n ad a e, quàm ipsa a i ad eandem a e: & idcirco maiorem habebit rationem a n ad a e, quam a K ad a b, per 12. propositionem quinti libri Euclidis ex Campano, quod erat assumptum. Et in hac quoque figura poterit alio modo ostendere rectam b d, minorem esse recta e f. Nam sicut est a b ad b K, sic a e ad e i, atqui a e ad e i, maiore habet rationem, quàm ad e n: igitur a b ad b k, maiorem rationem haber quàm a e ad e n: igitur tota a K ad b k, maiorem habebit rationem quàm a n ad en. At verò sicut a K ad b K, sic in similibus triangulis a c ad b d, & sicut a n ad en, sic in alijs similibus triangulis a c ad e f: igitur maiorē ratione habebit a c ad b d quàm ad e f, & proinde minor erit b d ipsa e f. Et reliquas quoque vmbras quas cæteri radij distinguūt, qui neque primi generis sunt, neque secundi, parallelas non esse, sed videri, eadem methodo ostendem⁹. In locis enim a, & b, gnomones a c & b d, vmbras proijciant a e & b f, radij verò c e & d f, qui eas distinguunt neq; primi generis sint, neque secundi, idest neque existant in plano vni⁹ maximi circuli per verticalia puncta eorundē locorum, & centrum solaris corporis, atque terreni globi venientis, nec æquales distantias à verticibus ostendant, sed angulus a c e quem radius c e, cum gnomone efficit a c angulo b d f quem radi⁹ d f, cum gnomone efficit b d minor sit. Dico ipsas vmbras a e & b f, parallelas non esse, sed videri. Nam quoniam a e maximi circuli terræ segmentum esse, superius ostensum fuit: extendatur igitur ad partem Soli oppositam, & in eodem maximo circulo locus g, intelligatur, à cuius vertice tanto interuallo Sol distet, quanto recedit à vertice loci b. Gnomō igitur g h in ipso loco g, vmbram proijciat g K in eodem instanti, radius verò Solis ipsam distinguens vmbram, erit h K. At ex his quæ à nobis superius

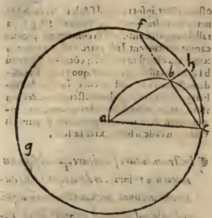


ostensa sunt, ipsos radios d f & h K, secundi generis esse cōstat: duæ igitur vmbræ b f & g K parallelæ apparebunt: sed si in continuum producantur concurrent. Ipsa porrò vmbra a e, in maximo circulo est in quo g K: cōcurret igitur cū b f & e i parallela apparebit, quod erat ostendēdum. Aduertēdum est autem, quòd quæ de vmbris gnomonum æqualium ostendimus, demonstrari etiam possunt de vmbris gnomonum inæqualium: maioris enim gnomonis & minoris vmbræ in eadem linea extensæ sunt.

¶ *Instrumentum fabricare, quo absque numerorum tabulis cordas, atque sinus datorum arcuum, necnon & ratione æquinoctialis ad quemuis æquidistātium inuenire possis, & quædam alia.*

Cap. 19.

IN plana quauis tabula semicirculus describatur a b c, & in nonaginta æquales partes diuidatur. Et super puncto c termino diametri a c, regula quædā voluatur ipsi diametro a c æqualis, cui⁹ ea facies quæ ad punctum c, dirigitur in 60. æquales partes diuisa sit. Igitur eum dati arcus sinum rectū inuenire libuerit, numerum graduum qui in eo fuerit, in semicirculo supputabimus à puncto c in a. Sit exempli gratia finis vbi b. Regulam idcirco traducem⁹ ad ipsum b in situ e f. Nā quot sexagesimæ fuerint in e b, tot habebit sinus rectus dati arcus. Huius demonstratio facilis est. Super pūcto enim a interuallo a c, circulus quidam descriptus intelligatur qui sit e f g, & ab ipso centro a recta linea ducatur per b, quæ ipsius concepti circuli circumferentiam attingat in puncto h. Et quoniam angulus a b c, in semicirculo rectus est: recta igitur linea b c, sinus rectus erit arcus c h. At verò sicut rectus angulus a b c, ad acutum b a c, sic semicirculus a b c ad arcum b c. Item sicut rectus angulus qui in centro a, cōstitutus fuerit, ad ipsum acutum b a c, sic quadrans circuli c f g ad arcum c h: omnes porrò anguli recti æquales inuicem sunt. Igitur sicut semicirculus a b c, ad arcum b c: sic quadrans circuli c f g, ad arcum c h. Et idcirco quot semicirculi a b c, nonagesimæ in arcu b c sunt, tot quadrantis circuli c f g, erunt in arcu c h.



Tot autem supputàuimus in semicirculo, quot erant in proposito arcu: igitur inuētus est ea arte dati arcus sinus rectus, quod erat ostēdendū. Concludere etiam poteris duos arcus c b & c h, æquales esse. Nam sicut circulus ad circulum, sic diameter ad diametrum: quadrans igitur circuli c f g, & semicirculus a b c æquales erunt. Ostensum est autem semicirculum a b c ad arcum b c, & quadrantem circuli c f g, ad arcum c h in eadem esse ratione: igitur sicut semicirculus ad quadrantē, sic b c ad c h per permutatā, & proinde æquales erunt ipsi arcus c b & c h, quod ostendere voluimus. Aduertendum est autem, quòd hac arte inuenitur sinus rectus dati arcus vno quadrante minoris. At verò si propositus arcus maior quadrante fuerit, auferendus erit ex 180. & residui sinum rectum inueniemus. Nam vna & eadem recta linea detracti & relicti sinus rectus existit. Et quoniam semidiameter cuiusuis circuli æquinoctiali æquidistantis sinus rectus est distantiæ eiusdem à polo mundi viciniore: cum igitur rationem æquinoctialis circuli ad quemuis æquidistantium cognoscere operæpretium fuerit, sinum rectum inueniemus illius arcus, quo datus circulus æquinoctiali æquidistans à polo viciniore abest. Nā sicut numerus partium qui in inuento sinu repertus fuerit ad 60, sic se habebit datus æquidistans ad æquinoctialem. Præterea quoniam eadem est ratio duorum quorumcunq; circulorum, & similium partium: quonam igitur modo gradus circulorum æquinoctiali æquidistantium in gradus maximi circuli sint conuertendi non erit difficile inuenire. Nam diametrum a c, vnum esse gradum æquinoctialis ponemus; & erit idcirco quælibet ipsius diametri sexagesima minutum vnum. Quapropter quot sexagesimæ repertæ fuerint in sinu recto distantiæ dati paralleli à polo viciniore, idest quot habuerit sexagesimas semidiameter dati paralleli, tot minuta vnius gradus æquinoctialis gradus vnus dati paralleli cōtinebit. Deinde verò eadem minuta multiplicando in numerum graduum qui in proposito arcu dati paralleli sunt, summam colligemus graduum & minutorum maximi circuli qui in ipso arcu dati paralleli sunt. Et eadem prorsus arte cognosci poterit, quot Italica milliaria in terrena superficie vni gradui respondeant, dati circuli æquinoctiali æquidistantis. Ponemus enim (vt supra) diametrum a c, vnū esse graduum maximi circuli: & erit idcirco vna ipsius sexagesima vnum Italicum milliare, vt sint in vno gradu milliaria 60. ita enim receptum videmus. Quapropter quot sexagesimæ repertæ fuerint i semidiametro dati paralleli, tot Italica milliaria grad⁹ vnus eiusdem paralleli continebit. Quòd si alijs mensuris præter milliaria vti libuerit, diuidenda erit diameter a c regulæue longitudo in eum numerum partium, qui vni gradui maximi circuli secundum datam mensuram respondet: deinde verò, vt anteà, operabimur. Iam verò si sinus rectus detur cognitus, sed arcus ille cui respondet ignoretur, numerum sexagesimarum dati sinus recti in regula instrumēti supputabimus, initium sumendo ab ipso c puncto, finem verò nota aliqua signabimus, & deinde regulā ipsam tamdiu circumducemus, donec imposita nota ad semicirculi circumferentiam veniat. Nam arcus inter ipsam notam & punctum c, quot gradus arcus ille qui quærebatur comprehēdat, nobis ostendet. Porrò si arcus detur cognitus, sinus verò versus ignoretur, si minor quadrante fuerit, sinum rectum cōplementi inuenies, quē quidem auferes ex 60. & sinus versus dati arcus cognitus relinquetur. Sed si maior quadrāte fuerit, illius arcus quo quadrantem superat, sinum rectum inuenies, quem partibus 60. addes, & cōflabitur numerus partium sinus versi, qui proposito arcui respondet.

Igitur si sinus versus detur cognitus, arcus autem cui respondet ignoretur, ipsum sinū versum auferes à 60. si sexagesimarū numerus qui in eo sunt minor fuerit quàm 60. sinus enim re-

rectus relinquetur, qui complemēto quæsiti arcus respōdet. Cum igitur arcus ipsius sinus recti modo supradicto inuentus fuerit, eum auferemus à gradib⁹ 90. & cognitus relinquetur arcus ille qui dato sinui verso respondet. Sed si datus sinus versus maior fuerit quàm 60. auferatur ab eo 60. & relinquetur sinus rectus cuiusdam arcus, quo quidem quæsitus arcus quadrantem superat. Inueniatur igitur arcus qui eidem sinui recto respondet, & quadrāti adijciatur, arcusq; conflabitur, qui quærebatur. At si arcus fuerit cognitus, corda autem ignoretur, dimidij propositi arcus sinum rectum inquiremus, quo geminato ipsius propositi arcus corda patefiet.

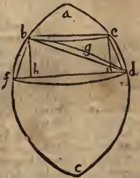
Sed si corda cognita fuerit, arcus verò ignoretur, eum inueniemus arcum, cui quidem propositæ cordæ dimidium tanquam sinus rectus respondet. Quo geminato, arcus qui quærebatur, innotescet. Respondet autem vna atq; eadē corda duabus circumferentijs, quarum vna est semicirculo minor, altera vero maior quæ circulum complet. Regulæ porrò longitudinem circuliuē maximi semidiametrū in hoc instrumento in 60. æquales partes secauimus more Ptolemæi. Sed quia recentiores Mathematici complura problemata multo facilius quàm Ptolemæ⁹ absoluunt, sola videlicet multiplicatione ac diuisione 4. quantitatum proportionalium, quarum vna sinus totus semper est; semidiametrum igitur circuli regulæue longitudinem in 100. partes aut mille si diuiseris, citius ipsas multiplicationes ac diuisiones perages.

¶ *Datis latitudinibus & longitudinibus, duorum locorum eorum intercapedinem metiri.* Cap. 20.

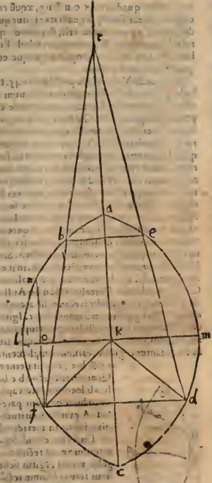
Duobus modis hoc cognosci potest, aut numeris, aut instrumēto. Numeris verò hac arte. Vel enim data loca sub vno meridiano posita sunt, vel sub vno parallelo, vel sub diuersis meridianis & parallelis. Si sub vno meridiano, & vel ambo sunt Borealia, vel ambo Australia, sublata minori latitudine à maiori, arcus meridiani qui relictus fuerit, distantiæ erit viatoria inter ipsa data loca. Sed si sub eodem meridiano posita sunt, vnus tamen Australis est, alter verò Borealis, ipsas duas latitudines in vnam summam colligemus, & distantia viatoria prodibit nota. At si sub vno parallelo posita sunt, differunt autem meridianis, corda differentiæ longitudinis ipsorum locorum in sinum rectum complementi altitudinis poli multiplicetur, productum verò diuidatur in 60. & venient in quotiente numer⁹ partium quem chorda arcus circuli maximi per ipsa data loca venientis continet. Maximi enim circuli semidiametrum 60. æqualiū partiū subijcimus. Chorda porrò cognita existente arcus ignorari non potest: & idcirco ipse maximi circuli arcus, qui per eadem loca scribitur, cognitus erit. Demonstratio huius facilis est. Nam sicut se habet æquinoctialis semidiameter ad propositi paralleli semidiametrum, sic recta subtendens arcum differentiæ longitudinis in æquinoctiali, ad rectam subtendentem arcum differentiæ longitudinis in eodem parallelo, quod quidem per 14. secun. Theod. & quartam 6. Euclidis concludes. At sinus rectus complementi altitudinis poli complementiue declinationis dati paralleli, semidiameter est eiusdem paralleli: igitur si harum quatuor quantitatum proportionalium secundam in tertiam multiplicaueris, productum verò per primam diuiseris, quarta illico nota prodibit. Et quia vna atque eadem recta linea arcum differentiæ longitudinis in dato parallelo subtendens, arcum etiam subtendit maximi circuli per eadem loca venientis: idcirco cum ea cognita fuerit in partibus semidiametri maximi circuli, arcus ille cui respondet ignorari non poterit, & proinde distantia viatoria inter eadem loca patefiet. Petrus Appianus & Stoflerus & quidam alij hoc putant absoluisse, cum gradus differentiæ longitudinis qui in ipso parallelo inter data loca sunt, in gradus maximi circuli conuerterint, & ipsos denique gradus maximi circuli in milliaria, aut stadia, aut alias quasuis mensuras. At non aduertunt quòd eo modo distantiam viatoriam quæ quidem segmentum maximi circuli esse debet, non inueniunt, sed tantum quot milliaria aut stadia paralleli arcus inter eadem loca comprehendat.

Quando verò duo data loca diuersos habēt meridianos, & diuersos parallelos, maiori negotio præsens problema absoluitur. Quidam enim in sphærico rectanguloq; triangulo datorum locorum intercapedinem perinde metiuntur, atq; in rectilineo: sumptis videlicet radicib⁹

quadratorum duorum laterum rectum angulũ ambientium. Alij hoc idem eadẽ methodo inuestigant, sed exactius, conuerso imprimis vno latere trianguli quod paralleli segmentum existit, in partes maximi circuli. His autẽ duobus modis sine sensibili errore vti possumus in exiguis distantijs, in magnis verò alia arte vtendũ erit. Quare Ioannes Vernerus & Ioãnes de Mõteregio vt certissimis numeris locorum distantias inuenirent, multo aliter rem hãc tractarũt. Verneri modus hic est. Sint duo data loca sub diuersis meridianis a b c & a d c posita, vertex loci à circulo æquinoctiali distantioris sit b, vertex verò loci qui ab ipso æquinoctiali minus recedit, sit d, segmentum paralleli loci b inter ipsos meridianos sit b e, segmentum verò paralleli loci d inter eosdem meridianos sit d f, arcus maximi circuli inter b & d, cuius quantitatem cognoscere volumus sit b g d, & recta subtensa b d, rectæ verò b e & d f, datorum parallelorum segmenta subtendant: at duæ rectæ b f & e d, duos æquales arcus meridianorum inter eosdẽ



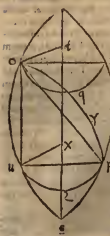
parallelos. Et quoniam ipsæ rectæ lineæ b f & e d æquales, cognitos arcus subtendunt: per tabulam igitur de arcu & corda innotescent. Paralleli porrò cogniti sunt, & eorũ segmenta inter meridianos comprehẽsa etiam cognita: duæ idcirco rectæ lineæ b e & f d, in partibus qualiũ æquinoctialis, aut meridiani diameter est 120. arte paulò ante tradita cognitæ erunt. Deinde à punctis b & e, super rectam f d perpendiculares sint b h & e i: recta igitur b e rectæ i h æqualis erit, & recta b h rectæ e i æqualis in parallelogramo b e i h. per 34. primi libri Euclidis. Quare in duobus triangulis rectangulis b f h & e i d, duo latera f h & i d, æqualia erunt, per 47. propositionem eiusdem primi libri, & communẽ sententiam si ab æqualibus æqualia auferantur. Igitur vtraq; ipsarum f h & i d, dimidium erit differentiæ duarum rectarum d f & b e. Cognitæ sunt autem ipsæ d f & b e: igitur dimidia differentia cognita erit, qua subtracta à recta f d recta d h, cognita relinquetur. In rectangulo autem triangulo b f h detracto quadrato rectæ f h, quæ iã innotuit ex quadrato rectæ b f, quadratum rectæ b h, cognitum relinquetur. Similiter quadratum rectæ d h, notum existit: igitur in rectangulo triangulo b d h, quadratũ lateris b d, rectum angulum subtendentis, quod quidẽ per 47. propositionem primi libri Euclidis, eisdem duobus quadratis æquum est, cognitum erit. & proinde ipsum latus b d, ignorari non poterit. Quare per tabulam Ptol. de arcu & corda, b g d maximi circuli segmentum inter data loca comprehensum patefiet, quod erat ostendẽdum. Cæterùm in hac demonstratione, quod præcipuum erat, & imprimis ostendendum, sine quo reliqua constare non possunt, id à Vernero prætermissum est. Operæpretium enim erat demonstrare duas rectas lineas b e & f d parallelas esse, quod quidem per 16. propositionẽ 11. libri Euclidis illico concludes, si modo ostensum fuerit, easdem rectas b e & f d, in vno plano positas esse, sed non liquet. Quare vt hoc ipsum demonstremus, centrum sphæræ ponemus k, ipsorum verò meridianorum cõmunem sectionem rectam a c, mundanum axem, & in plano meridiani a b c recta K l, rectos angulos efficiat cum ipso axe a c, item recta K m, in plano meridiani a d c: rectos quoq; angulos cum ipsa a c, & verticale punctum b, vergat ad partes poli a, verticale verò d, ad oppositum polũ qui est c: cæterum magis recedat b, ab æquinoctialis puncto l quàm d ab m: ita enim modo ponim⁹. Esto porrò arcus l n, æqualis ipsi f l aut d m, & connectatur f n, quæ rectam K l secet in o, item connectantur f K & d K. Quapropter rectilineus angulus n o K rectus erit, rectus etiam est a K o: igitur parallelæ sunt duæ rectæ f n a k. In has autem incidit recta f K. Quare duo anguli K f n, a K f duobus rectis erunt æquales, per 29. propositionẽ primi libri Euclidis. Duo igitur anguli b f k & a k f, duobus rectis minores erunt: & idcirco duæ rectæ b f, a K concurrent ad partes a b, per quintum postulatum. Similiter demonstrabitur duas rectas d e, a K concurrere ad partes a e. Concurrant autem b f, a k in



in puncto r, dico duas rectas d e, a K in ipso quoque puncto r concurrere. Quoniam enim duo arcus a f, a d æquales inuicē sunt: duo igitur anguli a K f: & a K d, æquales erunt. Duo vero acuti anguli b f k & e d K, æquales sunt inter se, Nam angulus b f K, in eo minori segmento est, qui relinquitur detracta circumferentia b f, ex semicirculo. At æquales ostensæ sunt b f & e d: igitur in segmentis æqualibus sunt ipsi duo anguli b f k & e d k: & idcircō æquales erunt per 27. propositionem tertij libri Euclidis. Cum igitur super æquales rectas lineas f K & d k, duæ rectæ b f & d e, æquales efficiant angulos ad pūcta f & d: recta præterea a K ad punctum K, æquales efficiat angulos cum eisdem, nisi fatearis b f & d e, ad idem punctum concurrere quod est r, in impoßibile incides per 26. propositionem primi libri Euclidis: totum enim & pars æqualia erunt. Quapropter in ipso puncto r, eō currunt. Quando autem duæ rectæ lineæ se inuicem secant, in vno sunt plano, & omne triangulum in vno existit plano per secundam propositionem 11. libri Euclidis: recta igitur d f, basis est trianguli f d r, & in eodem plano recta b e existit, quod erat demonstrandum. Simul autē concludes per secundam sexti b e & f d parallelas esse. Idem autem ostendemus, & simili omnino syllogismo, si vterq; locus ad eundem polum vergat, aut Borealem, aut Australem. Nam in vno atq; eodem puncto concurrent. Itaque modus ille quo vsus est Vernerus ad inueniendum interuallū inter duo loca, certior est alijs, opus tamē valde prolixum, quippe in quo quā plures fiant multiplicationes, diuisiones, atque subtractiones, quanquam semel tantum radix quadrata extrahatur. Cæterum si secundum librum Elementorum Euclidis consulas, multo breuiori calculo idipsum problema absolues. Postquam enim rectas lineas b e, f d in partes diametri maximi circuli conuerteris, vnam in alteram multiplicabis, producto verò quadratū addes rectæ b f aut e d. nam collecti radix quadrata ipsa recta erit b d: quare arcus b g d, per tabulam de arcu & chorda cognitus erit. Demōstratio facillima est. Nam duarum rectarum f d & b e, differentia in duas æquales lineas diuisa est f h & d i, quibus adiectam intelligas h i. Quapropter quod ex ductu totius d f, in adiectam fit, vna cum quadrato f h aut d i, æquum erit ei quadrato quod ex d h, per 6. propositionem ipsius 2. libri Euclidis. In rectangulo verò triangulo b h d, quadratum rectæ b d, æquum est quadratis quæ fiūt ex d h & b h, per 47. propositionem primi libri. Quadratum igitur ex b d, æquum erit ei quod fit ex d f in h i, vna cum quadratis ex f h & b h. At ipsis duobus quadratis ex f h & b h, æquum est quadratum ex b f: igitur quadratum ex b d, æquum est ei quod fit ex d f in h i, siue b e, cum quadrato ex b f. Et proinde multiplicabis b f in se ipsam, producto verò addes id quod fit ex d f in e b: collecti enim radix quadrata erit recta b d.

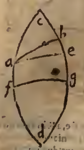
Illud autem relinquitur inuestigandū: quonam videlicet pacto distantia viatoria sit inuenienda,

nienda, quando data loca diuerſos habent meridianos, & oppoſitos parallelos, quod quidē omnium facillimum eſt. Nam rectam lineam arcum paralleli ſubtendentem, qui inter datorum locorum meridianos eſt, in partes diametri maximi circuli conuertemus, & in ſe ipſam multiplicabimus, producto verò addemus quadratum rectæ ſubtendentis arcum meridiani inter eoſdē parallelos interclusi: collecti enim radix quadrata, ea erit rectalinea quæ arcum maximi circuli ſubtendit inter eadem duo loca. Meridianus loci o ſit a o c: at loci p in oppoſito parallelo conſtituti meridianus ſit a p c, ſegmentum paralleli loci o, inter ipſos meridianos ſit o q s, recta ſubtēſa o s. Segmentū paralleli loci p, inter eoſdem meridianos ſit p z u, recta ſubtenſa p u, arcus verò o u, inter eoſdē parallelos recta ſubtēſa ſit o u, ſphæræ axis ſit recta a c, meridianorū cōmunis ſectio. Et quoniam ipſe axis a c, ad plana omnium parallelorum rectus exiſtit, & per eorum centra tranſit per 12. propoſitionem primi libri Theodoſij ſit igitur punctum t, centrū illius paralleli, qui vergit ad polum a, punctum verò x, centrum illius qui vergit ad polum c: cōmunes porrò ſectiones meridiani a o c, & eorūdem parallelorum vſq; ad centra t & x, ſint o t & u x. Quapropter ipſæ rectæ lineæ o t & u x, parallelæ erunt per 16. propoſitionem 11. Eucl. Et quoniam rectæ lineæ æquas & parallelas cōiungentes, æquales ſunt & ipſæ, atq; parallelæ, per 33. propoſitionem libri primi Euclidis: duæ igitur o u & t x, æquales ſunt & parallelæ. Quādo verò vna duarum rectarum parallellarū ad rectos angulos fuerit alicui plano, altera quoque ad rectos angulos erit eidē plano per 8. propoſitionē 11. libri Euclidis. Rectus autē eſt axis a c, parallelorum planis: igitur recta o u, plano paralleli centrum habentis ad pūctum x, ad rectos angulos erit. Et idcirco rectilineus angulus o u p, rectus erit per 2. diffinitionem vndecimi libri. Quapropter quadratum rectæ

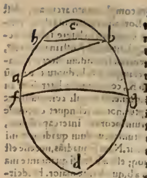


o p, duobus quadratis ex o u & u p, æquū erit, cognita autem ſunt ipſa quadrata: igitur quadratum ex o p cognitum erit, & proinde ipſa recta linea cognita, & arcus o p, per tabulā Ptolemæi de arcu & chorda cognitus quoque erit, quod erat inueniendum.

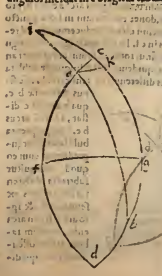
Ioannes de Monteregio problemate 45. tabulæ primi mobilis ex proportione ſinuum in triangulis ſphæricis, datorum locorum intercapedinem deprehendit. Quilibet enim ingreſſus ſiue lateralis, ſiue arealis, quatuor numeros proportionales complectitur, quorum maximus qui eſt ſinus totus, eam habet rationem ad ſinū rectum arcus numeri tranſuerſalis, quam ſinus arcus numeri lateralis, ad ſinum arcus illius numeri arealis, qui dextrorſum iuxta eundem lateralem collocatur. Quare nil refert ſiue ſecundum regulam numerorum proportionalium, numeros multiplices atque diuidas, & quotientis arcum ex tabula ſinuum rectorum elicias, ſiue tabulam ipſi primi mobilis ingrediaris. Sint igitur duo loca quorum vertices a & b, in meridianis c a d & c b d, latitudinum inæqualium. Cæterùm vel ambo Borealia, vel ambo Auſtralia, differentia longitudinis eorum ſit arcus æquinoctialis f g, polus verò manifeſtus c. Igitur cum differentia longitudinis cognita ſupponatur, angulus a c b, dabitur notus. Item quia latitudines dantur cognitæ, earum complementa a c & b c, cognita erunt. Quare in triāgulo a b c baſis a b, locorum intercapedo in hunc modum patefiet. A puncto a, latitudinis minoris in meridianū c b d, maximi circuli ſegmentum a e, ad rectos angulos veniat. Igitur ſicut ſinus totus ad ſinum rectū anguli c, differentiæ longitudinis: ſic ſinus rectus arcus a c, complemēti minoris latitudinis ad ſinum rectum arcus a e, & permutatim ſicut ſinus totus ad ſinum rectum a c, complementi latitudinis minoris: ſic ſinus anguli c, differentiæ longitudinis datorum locorum, ad ſinum rectum arcus a e. Quapropter arcus ipſe a e, notus prodibit in area tabulæ, quem quidem inuentum primum appellat: Repertus enim erit iuxta lateralem a c, ſi tranſuerſalem acceperis ipſam longitudinis differentiam. At iuxta lateralem arcum



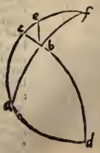
cum qui longitudinis est differentia, si transuersalem intellexeris minoris latitudinis complementi. Nã vtrouis eorum licebit vti pro transuersali, quanquã admoneat idem author, duorũ numerorũ maiorẽ semper quærẽdum esse in frõte tabulæ. Quoniã verò sicut sinus totus ad sinũ cõplementi arcus a e, sic sinus cõplemẽti arcus c d, ad sinũ cõplemẽti arcus a c: tertius autẽ proportionalis terminus ignotus existit, tabulã igitur intrabimus areatim cũ cõplemento inuenti primi, & minori latitudine: cõplemẽtum enim arcus c e quod est o g; in latere tabulæ ostendes: igitur subtracto e g ex b g, latitudine maiori notus relinquetur b e, quẽ inuentum secundũ agnominat. Quare si ipse numerus in descendenti repertus lateret, æqualis inuentus fuerit maiori latitudini, scito inuentum primũ distantiã esse viatoriã inter duo data loca, arcumq; deductũ ad rectos angulos ex a, in meridianum c b d, incidisse in b, verticẽ loci maioris latitudinis, nõ in e inter b & g. Accidet etiam aliquando vt cadat inter b & c: tunc verò quod in latere tabulæ reperitur, maius est latitudine maiori. Quapropter semper minus à maiori auferendũ est, vt inuentũ secundũ relinquatur. At quoniã (vtcũq; cadat ipse arcus rectos angulos faciens cũ c b d, siue supra b, siue infra) sicut se habet sinus totus ad sinũ complementi inuenti primi, sic sinus cõplementi inuenti secundi ad sinũ cõplemẽti arcus a b. Quartus verò proportionis terminus ignotus existit: ipsa igitur cõplemẽta lateraliter in tabulã mittemus, & in area ipsius iuxta numerum lateralẽ, complementum eiusdem arcus a b offendemus. Quo quidẽ ex 90. gradibus subtracto, nota relinquetur a b, datorum locorũ intercapedo, quando longitudinis differentia minor fuerit quadrante. Ita enim authoris præceptum intelligere oportet. Poteris autẽ si vis simpliciore methodo vti ad hũc modũ. A puncto b latitudinis maioris arc⁹ b h, maximi circuli ad rectos angulos deducatur in a c. Quapropter in triangulo rectangulo sphæricoq; b h c, sicut sinus totus ad sinum rectum acuti anguli c, differentiæ longitudinis, sic sinus rectus arcus b c, complementi latitudinis maioris ad sinum rectum arcus b h. Intrabimus igitur tabulam lateraliter cum differentia longitudinis, & complemento latitudinis maioris, & in area ipsius tabulæ inueniemus arcum b h, quem inuentum primũ appellabimus. Et quoniã in eodẽ triangulo sicut se habet sinus totus ad sinũ complementi inuenti primi, sic sinus cõplementi arcus c h, ad

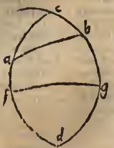


sinũ cõplemẽti b c, tertius verò proportionis terminus est ignotus, & reliqui tres noti sunt. Ipsam igitur tabulam areatim ingrediemur cũ secundo & quarto, & in latere tabulæ tertium reperiem⁹, quo quidem subtracto ex quadrãte arcus igitur c h, not⁹ relinquetur. Ipsum itaq; c h, auferem⁹ ex a c, minoris latitudinis cõplemento, & relinquetur arcus a h, quẽ inuentum secundũ appellamus. Deniq; in rectangulo sphæricoq; triangulo a b h, cum cõplementis inuenti primi atq; secũdi, lateraliter tabulã ingrediaris, & inuenies in area ipsius tabulæ cõplementum arcus a b, quo subtracto ex 90. ipse arcus a b cognitus relinquetur. Ex quibus habes quòd si ambo loca, vel Borealia sunt, vel Australia, & longitudinis differentia quadrante minor, datorum locorum intercapedo quadrãte minor erit. Sed ponamus rursum differentiam longitudinis minorẽ esse quadrante, locũ verò qui verticem habet ad a, Borealẽ esse, eũ verò qui ad b Australẽ, & arcus a k, ad rectos angulos incidat in c b. Igitur tabulam ingrediemur lateraliter cũ differentia lõgitudinis & arcu a c, complementi latitudinis Borealis, velut author iubet, & in area tabulæ reperietur arcus a k, quẽ inuentum primum appellat. Cuius inuenti cõple

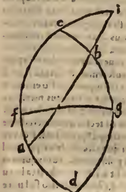


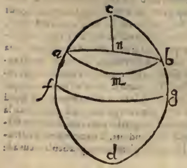
plementum cum complemento arcus a c, idest cum latitudine Boreali, areatim in tabulā mittemus: numerus enim qui in latere tabulæ occurret, qui est K g, latitudini Austrinæ adiect⁹, quæ est b g, inuentum secundum dicetur. Quare si trianguli rectanguli a K b, duorum datorū laterum a K & b K, complemēta lateraliter in tabula mittātur, numerus anguli communis ex quadrante demptus, notam relinquet circumferētiam a b, datorum locorum intercapedinem, dummodo inuentum secundum quadrante minus repertum fuerit. Nam si quadrās, necesse est quadrantem quoq; esse a b, sed si quadrante maius erit similiter a b, quadrante maior. Et idcirco cum ipsum inuentum secundum maius quadrante fuerit, ipsa segmenta b c & a b prolongabimus, donec concurrant in i: subtracto autem inuento secundo ex semicirculo b K i, notus relinquetur arcus k i. Igitur cum complementis duorum arcuum a k & k i, lateraliter tabulā ingrediemur, & in area reperiemus complementum arcus a i, cui adiecto quadrante, arcus a b, notus prodibit. Hæc autem idcirco adnotauimus: vt intelligant nemini licere ipsa tabula primi mobilis vti, sine problematum demōstrationibus. Sed pergamus, & longitudinis differentiam maiorem quadrante ponamus, semicirculo tamen minorem, siue ipsa duo loca a & b, ab æquinoctiali recedant ad eandem mundi partem, aut Borealem, aut Australem, siue ad diuersas. Ab altero autem polorum qui sit c, magis recedat a quàm b: duos igitur arc⁹ a c & a b, prolongabimus, donec concurrant in f, & à puncto b, arcum maximi circuli deducemus b e, ad rectos angulos in c f. In triangulo igitur rectangulo b e c, sicut sinus totus ad sinum arcus acuti anguli b c e, qui quidem arcus relinquitur sublata longitudinis differentia ex semicirculo: sic sinus distantiæ b c, qua b à polo c distat, ad sinū arcus b e. Quapropter tabulā lateraliter ingrediemur cum eo quod relinquitur subtracta differentia lōgitudinis ex semicirculo, & ipso arcu b c: in area enim eiusdem tabulæ arcum offendemus b e, qui dicatur inuentum primum. Deinde verò cum cōplementis arcuum b c & b e, ipsam eandem tabulam areatim ingrediemur, & in latere reperiemus complemētum arcus c e, quo subtracto ex quadrante, arcus c e notus relinquetur, quem addemus arcui a c, & constabitur arcus a e, inuentum secundum. Iam verò si proposita loca a & b, vel ambo sunt Borealia, vel ambo Australia, fueritq; inuentum secundum æquum quadranti, quadrans quoque erit arcus a b, datorū locorum intercapedo: sed si quadrante minus, erit idem a b, similiter quadrante minor. Quare tabulam lateraliter ingrediemur cum complemētis inuenti primi atque secūdi: in area enim cōplementum quæsitæ distātiæ inueniemus, quo ex 90. gradibus sublato distantia ipsa cognita relinquetur. Cæterùm si vel ipsis duobus locis in eadem mundi parte constitutis, inuentum secundum maius quadrante repertum fuerit, vel ad diuersas mundi partes eadem loca declinauerint, hac vna via progrediendum erit: inuentum enim secundum ex semicirculo auferemus, notusq; relinquetur arcus e f, cum cuius complemento, & inuenti primi complemento tabulam lateraliter ingrediemur, & in area offendemus complementum arcus b f. Quod quidem quadrāti adijciemus, & totus arcus a b, datorum locorum intercapedo patefiet. Ponamus rursus data loca latitudines habere inæquales, differentiam verò longitudinis quadrāti æqualē: quare angulus a c b, rectus erit. Et propterea tabulam lateraliter ingrediemur cum ipsis latitudinibus, numerum verò in area tabulæ repertum à quadrāte auferemus, & relinquetur quæsita distantia, si ipsa duo loca in eadem mundi parte, vel Australi, vel Boreali sunt constituta. Eundem verò quadranti adijciemus, si vnus eorum fuerit Borealis alter verò Australis & constabitur arcus quæsitæ distantiæ. Sint enim duo loca a & b, in eadē parte mundi constituta, vel Boreali, vel Australi a f, latitudo vnius, b g alterius. Igitur sicut sinus totus ad sinum complemēti arcus a c, quod quidem est a f, sic sinus complementi arcus b c, quod est b g, ad sinū cōple-



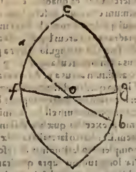


plementi arcus a b, Quapropter in tabulã lateraliter mittemus ipsas locorum latitudines, & offendemus in area cõplementum arcus a b, quo quidem complemento ex quadrante detracto, nota relinquetur ipsa distãtia a b. Sed sit vnus locus Borealis, alter verò Australis: arcus igitur a c & a b prolongabimus, donec concurrant in i. Quapropter in rectangulo triangulo b c i, sicut sinus totus ad sinum complementi arcus b c, sic sinus complementi arcus c i, ad sinum complementi arcus b i. Est autem latitudo b g, complementum arcus b c, & quia a c i semicirculus est, & arcus f c quadrans, latitudo igitur a f cum c i, alterum quadrantem restituet. Quapropter tabulam lateraliter ingrediemur cũ ipsis latitudinibus, & in area offendemus cõplementum arcus b i, quod quadrãti adijciemus, & cõstabitur a b, datorum locorum intercapedo. Quando verò data loca latitudines habuerint æquales, & ex eadem mundi parte siue Boreali, siue Australi, differentiam verò longitudinis semicirculo minorem, tabulam ipsam primi mobilis lateraliter ingrediemur cũ complemento latitudinis, & dimidio differentiæ longitudinis. Nam numerus qui in area repertus fuerit, dimidium interualli erit inter eadem loca: quo geminato integram habebis intercapedinem ipsorum locorũ. Esto enim a m b. arcus paralleli inter duo loca a & b, maximi circuli segmẽtũ inter eadẽ sit a n b. A polo c veniat c n, arcꝰ maximi circuli, segmẽtũ a n b, ad rectos angulos secãs super pũcto n. Quapropter acutꝰ angulꝰ a c n dimidiũ est anguli, a c b, dimidiumq; differentiæ longitudinis datorum locorum ostendit, arcus verò a n dimidium est arcus a n b. In triangulo igitur a n c sicut sinus totus ad sinum anguli a c n, dimidiæ differentiæ longitudinis, sic sinus arcus a c, qui complementum est latitudinis, ad sinum arcus a n. Et idcirco laterali ingressu arcum inueniemus a n, cuius duplex est a n b. Sed si vnus locus

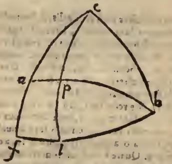




est Borealis, alter verò Australis, & latitudines nihilominus sunt æquales, lateralis ingressus cum complemento latitudinis, & complemento dimidij differentiæ longitudinis, complementum præbebit dimidij interualli. Duo enim rectangula triangula a f o & b g o, æquiangula sunt: nam anguli ad o contrapositi sunt, ad f verò, & g recti sunt, sed f a o & g b o anguli idcirco sunt æquales, quia duo arcus a c & c b, congesti vni semicirculo sunt æquales. Igitur arcus a o, æqualis est ipsi b o & f o, æqualis ipsi o g. Quare f o, dimidium est differentiæ longitudinis: at a o dimidium interualli inter ipsa loca a & b. Quoniam verò sicut se habet sinꝰ totus ad sinum cõplementi a f, sic sinus complementi f o, ad sinum cõplementi a o, ita tabulam igitur lateraliter ingrediemur cum complemento latitudinis, & cõplemento dimidij differentiæ longitudinis, & in area ipsius tabulæ complementum dimidij interualli inueniemus, Quare dimidium ipsius interualli cognitum erit, totumq; igitur interuallum patefiet.



Ponamus demum locum a, latitudinem habere a f, locum verò b sub Aequatore constitutum esse, & oporteat distantiam a b, inuenire. Igitur si b f, longitudinis differentia quadrans fuerit, punctum b polus erit circuli c a f: quare distantia a b quadrans erit, & proinde nota. Sed si ipsa longitudinis differentia minor fuerit quadrante, erit similiter a b quadrante minor. Quapropter sicut sinus totus se habet ad sinum complementi arcus b f, sic sinus complementi a f quod est a c, ad sinum complementi a b. Et idcirco lateralis tabulæ ingressus cum complemento differentiæ longitudinis, & complemento latitudinis loci a, complementum præbebit arcus a b,

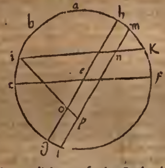


quo detracto ex quadrante, ipsa distantia a b, cognita relinquetur. Sed esto differentia longitudinis quadrante maior, minor tamen semicirculo. Igitur auferemus ex ea quadrantem b l, & per c & l, maximum circulum descriptum esse intelligemus, qui quidem arcum a b, secet in p: quapropter quadrans erit arcus b p, & quia anguli ad p recti sunt: in triangulo igitur a p c, sicut sinus totus ad sinum arcus anguli a c p, sic sinus arcus a c, ad sinum arcus a p. At arcus anguli a c p est f l, quo quidem differentia longitudinis datorum locorum quadrantem superat b l, arcus verò a c, complementum est latitudinis loci a: ipse autem a p, excessus quæsitæ distantiæ supra quadrantem. Et idcirco lateralis tabulæ ingressus cum complemento latitudinis & ipso excessu differentiæ longitudinis supra quadrantem, arcum indicabit a p, quem quadranti adijciem⁹, & tota distantia a b, nota prodibit. Sed neq; maiori negotio locorū interualla inueniri poterūt ad imitationē eorū quæ in libro de Crepusculis demōstrauimus, propositione 6. Nā quando vel ambo loca Borealia sunt, vel ambo Australia, sicut se habet quadratū sinus totius ad rectāgulū cōtentū sub sinibus rectis cōplementorū latitudinis datorū locorū, sic sinus versus differentiæ lōgitudinis eorūdē locorū ad quandā rectā lineā, quā non ab re argumentū intercapedinis appellabimus. Nā si ea æqualis reperta fuerit sinui recto cōplementi differentiæ latitudinis eorūdem locorum, intercapedo quæsita quadrās erit. At verò si inæqualis erit nimirū ipsarū rectarū differētia sinus rectus cuiusdā arcus, qui subtrahēdus erit ex quadrāte (si ipsa inuēta recta linea quā argumentū appellamus minor fuerit) vt datorū locorū intercapedo cognita relinquatur. Adijciendus autē quando eadē recta linea maior inuēta fuerit, & eorundē locorū intercapedo nota prodibit. Quādo verò vnus locus Borealis fuerit, alter verò Australis, agemus cum vno loco & antipode alterius, & cū eo quod relinquitur detracta differentia lōgitudinis datorū locorū ex gradibus 180. inuentā autem intercapedinē ex semicirculo auferemus, & datorū locorū intercapedo cognita relinquetur. Esto enim circulus a b c d, circa centrū e descriptus, meridianus primi loci, verticē habēs ad b, polus mūdi manifestus sit a, recta d f, sectio æquinoctialis, recta g h sectio horizōtis ipsi⁹ primi loci. Per verticē verò secūdi loci duo circuli descripti intelligantur, vnus circa polū mundi, cuius quidem sectio cū meridiano sit k i, alter verò circa b, cuius & meridiani a b c d, cōmunis sectio sit l m, rectā i K secās in puncto n. A puncto autē i, termino rectæ i K, perpēdicularis deducatur i o, super recta g h, quæ rectam l m secet in p. Quapropter iuxta ea quæ in prædicto libro demōstrauim⁹, quoniam cōceptorū circulorū cōmunis sectio recta est ad planū meridiani a b c d, sup pūcto n, ipsa verò recta k i diameter est circuli p verticē secā



di loci descripti, super polo a: recta igitur i n, sinus versus erit differentiæ longitudinis datorū locorum, in ipso eodem circulo cuius diameter est K i. In triangulo autem rectangulo p i n, acutus angulus i n p, æqualis est angulo f e h, complementi altitudinis poli primi loci: arcus autē c i, æqualis est latitudini secundi loci. Quare b i, differentia erit duarum latitudinum c b & c i: arcus igitur g i, complementum est differentiæ latitudinis datorum locorum, cuius sinus rectus erit o i. Quod si recta linea l m, meridianum secat inter b, & rectam g h vt in hac prima figura, recta idcirco i p, angulum subtēdens i n p, quam quidem intercapedinis argumētum appellamus, minor reperta erit ipsa i o, differentia erit recta o p, æqualis sinui recto arcus g l, quadrantis verò complementum b l, æquum erit intercapedini datorum locorū: quandoquidem punctum b, polus est circuli venientis per verticem secundi loci. Quæ quidem intercapedo ad hunc modum patefiet. Nam sicut sinus totus ad sinum rectum complementi latitudinis secundi loci, sic sinus versus differētiæ longitudinis eorundem locorum in æquinoctiali circulo, ad sinum versum differentiæ longitudinis in parallelo secundi loci. Etenim sinus rectus complementi latitudinis secūdi loci, paralleli eiusdem semidiameter est. Arcus verò circulorum æquidistātium inter duos meridianos comprehensi, non solum sunt proportionales: sed & sinus rectos & versos proportionales habent eorundem æquidistantium semidiametris. Præterea in triangulo rectangulo n i p sicut sinus totus ad sinum rectum anguli i n p, complementi'ue latitudinis primi loci, sic recta i n ad rectam i p. Igitur sinus totus bis est antecedens. Et idcirco sicut quadratū sinus totius ad rectangulum contentum sub sin[illegible] rectis complementorum latitudinis dat[illegible] locorum, sic sinus versus differentiæ longitudinis eorundem in æquinoctiali, ad rectam i p: hæc enim ratio quam sinus versus differentiæ longitudinis datorum locorum ad ipsam habet i p, ex duabus constat rationibus. Quarum vna ea est, quam ipse sinus versus habet ad i n, altera verò quam eadem i n habet ad i p. Quatuor autem magnitudinum proportionalium quando tres dantur cognitæ, quarta ignorari nō potest, cognita autem existit prima magnitudo, quadratum nempe sinus totius, cognita etiam secūda rectangulum cōtentum sub sinibus rectis cōplementorum latitudinis, cognita quoque tertia:

sinus videlicet versus differentiæ longitudinis. Igitur multiplicabimus secundam in tertiam, productum verò diuidemus per primam, quæ quidem partitio sola abiectione decem vltimarum figurarum fieri poterit, si sinum totum cētum mille æquas partes habere subijcias, & nota prodibit in quotiente quarta magnitudo, recta videlicet i p, intercapedinis argumentum. Et quoniam g i, complementum differentiæ latitudinis nota relinquitur, detracta ex quadrāte latitudinis differentia: igitur i o, sinus rectus eiusdem complemēti, cognita erit per tabulam sinus recti. Quapropter rectam i p, cognitam cū cognita i o, conferemus. Quòd si i p, minor reperta fuerit ipsa i o, vt in descripta figura: earundem igitur differentia o p, cognita veniet. Quare & arcus g l, per tabulam sinus recti cognitus erit. Quem auferemus ex quadrante b g, & arcus denique b l, æqualis intercapedini datorū locorum cognitus relinquetur. At si ipsa i p, maior reperta fuerit quam i o, hoc ideò erit: quoniā recta l m, meridianum secat inter rectā g h, & punctum oppositum ipsi b, vt in secunda figura. Quare arcum g l, adijciemus quadranti b g, & arcus b l, æqualis datorum locorum intercapedini notus prodibit. Quòd si eadem recta li-

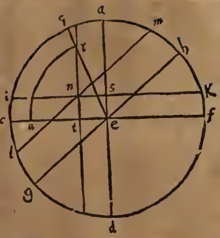


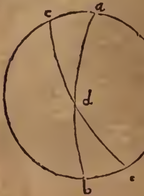
nea i p, æqualis inuenta fuerit rectæ i o: circulū igitur ductum per verticem secundi loci, cuius polus est b meridianum secare super recta g h, fateri necesse est. Quapropter quartus memoratæ proportionis termin9 qui intercapedinis datorum locorum argumentum existit, sinus rect9 erit arcus g i: & idcirco quadrans b g, eorundem locorum intercapedini æqualis erit.

Sed vt præsens problema omni ex parte absoluamus, punctum a in subiecta figura Borealem polum ponemus esse, b verò Australem. Primus locus verticem habeat ad c, in meridiano a c b,

 lati

latitudinemq; Borealem. Secundus locus vertice habeat ad d in meridiano ad b, sub Australi latitudine. Ducto autem maximo circulo per e & d, qui meridianum primi loci secet in e, datorum locorum intercapedo erit c d. Et quoniā





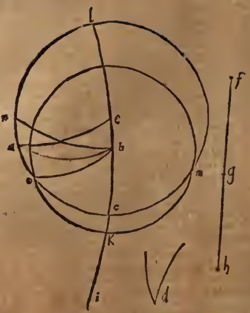
duo semicirculi a e b & c b e æquales sunt: & in uicem: detracto igitur communi segmento c b, duo reliqua segmenta a c & b e, æqualia relinquentur. Igitur ij qui sunt sub e, antipodes sunt eorum qui sunt sub c, æqualem habentes latitudinem, sed Australem. Quare duorum locorum Australium d & e, intercapedinem d e inuenie mus, quemadmodum docuimus, eamque auferemus ex semicirculo e d e, & intercapedo c d, datorum locorum c & d, cognita relinquetur. Porrò si huiusmodi locorum distantias instrumento libeat inuenire, ipsa demonstrationis figura, vna cum regula atq; circino, tibi seruiet pro instrumento. Circuli enim circumferentia in gradus (vt solet) diuisa, supputetur ab c in a, numerus graduum differentiæ longitudinis datorum locorum, sitq; huiusmodi arcus exempli gratia c q, & ab e in q, rectam lineam occultam ducemus e q, ex qua sumemus e r, æqualem ei semidiametro paralleli secundi loci, & ipsi r, puncto regulam coaptabimus, quæ super eodem pū cto tamdiu circumferatur, donec diametro a d æquidistet. Tunc autem æquidistabit, cum æquales arcus vtrinq; ex duobus quadrātibus resecauerit, eiusq; interfectionem cum i K notabimus quæ sit in n. Quare recta linea i n, sinus versus erit differentiæ longitudinis datorum locorum, in parallelo secundi loci. Coaptabimus igitur regulam ipsi n, quam eo vsque circumducemus, donec diametro g h, æquidistet in situ l m, & detracto g l, ex quadrante, datorum locorum intercapedo nota relinquetur. Quòd autem recta linea i n, sinus versus sit differentiæ longitudinis in parallelo secundi loci, non erit difficile intelligere. Regula enim per r & n veniens, axi a d, parallela, rectam e c secet in t, & cētro e, interuallo verò e r, circulus describatur, semidiametrum e c secans in u. Et quoniam angulus r t u, rectus est: recta igitur t u, sinus versus erit arcus r u. At verò duæ rectæ e u & s i, æquales sunt: igitur detractis ab eis t e & s n, quæ sunt æquales, duæ rectæ t u & n i, æquales relinquentur per communem sententiam. Quapropter recta i n, sinus versus est differentiæ longitudinis in parallelo secundi loci. Quādo verò sinus versus r fuerit semidiametro, multo facilius inu poterit, vt iam nosti. Præterea iuxta demonstrationem Ioannis Verneri datorum locorum intercapedo in vno plano inueniri poterit, si rectilineum quadrilaterum datorum laterum construxeris, cuius duo latera opposita atque æqualia sint rectæ subtendentes arcus meridianorum inter duos parallelos, duo verò reliqua quæ inuicem æquidistant, duæ rectæ sint subtendentes arcus parallelorum inter ipsos meridianos. Recta enim linea inter oppositos angulos arcum quæsitæ intercapedinis subtēdet. Item in lamina tabulaue Astrolabij generali eadem intercapedo inueniri poterit, qua arte ex cognita distantia à meridiano astri declinatio-

nem

nem habentis cognitam, distantia ipsius à verticali pũcto cognoscitur. Sed operæ pretium erit eandem tabulã vltra tropicum Capricorni extẽdere, propter loca Australiora. Ipsius verò generalis tabulæ fabricam atq; vsum conscripsit olim, impresioniq; dedit Ioãnes Vasurtus Salmanticensis Astronomus. Nos autem posteà vt ea citra ambiguitatem vteremur, fabricæ & vsus rationem demonstratione inuestigamus. Deinde verò post aliquot annos eandem tabulam exaratam reperimus in Arabicis Astrolabijs multis antè seculis constructis, quæ clarissimus princeps Ludouicus Portugaliæ infans ex manubijs attulit Tunetis vrbis. Omnium verò facillimus modus erit, si in globo duo data loca secundum artis præcepta collocaueris, ipsorũ deinde distantiam inter circini pedes comprehenderis: mox enim eo translato ad meridianum, vel æquinoctialem, quot gradus maximi circuli quæsitum interuallum habeat, deprehẽdes.

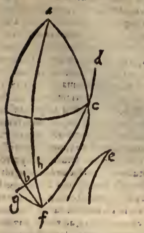
¶ *De ijs quæ præmitti debent ad ducendum eas lineas in globo, quas nautæ rumbos appellant.* *Cap. 21.*

Inter initia prioris libri ostẽdimus eam lineam, quam nauis suo cursu citra meridianum aut æquinoctialem describit, circularem non esse, sed ex exiguis quibusdam maximorum circulorum segmentis constare. Quanquam aduertimus non sine ratione dici posse inflexam quandam lineam esse alterius formæ, & instar helicæ duabus confectam motionibus. Nauis enim lationem dum citra meridianum aut æquinoctialem cursum tenet, ex duabus lationibus, à duobusue motoribus prouenire, fortasse quispiam suspicabitur. Vna latio est, qua nauis ipsa in illius maximi circuli plano secundum longitudinem posita, qui in optatam horizontis partem spectat, vel flatu, vel remis impellentibus, in longum fertur. Altera verò in latus fit, siue obliquum, qua gubernator clauum tenens, nautica acu docente, nauem ipsam interim detorquet, atque eò deflectit, quo prora spectabat, cum illiusmodi cursus institueretur. Idest quoniam mutato loco in nouos incidit meridianos, & subinde in nouos horizontes: ea idcirco arte in consimiles horizontum partes cursum dirigit. Quare si res ita se habeat, descripta linea quam rumbum dicimus, neque circularis erit, nec ex circularibus conflata. Nobis tamen aliter videtur. Nauem enim animaduertimus aliquandiu in longum ferri, antea quàm in latus deflectat: & idcirco eiusmodi lineam ex exiguis segmentis maximorum circulorum constitutam esse, arbitramur. Nam cur nauis perpetuò in latus deferri cogetur, si quanquam in maximo circulo quo flatus spirat, breui tamen curriculo versetur, alio proram spectare gubernator minime sentit? Veruntamen Geometriæ peritus certa atque indubitata ratione deprehendit, quantulacunque facta mutatione, impares effici angulos cum nouis, quos subit, meridianis: & proinde nauis proram alio tendere, sed latet sensui error ille. Cuius quidem causam atque rationem vt planè perspiciamus, imprimis intelligamus oportet, quòd proposito sphærico triangulo a b c, ex segmentis maximorum circulorum constituto, in quo quidem angulus c rectus existat, angulus verò à acutus, latus autem a b recto angulo subtensum quadrante non maius. Proposito etiam acuto angulo d, maiore ipso a, non erit difficile à puncto b, in subiectum latus a c, segmentum maximi circuli deducere, quod ad aliquod punctum inter a & c, cum eodem a c, angulum æqualem efficiat proposito angulo d. Ad punctum enim a terminum lateris a c, acutum angulum constituemus c a e, æqualem angulo d per primam propositionem primi libri Menelai, & producto latere b c, occurrat segmento a e, in puncto e. Præterea tribus propositis rectis lineis, quarum prima sit sinus rectus segmenti c e, secunda sinus rectus a e, tertia sinus rectus b c, quarta inueniatur proportionalis in plano circuli c b e, per 12. sexti libri Euclidis, quæ quidem sit f g. Hanc autem ostendemus maiorem esse sinu recto segmenti b c, minorem verò sinu toto. Nam quoniam angulus b a c acutus proponitur, & latus a b, quadrante non maius: igitur latus b c, quadrante minus erit: latus verò a c quadrante non maius, per vndecimam propositionem pri



primi libri Gebri. Rursus in triangulo a e c, quoniam angulus c a e acutus est: subtensum igitur latus minus erit quadrante, per ipsam vndecimam propositionem. Latus porro a c, ostēsum est quadrāte non maius: igitur latus a e, non maius erit quadrante, pe eandem 11. primi libri Gebri. Minus est autem c e ipso a e, per septimam propositionem primi libri Menelai, quia minori angulo subtenditur: igitur sinus rectus segmenti c e, minor erit sinu recto segmenti a e. At sicut sinus rectus c e, ad sinum rectum a e, sic posuimus sinum rectum b c, ad rectam lineam f g: igitur minor est sinus rectus b c, ipsa recta f g. Sed quod eadem f g, minor sit sinu toto, facile erit demōstrare. Quoniam enim sicut sinus rectus segmenti c e ad sinum rectum a e, sic se habet sinus rectus b c, ad rectam f g: igitur sicut sinus c e, ad sinum b c, sic sinus a e, ad rectam f g, per permutatam proportionem. Maior est autem sinus c e sinu b c: igitur maior erit sinus rectus segmenti a e, ipsa recta f g. Sinus verò rect⁹ segmenti a e, sinum totum non excedit: igitur minor erit recta f g sinu toto. Rectam itaq; sumemus f h, duplam ipsius f g, cui æqualē coaptabimus circulo e b c, in quo quidem circumferentiam subtendat b i, semicirculo minorem. Dimidium verò ipsius b i esto b K: sinus igitur rectus ipsius b K æqualis erit rectæ f g, per definitionem sinus recti, & communem sententiam: & proinde segmentum b K maius erit segmento b c: circulum igitur describemus super polo b ipso interuallo b K, quem necesse est secare maximum circulum a c l, duobus in locis. Sit igitur vna sectio ante c, in puncto m. Dico quod alia sectio erit inter c & a. Nam non in a: maiorem enim rationem habet sinus rectus anguli acuti c a e, ad sinum totū, quàm sinus rectus acuti anguli b a c, ad eundem sinum totum. Atqui sicut sinus rectus anguli c a e, ad sinum totum, sic sinus segmenti c e, ad sinum segmenti a e, & sicut sinus anguli b a c, ad sinum totū, sic sinus segmenti b c, ad sinum a b, per 13. propositionem primi libri Gebri. Igitur maiorem rationem habet sinus c e, ad sinum a e, quàm sinus c b, ad sinum a b. At sicut sinus c e ad sinum a e, sic sinus c b ad sinum b K: igitur maiorem habebit rationem sinus c b ad sinum b K, quàm sinus eiusdē c b ad sinum a b: & idcirco minor est sinus segmenti b K, sinu segmenti a b. Et quoniā segmentum b k, ostensum fuit quadrāte minus, segmentum verò a b, positum fuit quadrāte nō maius: igitur minus erit b k ipso a b. Et proinde circulus descriptus per k, secare non potest maximum circulum a c in a. Si enim in a secaret, duo segmenta a b & b k æqualia essent inter se, sed maius est a b ipso b k. Nec secare potest in alio puncto vltra a vt in n. Nam quoniā b c, minus est quadrante: in triangulo igitur n b c, angulus c n b acutus erit: at obtusus est angulus b a n, igitur in triangulo a b n, maius erit latus b n latere a b, per 9. primi Menelai: & proinde multò maius segmēto b K. Quapropter secare non potest descriptus circulus maximum circulum a c m, vltra a nec in ipso a. Secet igitur in o, inter c & a. Igitur maximum circulū describemus per ipsa b & o puncta, qui ad o angulum efficiat b o c. Dico ipsum b o c acutum esse, æqualemq; proposito angulo d. Nam sicut sinus rectus c e, ad sinum rectum a e, sic sinus rectus

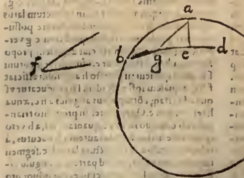
ctus b c, ad finum rectum b o. At ficut finus re-
ctus c a, ad finum rectum a e, fic finus rectus ar-
cus anguli c a e, ad finum totum. Et ficut finus
rectus b c, ad finum b o, fic finus rectus anguli
b o c, ad finum totum: igitur ficut finus rectus
anguli c a e, ad finum totum, fic finus rectus an-
guli b o c, ad eundem finum totum. Et proptc-
rea æquales funt inter fe duo finus recti angulo
rum c a e & b o c. At acutus eft c a e, per hypo-
tefim, & b o c fimiliter acutus, propterea quòd
in rectangulo triangulo b c o, fubiectum latus b
c, minus eft quadrante: igitur æquales erunt in
ter fe ijdem anguli c a e & b o c. Ipfe verò c a e,
æqualis eft angulo d: æqualis igitur erit b o c, ei
dem d. Et proinde in triangulo a b c, fegmento-
rum circulorum maximorum, in quo angulus
c rectus eft, angulus verò a acutus, minorq; pro-
pofito angulo d, latus autem a b, quadrante non
maius, à reliquo angulo b, in fubiectum latus a c
maximi circuli fegmentum b o deduximus,
quod ad punctum o angulum conftituit b o c,
æqualem eidem propofito angulo d, quod fecif
fe oportuit. Et quoniam acuti anguli a, & recti
differentia in duo æqualia diuidi poteft, dimi-
dium rurfus in duo æqualia, & ita deinceps in
infinitum: à reliquo igitur angulo b maximi
circuli fegmentum ducere poffumus, quod ad
aliquod punctum lateris a c, angulum efficiat
acutum, tam exigua differentia fuperantem ip
fum a, vt iudicio fenfus eidē æqualis appareat.
Adeò vt ipforum inæqualitas nullo inftrumen
to internofci valeat. Prædicta etiam demon-
ftrandi arte concludes, quòd in fphærico trian-
gulo a b c, fegmentorum circulorum maximo-
rum, fi latus a b, maius quadrante fuerit, a c ve-
rò quadrans, angulus autem a b c acutus, produ-
cto latere b c, exterior angulus a c d, minor erit
acuto, interiore q; a b c: propterea quòd duo la
tera a b & a c, coniuncta maiora funt femicircu
lo per hypothefim. Igitur propofito alio acuto
angulo e, adhuc minore ipfo a b c, maiore ta-
men ipfo a c d, dico quòd pofsibile eft ab angu-
lo a, in fubiectum latus b c, fegmentum maxi-
mi circuli ducere, quod cum eodem b c, æqua
lem angulum efficiat ipfi e, ad partem c. Late-
ra enim a b & a c extendantur, cōcurrantq; in
f, & ab ipfo f, maximi circuli fegmentum dedu
catur f g ad rectos angulos fuper b c, quod ex-
tra triangulum b f c, neceffe eft cadere: propte-
rea quòd angulus c b f obtufus eft, ipfum verò
f g, quadrante minus. Igitur quoniam a c f femi
circulus eft, & a c quadrans, fegmentū c f qua-



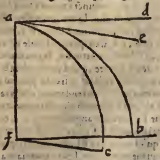
drans quoque erit. Angulus porrò b c f acutus
eft, æqualis contrapofito a c d: idcirco in trian-
gulo rectangulo c g f, in quo quidem latus c f,
maius quadrante non eft, angulus autem f c g,
acutus, à reliquo angulo c f g, in fubiectum latus
c g, maximi circuli fegmentum ducere poffu-
mus arte paulò ante tradita, quod cum c g ver-
fus g angulum acutum efficiat æqualem propo
fito angulo e. Efto igitur eiufmodi fegmentum
f h, quod quidem in puncto h angulum efficiat
f h g, æqualem ipfi e, & idem f h producatur vf
que ad a: itaq; cōtrapofitus angulus a h c, æqua
lis erit eidem e. Quapropter in propofito trian-
gulo a b c, in quo latus a c, quadrans eft, a b verò
quadrante maius, angulus autem a b c acutus, à
reliquo angulo a in fubiectum latus b c, fegmen
tum duximus a h, quod ad partem c angulū ef-
ficit a h c, æqualem dato acuto e, qui minor pro
pofit⁹ fuit quàm acutus a b c, maior autē quàm
exterior a c d: quod quidem faciendum propo
fuimus. Non poteft autem f h cadere in puncto
b. Nam angulus a b c æqualis eft contrapofito
f b g: & propterea ipfe angulus f b g, maior ef-
fet angulo e per hypotefim, & communē fen-
tentiam: igitur non æqualis. Neq; cadet inter
b & g: maius enim effet b f ipfo f h, quia obt u-
fo angulo fubtenfum, at f h acuto. Quare duo
latera b f & f h, coniuncta femicirculo mino
ra fierent: & proinde multò maior angulus f h
g, eodem angulo a b c. Quapropter multò ma-
ior angulus e quàm a b c, rurfus contra hypothe
fim. Ex quo item concludes, quòd à puncto a,
du-

duci potest maximi circuli segmentum super subiectum latus b c, quod iam exigua differentia superetur ab acuto angulo a b c, vt sensum omnem effugiat, adeò vt nullo instrumēto deprehendi possit eiusmodi superantia.

Igitur qui secūdum artis nauigandi præcepta citra meridianum, & æquinoctialem cursum instituunt, quanquam aliquandiu in vno atq; eodē maximo versentur circulo, & hac de causa de instituto cursu aliquantulum diuertant, aliorsumúe tendant: eiusmodi tamen diuerticulum sensu percipere non poterunt. Circulus enim maximus a b c, meridianus esto loci b, polus manifestus a: soluentibus porrò è loco b, instituatur cursus secundum magnitudinem acuti anguli profectionis a b d, quem b d maximi circuli segmentū cum meridiano efficit ad pūctum b. Deducatur autem ex a, maximi circuli segmentum a e, ad rectos angulos super b d, & proponatur quidam alius acutus angulus f, insensibili differentia excedens ipsum a b d, atque minore illa qua idem a b d, à recto angulo



superatur. Et quoniam in sphærico triangulo a b e latus a b quadrante maius non est, angulus autem a b e acutus, minorq; angulo f: punctū igitur inueniatur in latere b e, sitq; g, in quo quidem maximi circuli segmentum a g, angulum efficiat a g e, æqualem ipsi f. Quare insensibili differentia ipse angulus a g e, profectionis angulum a b e superabit, eritq; a g meridianus loci g. Et quoniam in quouis puncto inter b & g, anguli efficiuntur cum circulis venientibus à b a, adhuc minores quàm a g e, maiores verò quàm a b e: exterior enim angul9 ad basim triāguli maior est interiore oppositoq;, quādo duo latera iunctim semicirculo minora sunt: minore idcirco differentia ijdem anguli superabunt ipsum angulum a b e. Proportionalis est autem idem ipse profectionis angulus a b e, ei rectilineo quem in nautico instrumento rectiline9 rumbus cum recta meridiana efficit: igitur imperceptibili differentia discrepabunt ijdē sphærici anguli à magnitudine rectilinei. Et proinde quamdiu nauis versatur in b g, maximi circuli segmento, in diuersa perpetuò tendit, quanquā diuerticulum illud sensu percipi non possit. Prora enim eodem videbitur spectare quo rectilineus rumbus tendit. Idem similiter ostendes in nauigationibus quæ fiunt versus occultum polum, si præcedenti figura vtaris. Meridianos autem circulos dicimus & polos in subiecto globo maris & terræ, similes ijs qui i sphæra cœlesti habentur. Profectionis porrò angulos curuilineum cum rectilineo proportionales esse sumpsimus, quod quidem facili demonstratione ostendes, hoc videlicet modo. Esto in superficie maris meridiani quadrans a b pūctum a, locus à quo discedimus: ipse igitur quadrans a b, cum quadrante a c, profectionis angulum efficiat b a c curuilineum, recta autem a d, cōtingat circulum a b in a, item recta a e contingat a c, in ipso a, centrum globi sit f, & connectantur a f, & b f & c f. Duæ itaq; rectæ lineæ a d, b f, æquidistantes erunt, similiter duæ a e, f c, æquidistantes per 28. propositionem primi libri Euclidis. Quapropter planum in quo angulus d a c, æquidistans erit plano in quo angulus b f c. Atqui in plano horizontis est b f c: superficies igitur in qua angulus d a e,



æquis

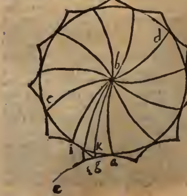
æquidistaus est horizonti, & a d recta meridiana, ipsa verò a e, rectilineus rumbus, qui cum ea dem a d, acutum efficit angulum d a e, quem di co propoitionalem esse similemúe sphærico b a c. Duo enim anguli d a e & b f c, æquales inuicē sunt per decimani propositionem vndecimi libri Euclidis: angulus autem b f c, quantitatem definit sphærici anguli b a c. Igitur proportionales sunt rectilineus d a e, & sphæricus b a c, idest sicut d a e, ad rectum angulum rectilineū, sic b a c ad rectum sphæricumq; maximorū circulorum circumferentijs contentum, quod quidem demonstrasse oportuit.

Igitur vt earum viarum qualitates secūdum quas ad alterum polorum mundi accedimus, recte intelligantur, hæc præmittenda censuimus. Cæterùm quoniam contingit nauigando eandem interdum seruari distantiam ab vno atque eodem polo: operæpretiū igitur erit huius quoque viæ qualitatē, quæ Aequatori parallela existit, inuestigare. Nam quòd itinerum profectiones nō solum fieri possint super maximis sphæræ circulis: sed etiā super minoribus, nemo vnquā dubitabit, si animaduerterit ex cētro sphæræ maris quod centrum mundi supponimus, ad singula puncta circumferentiæ minoris circuli rectas lineas ductas, si vlterius protendas, in cœlum abire, atq; secundum eas corpora grauia deorsum tendere. Quare si quispiam ita positus fuerit super minoris circuli circumferentia, vt pedes deorsum habeat, caput verò supra, secundū longitudinem conceptæ lineæ, poterit quidem sine vllo naturæ incommodo super eadem circumferentia progredi. Cæterùm Mathematici admonent itinerum profectiones fieri debere super circumferentijs maximorum circulorum: propterea quòd distantia, quæ ex maximo circulo sumitur, breuissima est. Quoniam enim vna atque eadem recta linea duas circum ferentias subtendit, vnam maximi circuli, alteram minoris: idcirco si in vno plano ipsos circulos positos intellexeris, segmentum maximi intra minoris segmentum continebi demonstrabitur. Quapropter per postulatum illud Archimedis in primo libro de Sphæra & Cilindro cōtinens contento maius esse, breuior erit distantia quæ ex maximo circulo sumitur ea quæ ex minore. Quod tamen multo euidentius Ioānes Vernerus demonstrauit in annotationibus supra Geographiā Ptole. At vtrum beneficio acus nauticæ nauigando, circulum æquinoctiali examussim æquidistantem describamus, quem admodum nautis videtur, non est facile definire. Nam si nauis constituatur in a, loco, proram dirigens in d, occasum æquinoctialem, & meridianum habeat b a c, æquinoctialis sit b d e, verticalis verò d a e, alter polorum mundi f, & ipse verticalis vnà cum naui motu primi cœli feratur, manifesto apparebit, puncta d & e, æquinoctialem percurrere, nauem verò parallelum a g h. Cæterum quanquam nauis eo motu perpetuo tēdat in occasum æquinoctialem, circulumq; parallelum describat, non tamen flatus, aut remigium impulsione, secundum artis nauigandi præcepta, acusúe nauticæ beneficio nauigasse dicetur. Nam non magis quàm



qui ad Borealem polum cum nauigare conarentur, propter flatus tamen vehementiam aliò nauem impellentem, per circulum æquidistantem æquinoctiali perducti sunt. Præterea cur eiusmodi nauigationem factam dicemus à Leste in Oestem, si nullus ad æquinoctialem progressus factus est? Curúe Solani flatus expetendus erit ijs qui in eodem parallelo versari cupiunt? Tunc enim nauigatio contingit secūda, cum quo nauis proram dirigit gubernator, eo flatus spirat. Atque non ob aliud, nisi quia ita spirante vento nauis celerius currit. Quod si nihil discedere volunt à parallelo, causam reddere non poterunt, cur docente acu nautica, & adiuuāte temone, nauem ipsi perpetuò in occasum detorquent æquinoctialem? Quamobrem sententia nostra de re hac (quemadmodum in priori libro diximus) alia erit. Hos nēpe qui à Leste in Oēstē citra æquinoctialem, secūdū artis nauigādi præcepta nauigāt, nō parallelū, sed lineam quādā describere in superficie maris ex exiguis quibusdā maximorum circulorum segmentis compositā. Quanquā verò putēt se examussim

in Oëstem perpetuò tendere, sæpissimè tamen diuertunt. Cæterùm diuerticulum illud à recti tudine, nec nō recessus à parallelo, propter paruitatem sensu percipi non potest. Locus enim à quo discedimus esto a, qui polum mundi b, manifestum habeat, & in parallelo a c d, positus sit. Institutus verò cursus in data nauigatione sit à Leste in Oëstem, idest ad occasum æquinoctialem. Igitur vt ostendamus qualem lineam, qui ad eum modum nauigant, in superficie maris describant, à puncto a termino meridiani a b, maximi circuli segmentum ducemus a e, ad rectos angulos super ipso a b, & super polo b, interuallo quodam quod ipsum a b, imperceptibili differentia superet, parallelus quidam descriptus intelligatur, cuius quidem intersectio cum a e, sit in puncto f. Eam verò differentiam imperceptibilem dicimus, quæ in Astronomicis supputationibus ob paruitatem negligitur, quæue (cum astra obseruamus) sensu percipi non potest. Sit autem b f, segmentum maximi circuli per ipsa b & f puncta venientis. Quapropter in rectangulo triangulo a b f latus a b, minus erit quadrante: quare angulus a f b, acutus erit. Et idcirco posibile est à puncto b, maximi circuli segmentum venire, quod in aliquo puncto inter a & f, angulum efficiat cum a f, æqualem cuiuis acuto, qui maior est ipso a f b. Segmentum itaq; b g cum a g, angulum efficiat b g a, imperceptibili differentia recto angulo minorem, maiorem verò ipso a f b. Erit itaque b g, adhuc minus ipso b f. Et quoniam meridiani qui cadunt inter a & g, angulos efficiunt maiores ipso b g a, à quo qui distantior est propinquiore maior existit: idcirco qui sol



uunt è loco a, acuq; nautica cœli plagas indicãte, in occasum æquinoctialem perpetuò tendere conãtur, quamdiu fuerint in a g, nihil ab instituto cursu discrepare videbũtur. Et quia segmentum b g insensibili differentia excedit a b: igitur quanquam reuera versati sint in a g, in parallelo tamen se delatos esse putabunt. Intersectio porrò segmenti b g, cum eodem parallelo esto K, & in ipso parallelo arcus sumatur K i, æqualis ipsi a K. Quapropter si per g & i maximus circulus scriptus fuerit, maximus item circulus per b & i: angulum igitur b i g, æqualem esse ostendes recto angulo b a g, segmentum itẽ a g, æquum segmento g i, per propositionem similem 4. primi Euclidis. Et idcirco circul⁹ maximus per g & i scriptus parallelum a c d, continget in ipso i. Quare si nauis delata fuerit super segmento g i, eundem cursum tenere videbitur, qui ab initio fuerat institutus, idest à Leste in Oëstem, locorum etiam latitudines in vniuerso segmento æquales apparebunt latitudini loci a: quare quemadmodum priori ostendimus syllogismo, nihil à parallelo loci a recessisse putabitur. Et quia ad hunc modum circa reliquũ paralleli ambitum nauis cursum se habere consequens est, nihil verò referre siue reliqua segmenta æqualia ponamus ipsi a g, siue minora, dummodo ipsum contingant parallelum: patet igitur eam lineam quam nauis in superficie maris describit, cum à Leste in Oëstẽ citra æquinoctialem nauigamus, parallelum nō esse. Cæterùm ab eo insensibiliter discrepare, differentiam verò tanto esse minorem, quanto linea illa angulosior fuerit. Quamobrem rationi consentaneum est, vt pro huiusmodi lineis Aequatori æquidistantes in globo describãtur. Nam si ad eum modum fractas lineas sub quantouis, certo tamen angulorum numero duceremus, quales naues à Leste in Oëstem percurrere demonstrauimus, iustè obiurgandi essemus: cur non alias magis ad parallelũ accedentes, pluriũue angulorum describantur à nobis, vt recessus à parallelo, & ab instituto cursu minor euadere posit. Ii porrò qui in loco sunt latitudine carẽte, & ad Lestem nauigant aut Oëstem: idcirco super æquinoctiali circulo vehuntur, quoniam meridiani cum æquinoctiali rectos angulos vbique efficiunt.

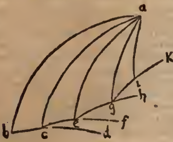
¶ *Quod posibile sit datum globum rumbis delineare. Cap. 22.*

Igi

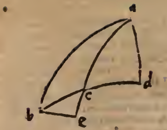
IGitur ex supradictis liquet tales lineas in quouis globo duci posse, quales nauigan do in superficie maris describimus. Eiusmodi verò lineas vulgari nomine rumbos dicim⁹. Hi autem sunt rumbus Septentrionis & Austri, Lestis & Oestis, Nordestis & Sudoestis, Noroestis & Suestis, & qui in medio, inter hos sunt, & alij rursus inter hos & illos. Quorum quidem qui Septentrionis & Austri sunt, circuli maximi sunt, videlicet meridiani. Qui verò Lestis & Oestis, æquinoctialis cum parallelis, quemadmodum demoustratum est à nobis. Reliqui autem orbiculares lineæ sunt ex segmentis maximorum circulorum compositæ. Et quoniam oportet eiusmodi segmenta angulos efficere æquales, quantum ad sensum in quibusuis punctis cum nouis meridianis, exteriores interiori, qui profectionis est, id fieri posse demoustrauimus. Quare si proposito quouis rumbo à puncto intersectionis dati meridiani cum æquinoctiali circulus maximus ductus fuerit, qui cum ipso meridiano angulum acutum efficiat propotionalem ei rectilineo, quem datus rumbus rectilineus cum meridiana efficit, & ipsius maximi circuli segmentum sumatur, qui in quouis puncto cum alijs meridianis angulos efficiat exteriores insensibili differentia maiores: rursus verò à termino eiusdem segmēti duo maximi circuli ducti fuerint, vnus per polos mundi, alter verò qui cum eo efficiat angulum æqualem ei qui prius factus fuerat in æquinoctialis puncto. Ab hoc autem segmentum præterea sumatur, quod in quouis puncto angulos efficiat æquales quantum ad sensum exteriores interiori, & ita deinceps per globi conuexitatem, ad vnum & alterum polum, erit nimirum illi⁹ modi fracta linea per quàm similis ei quam nauis super maris superficie descripserit, cum nauigatio facta fuerit secundum propositum rumbum. Et quoniam eadem prorsus arte reliqui rūbi duci possunt: igitur in quouis proposito globo eas duci lineas quas nautæ rumbos appellant, possibile est.

¶ *Tabulam quandam numerorum edere, cuius adminiculo in dato globo rumbos quoslibet describamus. Cap. 23.*

MAximorū circulorum segmenta ex quibus datus rumbus cōstituēdus est, ea magnitudine debēt esse, vt duo anguli exterior & interior, quos ad suos fines cū meridianis efficiūt, tametsi sint inæquales, pro æqualibus habeantur. Ipsorum porrò angulorum differentiam vnius gradus circumferentiæ horizontis subijciemus. minores enim credibile est sensui gubernatoris occulta ri. Initium verò describendorum rumborum erit in æquinoctiali circulo. Igitur vt segmenta meridianorum inter polum propinquiorem & fines eorum segmentorum, quæ datum rumbum constituunt, numeris innotescant, sit in subiecta figura punctū a, vnus polorum mundi, meridiani quadrās a b, segmēta verò b c, c e, e g, g i, rumbum constituant dati anguli profectionis a b c, vlteriusq; producantur b c, ad d, c e, ad f, e g, ad h, g i, ad K. Ab ipso autem polo a, meridiani veniant ad puncta c, e, g, i, nempe a c, a e, a g, & a i. Dico meridianorum segmēta a b, a c, a e, a g, & a i, sinus rectos habere proportionales in proportione continua, eamq; esse, quam habet sinus exterioris anguli a c d, ad sinum interioris anguli oppositiq; a b c, in sphærico triā gulo b a c. Nā in ipso sphærico triangulo sicut sinus rectus lateris a b, ad sinum rectum lateris a c, sic sinus rectus anguli a c b, ad sinum anguli a b c, per 13. propositionem primi libri Gebri. Atqui duo anguli a c b & a c d vnum atque eūdem habent sinum rectum: igitur sicut sinus a b, ad sinum a c, sic sinus anguli a c d, ad sinum anguli a b c. Et eodem sylogismo ostendes sicut se habet sinus a c ad sinum a e, sic se habere sinum anguli a c f, ad sinum anguli a c e. Et quoniam duorum triangulorum b a c & c a e, interiores anguli æquales inuicem supponuntur, duo etiā exteriores a c d



& a e f, inter se æquales: igitur sicut sinus anguli a c d, ad sinum anguli a b c, sic sinus anguli a e f, ad sinum anguli a c e. Et proinde sicut sin⁹ segmenti a b, ad sinum segmenti a c, sic sinus segmenti ipsius a c, ad sinum segmenti a e. Similiter autem demonstrabis quod sicut sinus a c, ad sinū a e, sic sinus a e, ad sinum a g, & in eadem ratione esse sinum a g, ad sinū a i. Quare patet meridianorum segmenta quæ ad ipsa veniunt pūcta b, c, e, g, i, sub vna atque eadem ratione sinus rectos proportionales habere, quam quidem seruat sinus anguli a c d, ad sinū anguli a b c. Quæ cum ita sint, non erit difficile ipsa meridianorū segmenta cognita reddere. Sinum enim totum qui quadrantis est a b, in sinum anguli a b c, dati rumbi multiplicabimus adiectione quinque ziphrarum: productum verò diuidemus per sinum anguli a c d, & prodibit in quotiente sinus segmenti a c. Hunc verò in se ipsum multiplicabimus productum porrò diuidemus per sinum totum abiectione quinq; vltimarū figurarū, & veniet sinus rectus segmenti a e. Hunc autem multiplicabimus in sinum segmenti a c, productumq; diuidemus per sinum totū prædicta arte, & veniet ex partitione sinus segmenti a g. Ipsum deniq; sinum segmenti a g. multiplicabimus in sinum a c, productum deinde diuidemus per sinum totum, & veniet sinus segmenti a i. Et ita in cæteris. Nam cum sinus rectus a c, cognitus fuerit, ipse erit cōmunis multiplicator ad inueniendum reliquorum segmentorum sinus, communis autem diuisor sinus totus erit. Sinibus porrò cognitis, debiti arcus per tabulā sinuum rectorum patefient. Ipsi autem sunt meridianorum segmenta inter polum mundi & eorum segmentorum fines, quæ datum rumbum constituunt. Deinde verò ipsorum segmentorum datum rumbum constituentium quantitates, operæpretiū erit metiri, & eos angulos cognoscere, qui super polis mundi eisdem segmentis subtenduntur, quod quidem prolixiores expostulat syllogismos. Esto enim b c, primus arcus dati rumbi ab æquinoctiali inchoatus, punctum a polus mundi vicinior, meridiani quadrans a b, a c, verò quadrante minus. Igitur vt ipsum b c, & angulum b a c, numeris notos reddamus, segmentum a c, producemus vsq; ad e, æquinoctialis punctum: in quo quidem cum b e, æquinoctialis segmento rectum angulum efficit b e c. In triangulo itaque c e b, angulus e b c, cognitus est: is enim relinquitur detracto angulo a b c, dati rumbi ex recto a b e, subiectum ve-



rò latus c e cognitum existit: propterea quòd a c, quadrantis complementum iam innotuit: igitur reliqua trianguli latera b c & b e, cognita erunt. Est enim sicut sinus totus ad sinum anguli e b c, sic sinus lateris b c, ad sinū lateris c e. Quare cum quatuor quantitatum proportionalium prima, secunda & quarta sint cognitæ: tertia igitur ignorari non poterit, sinus porrò cū cognitus fuerit, arcus illico innotescet. Præterea sicut sinus totus ad sinum complemēti c e, sic sinus complementi b e, ad sinum complementi b c: per regulam igitur numerorum proportionalium sinus rectus complementi arcus b e patefiet: & idcirco ipse arcus b e, qui angulum subtēdit b a c, statim cognosci poterit.

Hac igitur arte quantitatē inuenies primi segmēti dati rumbi ab æquinoctiali initium sumētis, & differentiam meridianorum per ipsius fines venientium, arcumúe æquinoctialis qui eidem respondet. At ponamus b c, dati rumbi segmentum esse, sed non primum: oporteatque ipsius quantitatem metiri, & meridianorum differentiam inter fines eiusdem. Igitur à polo a, maximus circulus ducatur, qui segmentum b c, vlterius productum ad rectos angulos secet super d. In triangulo itaque rectangulo a d b, acutus angulus a b d, cognitus supponitur; a b verò meridiani segmentum inter polum & initium arcus b c, iam innotuit: igitur quemadmodum paulo antè ratiocinati sumus, sinus recti a d & b d innotescēt, & ipsa latera per tabulam sinuū rectorum cognita erunt. Similiter verò in triangulo a c d, quoniam latus a d, cognitum existit, & a c meridiani segmentum notū supponitur: reliquum igitur latus c d innotescet. Quo quidem detracto ex b d ipsum b c, dati rumbi segmentum cognitum relinqui necesse est. Ex quo quidem angulum b a c, qui duobus meridianis

a b,

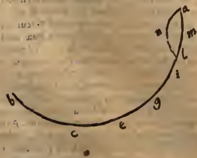
a b, a c continetur, differentiamque longitudinis definit inter b & c, vno alio syllogismo statim concludes cognitum. Nam quoniam in triã gulo b c a, sicut sinus lateris a c, ad sinum lateris b c, sic sinus anguli a b c, ad sinum anguli b a c, per 13. propositionem primi libri Gebri. Si igitur sinum anguli a b c, in sinum lateris b c, idest sinum anguli dati rumbi in sinum propositi segmenti multiplicaueris, productum verò diuersis per sinum a c: in quotiente reperies sinũ anguli b a c. Acutus est autem quia totus angulus b a d, acutus est: igitur per tabulam sinuũ rectorũ arcus ipsius anguli b a c, notꝰ prodibit. Quod si propter operis facilitatem sinum totum semper interuenire velis, quæ quatuor syllogismis nora concludimus, quinq; manifestanda erunt. Vtemur autem decima quarta propositione primi libri Gebri. His itaque ad hunc modum demonstratis, tabula quædam numerorum exarãda erit septem columnis distincta: singulæ verò columnæ in tria spatia. Prima columna erit primi rumbi, siue potius primæ quartæ rumbi, quã vulgari nomine dicimus Norte quarta de Nordeste, & huic opposita Sul quarta de Sudoëste. Ex alio latere Norte quarta de Noroëste, Sul quarta de Sueste. Huius columnæ primum spatium arcus continet meridiani qui ad fines segmentorum dati rumbi terminantur. Secundum verò spatium itinerum longitudines comprehẽdit segmentorum ipsius rumbi, idest quantum sit vnum quodq; eiusdem rumbi segmentũ ostẽdit. In tertio autem differentiæ longitudinis scribi debent inter fines cuiusuis segmenti eiusdem rumbi. Secunda columna ad eundem modum tribus spatijs distincta, numeros continebit qui debentur mediæ profectioni, quam appellant Nornordeste Susudoeste: ex alio verò latere Nornoroeste Susueste. In tertia porrò numeri collocandi sunt tertiæ quartæ, quam dicũt Nordeste quarta de Norte, & Noroëste quarta de Norte, cum oppositis. Et eadem arte reliquæ columnæ erunt exarandæ. In latere verò sinistro eiusdem tabulæ numerus, & ordo sigillatim scribendus est segmentorum cuiusuis rumbi. In prima itaque columna angulus profectionis primæ quartæ gradus continet 11. minut. 15. In secunda quæ mediarum profectionum est, gradus comprehendit 22. minut. 30. In tertia profectionis angulus graduum est 33. minutorũ 45. In quarta graduum 45. In quinta graduum 56. minutorum 15. In sexta graduum, 67. minu. 30. In septima denique 78. minut. 45. Quælibet igitur columna debitis numeris implenda erit, numeris lateralibus respondentibus. Hoc tamen commemorandum est, quod arcus meridiani in primo spatio positus, is est qui ad finem segmenti venit, non qui ad initium. Nam quoniam initium descriptionis omnium rumborũ ab æquinoctiali circulo sumẽdum est: arcus igitur meridiani ad initium primi segmẽti veniẽtis quadrans existit. Quapropter numerus graduum & minutorum in primo spatio scriptus, arcus illius meridiani erit, qui ad finem primi segmẽti terminatur, & ita in cæteris. Et quoniã initium sequentis segmenti præcedentis finis est: idcirco si posteriores arcus cogniti fuerint, priores ignorari non poterunt.

¶ *Sequitur dispositio tabulæ in septem partes distincta: numeros verò qui intra ipsius tabulæ aream scribendi sunt, studiosi adolescentes inuenient secundum præcedentes demonstrationes, & quantum libuerit, extendent.*

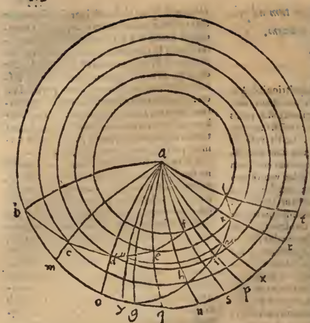
Numerus & ordo segmentorum in quolibet rumbo.	Prima quarta norte quarta de nordeste norte quarta de noroeste cũ oppositis.			Secunda quarta nor nordeste nornoroeste cum oppositis.			Tertia quarta nordeste quarta de norte, noroeste quarta d norte cũ oppositis.			Quarta quarta, nordeste, noroeste, cum oppositis.			Quinta quarta, nordeste quarta d leste, noroeste quarta do este cum oppositis.			Sexta quarta lesnordeste, oesnoroeste, cum oppositis.			septima quarta, leste quarta de nordeste, oeste quarta de noroeste cũ oppositis.		
	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differentia lõgitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differentia lõgitudinis.	arcus meridiani.	longitudo itineris.	differentia lõgitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differẽtia lõgitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differẽtia longitudinis.	arcus meridiani.	longitudo itineris.	differẽtia longitudinis.	arcus meridiani.	lõgitudo itineris.	differentia lõgitudinis.
	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃	Gr. m̃
1																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					
8																					
9																					
10																					
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					
17																					
18																					
19																					

❡ De habitudine rumborum tum ad polos mundi, tum ad se inuicem. Cap. 24.

RVmbi Septētrionis & Austri quia meridiani sunt, per æquinoctialis polos quos polos mūdi dicimus, veniunt. Lestis verò & Oestis quia sunt æquidistantes, quorum maximus est æquinoctialis, per ipsos polos venire non possunt. Reliqui verò quoniam ex segmentis maximorum circulorum constituti intelligun tur, acutos angulos cum meridianis efficientes: idcirco nec per polos mundi transeunt, nec ab eisdem polis paribus distant interuallis, sed in infinitum produci possunt. Quanto autem ma gis producuntur, tanto magis polis appropinquant. cæterùm in eos intrare non possunt. Nam quemadmodum in figura superius descripta rumbus b c e g, acutos angulos paresq; facit ad fines suorum segmentorum cum meridianis: ad intermedia verò puncta quanquam impares, insensibili tamen differentia, ita nimirum à puncto g in i, & ab i rursus prolongari potest, & ita deinceps quantum libuerit. Ad quoduis enim dati meridiani punctum, dato an gulo concepti rumbi æqualis effici potest ab ipso meridiano, cum quodam alio maximo cir culo. Porrò ex ijs quæ demōstrauimus satis cōstat meridianorum segmenta perperuò minora fieri. Quare quanto magis ipse rumbus productus fuerit, tanto magis eidem polo appropinquabit: at intrare nunquam poterit. Nam si intrat, quoniam a posuimus polum mundi viciniorem: sit igitur eiusmodi ingressus secundum dati rumbi segmentum l m a, & per a & l, meridianus scribatur a n l. Quapropter duo maximi circuli se inuicem per inæqualia secabunt in ipsis a & l punctis: quod est impossibile. Sūt enim a m l & a n l, segmenta semicirculis minora, sed si contendas meridianum per a & l, pūcta scriptum, eum esse qui dati rumbi segmentum habet l m a: iam igitur ipsum l m a, rumbus erit Septentrionis & Austri contra hypothesim: & idcirco in mundi polos intrare minime potest, quod demonstrandum erat.



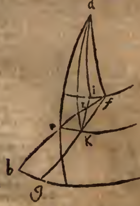
Illi verò rumbi quibus idem nomen commune fuerit, eam inter se habitudinem habebunt, vt æquinoctialis circuli, & æquidistantium segmenta complectantur proportionalia, non secus quàm meridiani. Quanto autem magis pro ducti fuerint, tanto magis inuicem appropinquabunt: nunquam tamen cōcurrere poterūt. Magis inuicem appropinquare producti rumbi dicentur, quando longius ab æquinoctiali, inter puncta parallelorum minus spatium intercceperint. Duos enim rumbos vnius nominis intelligamus b c d e f & g h i K l, à punctis b & g, æquinoctialis inchoatos, & per fines segmentorum eorundem rumborum meridianorum quadrantes scribantur: quemadmodum in subiecta figura apparet. Sint autē prima segmenta b c & g h. In duobus itaq; triangulis à b c & a g h, angulus c b a, æqualis supponitur angulo h g a: angulus etiam a c b, æqualis angulo a h g, latus verò a b, æquum est lateri a g: sunt enim quadrātes: igitur reliqua latera quia minora sunt quadrantibus æqualia inuicem erunt, & reliqui anguli æquales per 16. primi libri Menel. Quapropter meridiani segmentum a c, æquum erit meridiani segmento a h. Describatur igitur per c & h, æquinoctialis paralle lus cuius quidem segmentum esto c h. Aio b g, & c h, æquinoctialis & paralleli segmenta, simi lia esse proportionaliaùe. nempe sicut æquinoctialis ad parallelum sic, b g, ad c h. Nam quo niam duo anguli b a c & g a h, æquales ostensi sunt: arcus igitur æquinoctialis b m & g n, æquales inuicem erunt: quibus si adijciamus g m, æquales igitur erunt b g & m n, per commu nem sententiam. Quapropter sicut b g ad c h sic m n, ad idem segmentum c h. Atqui simi les sunt proportionalesùe ipsi duo arcus m n & c h, per 14. secundi lib. Theo. igitur b g & c h, proportionales erunt. Quod quidem per so lam 17. propositionem ipsius 2. libri Theo. demon



monstrare poteris. Idem similiter demonstrabis de segmentis reliquorum parallelorum inter eosdem rumbos comprehensis. Quoniam enim duorum triangulorum a c d & a h i, latera a c & a h, æqualia ostensa sunt, & anguli supra bases c d & h i, æquales subijciuntur: igitur reliqui anguli qui ad a æquales erunt, reliqua etiam latera, quia minora sunt quadrantibus, erũt æqualia: & idcirco a d & a i æqualia erunt, similiter duo æquinoctialis segmenta m o & n p, inter se æqualia erunt, & proinde totum b o, toti g p, æquum erit per communem sentẽtiam si æqualib⁹ æqualia addas. Vtriq; autem addemus g o & idcirco æqualia erũt b g & o p. Paralleli porrò descripti per d & i, segmentum esto d i: proportionalia igitur erunt o p & d i, meridianis a o & a p comprehẽsa: quare proportionalia quoque erunt b g & d i. Quod autem duo segmenta c h & d i, suis circulis sint proportionalia per æquam proportionem concludes, interposito b g. Sed ponamus segmentum u z, illius paralleli esse, qui scribitur per puncta quæ sunt supra d & i, x infra c & h, ostendemus nihilominus b g & u z, similia sequẽta esse. Ductis enim à polo a, quadrantibus a y & a x, per ipsa puncta u & z, duo latera a d, a u, trianguli a d u, duobus lateribus a i, a z, trianguli a i z, æqualia erunt: acutus autem angulus u d a, angulo z i a æqualis est, duo verò anguli a u d, a z i, obtusi sunt, per ea quæ superius demonstrauimus: igitur duo reliqui anguli d a u & i a z, æquales erunt. Quapropter duo segmenta o i, p x, æqualia inuicem erunt: & idcirco b y & g x, æqualia concludes, & propterea b g & y x æqualia erunt inter se per communem sententiam: At verò similia sunt y x & u z: igitur b g & u z, similia quoque erunt. Quapropter verissimum esse conclu des in vniuersum, parallelorum segmẽta inter rumbos vnius nominis eiusdemúe inclinationis proportionalia esse, quod demonstrandum suscepimus.

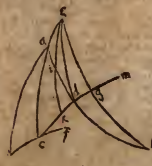
Quod autem quanto magis producuntur, tanto magis inuicem appropinquent, modò ostendemus. Nam quoniam arcus circulorum æquidistantium inter rumbos b f, & g l, comprehensi ipsis circulis proportionales sunt: rectæ igitur subtendentes eosdem arcus eorũdem circulorum semidiametris proportionales erũt. Hoc enim facile demonstrare poteris per sextum librum Euclid. Quapropter recta subtendens circumferentiam b g, recta subtendente c h maior erit, & hæc rursus maior recta subtendente d i, & ita deinceps. Idcirco si maximum circulum per puncta c & h, scriptum intellexeris, maximum item circulum per d & i, maiorem esse cõcludes b g, circumferentia maximi circuli inter c & h: hanc autem maiorem ea quæ continetur inter d & i, & similiter in alijs. Et propterea per definitionem à nobis traditam quanto magis ipsi rumbi producti fuerint, tanto magis inuicem appropinquabunt, quod erat demonstrandum. Scimus porrò duarum linearum interualla ex perpendicularibus sumi debere, quę à punctis vnius super alteram ducuntur. At in huiusmodi fractis lineis rationem potius habendam esse putauimus ad interualla punctorũ inter

ter consimiles rumbos in singulis parallelis. Nã si duarum nauium vna soluerit à loco b spatiũ decursura rumbi b f: altera verò à g, spatium decursura consimilis rumbi g l, pariq; ferantur celeritate, palam est ex iis quæ demonstrauimus, quandiu ad eum modum delatæ fuerint, in eosdem parallelos simul incidere, quantoq; magis prouectæ fuerint, tanto magis inuicem appropinquare. Nunquam verò cõcurrere etiam si in infinitum producãtur, ostendemus demonstratione ducente ad impossibile. Super polis enim non concurrent, quoniã in eos intrare non posse demonstratum est. Quare si alibi concurrũt: duo igitur eiusdem nominis rumbi b f & g f, cõcurrant in f, comparium segmẽtorum e f & k f, termino. Quapropter a e & a k, meridianorum arcus æquales erunt per ea quæ paulò ante demonstrauimus in præcedenti figura: anguli præterea e a f & f a k, inter se æquales pars & totũ, quod est impossibile. At si ipsa cõparia segmẽta non concurrere dixeris in f, sed in aliquo pũcto inter e & f: sit igitur eiusmodi concursus in r, & producatur K r vsque i, in parallelo puncti f. Et quoniam comparium segmentorum termini nos paribus interuallis ab eodem polo distare ostensum est, punctum verò f, terminum posuimus segmenti e f. punctum igitur i terminus erit segmenti k i. Arcus autem meridiani inter polum a & i esto a i: igitur duo anguli e a f & i a k, inter se æquales erunt, quod rursus est impossibile. Et propterea non concurrũt, quod demũ q; demonstrandum erat.



Quam habitudinẽ inter se habeant vnius atq; eiusdem rumbi segmenta. Cap. 25.

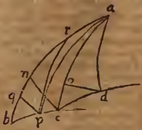
Maximorum circulorũ segmẽta ex quibus rumbi, qui nec sunt Septentrionis & Austri, neq; Lestis & Oestis, constituti intelliguntur, eam habent inter se cõparationem, vt in quouis ipsorum rumborum ab æquinoctiali inchoato, & versus vtrumq; polorum mundi prolongato, segmenta ipsi æquinoctiali propinquiora remotioribus maiora sint, & longitudinum atq; latitudinum differentiæ inter eorundem segmẽtorum extrema puncta maiores quoq;. Adeò vt quanto longius ab æquinoctiali quiuis rumbus productus fuerit, tanto segmenta minora fiant, & longitudinum nec non latitudinum differentiæ inter extrema puncta etiam minores. Rumbi enim inchoati a b æquinoctiali, & versus polum a producti, duo concipiantur segmenta b c, vicinius ipsi æquinoctiali, & c d remotius: ad quorum fines arcus meridianorum veniant a b, a c & a d. Dico b c, maius esse c d, & longitudinis differentiam inter duo puncta b & c, maiorem esse longitudinis differentia inter c & d, similiter arcum a b, maiori differentia excedere arcum a c, quam a c excedat a d. Primi demonstratio ad hunc modum fiet. Quoniam enim arcus a c, minor est ipso a b: producatur igitur ad partem a, fitq; c e idẽ ab æqualis. Dein de verò à puncto e termino ipsius c e, maximus ducatur circulus qui cum eodem c e, ad idẽ pũctum e, angulum efficiat æqualem angulo b a c, per primam propositionem primi libr. Menel.



 Secabit

Secabit autem huiusmodi circulus segmentum c d, in longum productum at non in d neq; inter c & d. Si enim secat in d, quoniam duorum triangulorum a b c & e c d, duo latera a b & e c, æqualia sunt: & duo anguli vnius duobus angulis alterius qui supra ipsa latera a b & e c, æquales sunt, alter alteri: reliquus igitur angulus a c b, reliquo e d c, æqualis erit per 14. primi Menelai. Quapropter exterior e d g, exteriori a c f, æqualis erit. Eidem verò exteriori a c f, æqualis est a d g: propterea quod supposuimus tanta differentia angulum a c f, superare angulum a b c, quanta huic æqualem a c d, superat angulus a d g. Aequalis igitur erit angulus e d g, angulo a d g pars toti, quod est impossibile. Et idcirco non secat in d. At inter c & d, secare non poterit. Nam si inter c & d secat: sit igitur huiusmodi sectio in k. Quare similibus argumentis ostendemus duos angulos e k g & a d g, inter se æquales esse. Secet autem arcus e K, arcum a d in i. In triangulo igitur K d i, exterior angulus i d g, interiori oppositoq; i K d, æqualis erit. Quapropter duo latera d i & K i, coniuncta vni semicirculo æqualia erũt. At verò d i, multo minus est quadrante, quia totus arcus a d, quadrante minor est: item K i multo minus quadrãte, quia arcus e k, cum sit æqualis a c, minor est quadrante: igitur impossibile.

Et idcirco non secat inter c & d. Secet porrò in g. Trianguli igitur e c g. latus c g æquum erit lateri b c, trianguli a b c. Minus est autem c d ipso c g: igitur minus erit idem c d quàm b c, quod imprimis erat ostendendum. Secundum demõstrabitur in eadem figura. Duo enim arcus a d & e g, ad partes d & g, producti concurrant in l, producaturq; d g in m, ad partem g. Duo igitur anguli e g m & a d m, angulo a c f æquales erũt: & idcirco inter se æquales per communem sententiam. Quapropter duos angulos m g l & m d l, æquales esse necesse est. Et propterea trianguli d g l, duo latera g l & d l, coniuncta vni semicirculo erunt æqualia: & idcirco trianguli e a l, duo latera a l & e l, coniuncta vno semicirculo maiora erunt. Quapropter exterior angulus c a l, interiore oppositoq; a e l, minor erit. Eidem verò a e l, æqualis est b a c: minor igitur erit c a d siue c a l, eodem angulo b a c. At ipse c a d, quãtitatem definit in æquinoctiali circulo differentiæ longitudinis inter c & d, angulus verò b a c, quantitatem differentiæ lõgitudinis inter b & c: igitur differentia longitudinis inter b & c, maior est differentia inter c & d, quod erat ostendendum. Postremũ præterea facili ostendemus demonstratione. Veniant enim per c & d paralleli, & quoniam maior est arcus a b quàm a c, & ipse a c maior quàm a d: igitur descripti paralleli meridianos a b & a c secabũt. Secent itaq; in n & o: erit igitur b n, differentia latitudinis inter b & c, at c o, differentia latitudinis inter c & d. Dico igitur differentiam b n, maiorẽ esse differentia c o. Nam quoniam demonstrauimus segmentum b c, maius esse c d: sumatur igitur ex eodem b c, segmentum b p, quod ipsi c d æquum sit, & ex a b arcus b r, æqualis arcui a c.

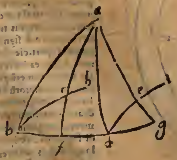


Deinde verò per duo puncta p & r, circulus maximus scribatur, circulus item maximus per a & p. Trianguli itaque a p r, duo latera a r & r p, coniuncta maiora sunt tertio latere a p. Ipsum verò a p, maius est quàm a c: propterea quod in triangulo c a p, angulus a c p, obtusus est, a p c verò acutus. Et idcirco ipsa duo latera a r & r p, coniuncta multò maiora sunt quàm a c. Eidem verò a c, æquum est meridiani segmentum a n: igitur maiora sunt a r, r p quàm a n. Commune auferatur a r: maius idcirco relinquetur r p quàm r n, per communem sententiam. Et quoniam r p & a d, æqualia sunt inter se, per similem propositionem quartæ primi libri Euclidis, minor est autẽ a d quàm a c: minor igitur erit r p quàm b r. Quare si r, punctum polum intelligamus, & per punctum p interuallo r p, circulus descriptus fuerit, secabit b r inter b & n. Secet itaq; in q: meridiani igitur segmentum b q, æquum erit segmẽto c o. Minus est autem b q quàm b n: igitur & c o minus erit eodem b n. Quare differentia latitudinis inter c & d, minor erit latitudinis differentia inter b & c, quod erat ostendendum. Nihil autem refert siue b c & c d, coniuncta sumantur, siue seiuncta.

Sed si diuersorum rumborum segmenta inter se inuicẽ conferre libeat, facilè ostẽdere poteris

per

per ea quæ hoc in loco & superius demonstrata fuerunt, latitudinis differentiam inter extrema puncta primi segmēti primi rumbi, siue primæ quartæ, cuius quidem inclinatio ad meridianū graduum est 11. minu. 15. maiorem esse latitudinis differentia extremorum punctorum cuiusuis alterius segmenti, tum ipsius primi rumbi, tum aliorum. Longitudinis verò differentiam inter extrema puncta primi segmenti septimi rumbi, siue septem quartarum, quauis alia maiorem esse. Esto enim punctum a polus mundi, arcus b c primi rumbi, siue primæ quartæ segmentum primum, ab æquinoctialis pūcto b, inchoatum: arcus autem d e, sit primum segmentum cuiusuis alterius rumbi, cuius initium sit d, similiter æquinoctialis punctum. Ostendemus autē in primis latitudinis differentiam inter b & c, siue potius latitudinem ipsius c, maiorem esse latitudinis differentia inter d & e. Cæterùm longitudinis differentiam inter eadem b & c, minorem esse longitudinis differentia inter d & e. Scribantur enim quadrātes a b, a c f, a d, & a e g, & producantur, b c ad h, & d e ad i. Angulus igitur a c h angulum a b c, vno gradu superabit, per ea quæ supposuimus. Similiter angulus a e i angulum a d e, vno gradu. At verò duo anguli a c h, a b c, minores sunt duobus angulis a e i & a d e, per hypothesim. Est enim angulus a b c, Gr. 11. minu. 15. quia tanta est inclinatio primæ quartæ ad meridianum: angulus porrò a d e maior subijcitur: quapropter inter sinus rectos arcuum angulorum a c h & a b c, maior erit ratio, quàm inter sinus rectos arcuum angulorū a e i, & a d e. Sinus nempe rectus arcus anguli a c h, maiorem habet rationem ad sinum rectum arcus anguli a b c, quàm sinus rectus arcus anguli a e i, ad sinum rectum arcus anguli a d e, per ea quæ superius demonstrauimus capite 3. de inueniēda locorum longitudine ex marina charta. Atqui sicut sinus rectus anguli a c h, ad sinum anguli a b c, sic sinus quadrantis a b, ad sinum arcus a c, in sphærico triangulo a c b: eundem enim sinum habent duo anguli exterior atque interior qui ad c. Similiter sicut sinus rectus anguli a e i, ad sinum rectum anguli a d e, sic sinus quadrantis a d, ad sinum arcus a e, in triangulo a e d. Igitur maiorem habebit rationem sinus quadrantis a b, ad sinum arcus a c, quàm sinus quadrantis a d, ad sinum arcus a e. Et proinde minor erit arcus a c ipso a e: arcus igitur c f, latitudinis differentia inter b & c, maior relinquetur quàm e g, latitudinis differētia inter d & e. Quoniam verò differentia latitudinis inter b & c, maior ostensa est latitudinis differentia extremorum punctorum cuiusuis alterius segmenti eiusdem rumbi, similiter latitudinis differentia inter d & e, maior est latitudinis differentia extremorum punctorum aliorum segmentorum ipsius rumbi inchoati à puncto d, cuius quidem inclinatio a d e, maior supponitur inclinatione a b c: igitur latitudinis differentia extremorum punctorū primi segmenti primi rumbi, siue primæ quartæ, maior est latitudinis differentia extremorum punctorum reliquorum omnium segmētorum tum ipsius primi rumbi, tum aliorum, quod erat ostendendum. Reliquum demonstrabimus eadem arte. Quoniam enim angulus a c h, contraposito b c f æqualis est: angulus item a e i, cōtraposito d e g æqualis: quantum itaq; angulus b c f excedit a b c, tantum angulus d e g, superabit a d e, per hypothesim.

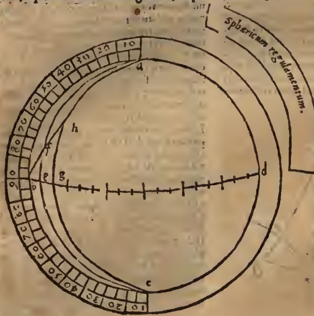


Igitur è diuerso quantum complementum anguli a b c, quod est c b f, complementum superat anguli b c f, tantum complementum anguli a d e, quod est e d g, cōplementum superabit anguli d e g: demōstratum est enim hoc in Arithmeticis. Minor est autem angulus e d g angulo c b f, item cōplemētū anguli d e g, minus est cōplemento anguli b c f: igitur maiorem rationē habebit sinus anguli e d g, ad sinum complemēti d e g, quàm sinus anguli c b f, ad sinum complementi anguli b c f. Et quoniam sicut sinus totus ad sinum complementi b f, sic sinus anguli c b f, ad sinum complementi b c f. Similiter in triangulo d g e, sicut sinus totus ad sinum cōplementi d g, sic sinus anguli e d g, ad sinum cōple-

menti d e g: maiorem igitur rationem habebit sinus totus ad sinum complementi d g, quàm ad sinum complementi b f: & idcirco complementum d g, minus erit complemento b f, & propterea arcus d g, maior relinquetur ipso b f. Ponemus igitur d e, primum segmentum esse septimi rumbi, qui septem quartarum est: cuius quidem inclinatio ad meridianum graduum est 78. minut. 45. b c verò primum segmentum cuiusuis alterius rumbi, & concludemus d g, maximam esse longitudinis differentiam velut antea.

¶ *Propositum globum rumbis deliniare.* Cap. 26.

COllocetur propositus globus intra mobilē meridianum; cuius vnus semicirculus, qui inter polos in duos quadrantes secetur: quadrantes verò in gradus 90. & debiti numeri ascribantur, quorum initium sit in ipsis polis, fines autem in sectione æquinoctialis. Ipse porrò æquinoctialis circulus in gradus similiter diuidatur, qui pūctis quibusdam, atque lineis tantum distinguantur, absque numerorum notis: quemadmodum in subiecta figura apparet. In qua quidem a b c d, interiorem circulum repræsentat illius superficiei mobilis meridiani circularisue armillæ, quæ per polos mūdi a Borealem, & c Australem venit. Punctum b, ipsius circuli & æquinoctialis vna sit intersectio, altera verò d. In proposito igitur globo semicirculus b d, vna est medietas æquinoctialis: at a b & b c, duo meridiani quadrantes. Diuidantur itaq; ipsi quadrantes in gradus quorum initium sit in a & c, finis verò vbi b: in quo quidem numerus 90. scriptus est. Aequinoctialis autem in Gr. 360. diuidatur, nempe semicirculus b d, in 180. & alius, qui ex opposita parte relinquitur, similiter in 180. Distinguendi porrò sunt ipsi æquinoctialis gradus punctis atque lineis. Cæterum numerorum notæ eisdem ascribendæ non sunt. Et quoniam iuxta præsens institutum rumbi omnes ab æquinoctiali ducendi sunt: sit igitur vnius descriptionis initium pūctum b, & in primis describatur in dexteram partem, quam Orientalem Borealemq; supponimus, rumbus ille qui vulgo dicitur Nor te quarta de Nordeste, hac videlicet arte. Numerum graduum & minutorum differentiæ lōgitudinis, qui è regione primi segmenti in area tabulæ supradictæ repertus fuerit, computabimus à b in d, in æquinoctiali circulo. Esto autem illius finis punctum e: igitur semicirculum a b c, mobilis meridiani transferemus ad situm a e c, in quo quidem computabimus ab a in e, numerum graduum & minutorum, qui in eadē tabula è regione ipsius primi segmenti sub titulo arcus meridiani scriptus fuerit, finem verò signabimus in superficie globi nota f. Ex eadem rursus tabula numerū graduum & minutorū differentiæ longitudinis, & arcus meridiani desumemus è regione secundi segmenti, & ipsam longitudinis, differentiam computabimus in æqui

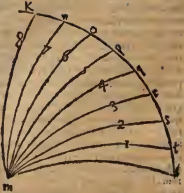


æquinoctiali ab c in d, & ad finem qui sit g, mobilis meridiani semicirculum transferemus, in situ a g c, in quo quidem (vt iam antea) numerũ graduum & minutorum arcus meridiani computabimus ab a in g: fine verò in superficie globi signabimus nota h, & ita deinceps faciendũ erit, totq; puncta in ipso globo eadem arte imprimemus, quotus fuerit segmentorum numerus, qui in ipsa tabula scriptus fuerit. Constat enim ex ijs quæ superius demonstrauimus, tabulam ipsam in infinitum augeri posse. Cæterùm sat erit ad latitudinem graduũ circiter 60. eam extendere, id est donec arcus meridiani in omni rumbo gradus ferè 30. comprehendat. Ipsis igitur punctis in dato globo signatis, vnã aliam armillam circularem parabimus, mobili meridiano æqualem. Ex qua quidem segmentum quoddam resecabimus, quod numerũ graduum haud minorem comprehendat maximo qui in vniuersa rumborum tabula, sub titulo lõgitudo itineris repert⁹ fuerit. Hoc igitur armillæ segmento ad ducendum arcum maximi circuli à puncto in punctum in superficie globi, perinde vtemur, atque planis regulamentis vti solemus, ad ducendum ab vno puncto in aliud punctum rectam lineam in vno plano. Ipso igitur sphærico regulamento punctis b & f, vt decet coaptato, arcum maximi circuli ducemus b f, & à puncto f, in punctum h, eadem arte arcũ ducemus f h, & ad eundem modum quoduis aliud punctum, eorum quæ in ipso globo impressa fuere, cum sibi vicino connectemus, vt tandẽ rumbus ille descriptus habeatur, quem Norte quarta de Nordeste appellant. Deinde verò desumem⁹ ex supradicta tabula primos atque tertios numeros secundæ columnæ, & eum rumbum ducemus consimili arte ab eodem puncto b, initio sumpto qui mediæ profectionis est. Nec aliter operandum erit pro reliquis rumbis ducendis per globi conuexitatem in partes Boreales Orientalesq;. Postea verò ab eodem puncto b rursus exordientes eos ducemus rumbos in occidentales partes Borealesq;, qui æqualis his habent ad meridianos inclinationes. Hi porrò vulgari sermone dicuntur Norte quarta de Noroëste, Nornoroëste, Noroeste quarta de norte, Noroëste, Noroëste quarta de Oeste, Oesnoroëste, Oëste quarta de Noroëste. Qua descriptione peracta, aliam item faciemus rumborum descriptionem, quæ à puncto d, initium sumat: præterea à punctis medijs inter b & d, alias duas in globis mediocris magnitudinis. In maioribus autem globis non tantum quatuor, sed octo descriptiones pluresúe faciendæ sunt. Nã quãto plures fuerint, tanto cuilibet profectioni paratior via reperta erit. Absolutis autem descriptionibus rumborum Borealis hemisphærij, totidem rursus faciemus in Australi, & ab eisdem punctis æquinoctialis inchoatas. Per quæ quidem puncta meridiani ducendi sunt colore nigro, ipsi & æquinoctialis: similiter & ij rumbi, qui in medio sunt inter hos, quales videlicet sunt Nordestes & Sudoëstes, Noroëstes atq; Suestes. Mediarum verò profectionum rumbi, viridi colore pingendi sunt: reliqui autem colore rubeo, quemadmodum in planisphærio nautarum. Circuli præterea æquinoctiali æquidistãtes quanto libuerit numero & interuallo describantur, colore tamen nigro: quandoquidem pro rumbis Lestis & Oëstis vsurpari solent.

Alijs etiam quibusdam modis rumborum descriptiones fieri poterunt, quorum vnus erit si super b. tanquam polo, interuallo autem æquali primo segmento dati rumbi, parui cuiusdam circuli circumferentia in globi superficie descripta fuerit. Tum verò mobilis meridiani semicirculus in situ a c e, constituendus erit, in quo quidem quoniam bis descriptam circumferentiam secat: pro termino igitur primi segmenti Borealior sectio sumenda erit. Huic modo vnus alius similis erit, si neglecta differentia longitudinis inter fines primi segmẽti, tantisper semicirculum mobilis meridiani circumducas, donec finis arc⁹ meridiani ipsius primi segmenti parui circuli circumferentiam attingat. Vbi enim attigerit, ibi erit alterum extremum eiusdem primi segmenti. Et eadem arte reliquorum segmentorum puncta notanda erunt.

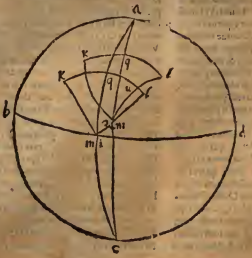
Modus etiam aptissimus erit, si ex tenui lamina cuprea ferreaúe, aut alterius materiæ, sphæricum quadrantem K l m, fabricaueris, cuius concauum ad expositi globi conuexum sit conformatum: latera autem K m & l m, rectũ angulum K m l, continentia maximo rumbi segmento, quod in tabula supradicta reperitur, paulò maiora sint, & in gradus maximi circuli dati globi diuidantur. Circumferentia verò K l, in octo æquales partes secetur, & ex puncto m, ad puncta sectionum maximorum circulorum arcus ducantur m n, m o, m p, m q, m r, m s, m t. Acutus igitur angulus l m t, vnius quartæ erit. At l m s, duarum quartarum, l m r triũ,

l m



l m q quatuor, l m p quinq; , l m o sex, l m n septem, sed rectus K m l, octo cõplectetur quartas. Quibus ita paratis, sit in subiecta figura pũctum i, inæquinoctiali circulo, à quo sumendũ sit initium describendorum rumborum. Atq; in primis describendus proponatur rũbus Nordestis & Sudoëstis. Igitur sphæricus quadrans imponatur, & eo pacto globi conuexo coaptetur, vt punctum m, sit simul cum i: mobilis autem meridiani semicirculus in situ ponatur a i c, sub quo quidem tamdiu sphæricus quadrans conuertatur, circa m vel i donec circumferentia m q, sit simul cum a i. Deinde verò ex tabula supradicta numerum graduum & minutorũ desumemus magnitudinis primi segmenti ipsius rumbi Nordestis & Sudoëstis, quem computabimus ab m in l, & ad finem notam in globo imprimemus, vbi z: erit igitur ipsum z, primi segmenti finis. Porrò vt secundi segmenti finis inueniatur, eadem omninò arte vtendum erit. Mobilem enim semicirculum transferemus ad situm a z c, sub quo sphæricus quadrans ita globo coaptandus erit, vt m sit vbi z, & super ipso m vel z, conuertendus erit, quo ad circumferentia m q siue z q, sit simul cum z a, & computato numero graduum & minutorum magnitudinis secundi segmenti ab m, siue z in l, notabitur in ipso globo finis secundi segmenti qui sit u. Et ad inueniendum reliqua puncta similiter operandum erit, quæ deniq; connectenda erunt: quemadmodum superius docuimus. Ipsius enim sphærici quadrantis latus pro regulamento seruiet. Quod si quempiam facilitas in opere, magis quàm exacta supputatio delectauerit, poterit is neglecta numerorum tabula, rũbos in dato globo describere, hoc videlicet modo. Circumferentia m q. posita sub a i, à puncto i vel m, secundum quadrantis latus m l; circumferentia ducatur i l, in ipsius globi superficie. Erit enim quadrantis latus pro sphærico regulamento: & proinde primi segmenti dati rumbi finis erit in ipsa i l, quem quidem ad hũc modum inueniemus.

Trahatur sphæricus quadrans per globi superficiem, ea tamen arte vt ipsius latus m l currat super circumferentia i l: mobilis autem meridiani semicirculus circumferatur, & in omni situ transeat per m. Atque tamdiu simul ferantur semicirculus & sphæricus quadrans, donec inter circumferentiam m q. & ipsum mobilis meridiani semicirculum vnus tantum gradus intercedat circumferentiæ K l. Quando enim illud acciderit, vbi fuerit m: ibi erit finis



nis primi segmenti. Ponamus igitur m, translato in x, & vnà mobilis meridiani semicirculo in situm a x c, vnum gradum circumferentiæ K l, intercedere inter circumferentiam q m vel q x, & semicirculi situm. Angulus igitur a x l angulum a i l, inclinationis dati rumbi gradu vno superabit. Et idcirco punctum x, finis erit



primi segmenti per ea quæ supposuimus. Quapropter si circa ipsum x, sphæricum quadrantem rātis per conuerterimus, quoad circumferētia q x sub mobili iaceat meridiano in situ a x: latus autem m l, ad situm veniat x y, & in ipsa globi superficie à x in y, circumferentia ducatur, secundi segmenti finis in ipsa erit x y, qui eadem arte qua modò vsi sumus, quærendus erit. Et idem inueniendi modus in cæteris seruari debet. His itaq; absolutis, littoralis orbis descriptio facienda erit in ipso globo. Et pro leucis, & milliaribus, cæterisq; mensuris consuetis, Scalæ describantur ex arcubus maximorum circulorum. Et quoniam inter Hispanos sunt, qui leucas 17. cum demidio, vni gradui maximi circuli tribuant in terreno circuitu: alij verò 16. cum duabus tertijs, idcirco si priorem sententiam amplecti libeat, arcum maximi circuli quatuor graduum in septem æquas partes diuides: vnaquæq; enim earum decem leucas comprehendet, & ad hunc modum poteris leucarum scalam, quantum libuerit producere.

Sed si tibi posterior sentētia magis placeat, gradus tres in quinq; æquas partes diuides, & erit vna quæq; pars similiter decem leucarum, sed hæ maiores illis.

¶ *De Usu illius globi, in quo rumbi descripti fuerint.*

Cap. 27.

Igitur cum globus ita comparatus fuerit, vt in Boreali hemisphærio, similiter in Australi, prædicta arte rumbos depictos habeat, magno vsui nauiganti bus esse poterit: quemadmodum regulis quibusdam ostendemus.

1 Si per duo data loca in globo posita nullus rumbus descriptus reperiatur, oporteat autem viam indagare qua ab vno in alterum veniēdum sit, mobilem meridianum ad vnum eorum traducemus. Quod si in eo situ alterum quoq; locum comprehendat, proculdubio in vno atque eodē rumbo Septentrionis & Austri ipsa loca posita erunt. Sed si differentes habuerint meridianos, quantæ sint eorundem locorum latitudines inquiremus, & ad quas mundi partes ab æquinoctiali distent. Nam si æquales repertæ fuerint, & ad eandem mundi parrē, aut Borealem, aut Australem, certum erit sub vno atque eodem parallelo posita esse, & proinde in rumbo lestis & oestis. At si neq; meridianum communem habent, neque parallelum; alius erit inueniendi modus. Duorum enim datorum locorum is qui à polo arctico distantior fuerit, commodioris doctrinæ gratia primus nuncupetur: qui verò eidem polo vicinior, secūdus dicatur. Quod si ipse secundus locus primo orientalior fuerit: rumbus igitur qui à primo in secundum venerit, vnus eorum erit, qui in quadrantem horizontis tendunt Orientalem atq; Borealem. Quare vt quinam illorum sit, deprehēdi possit, singuli tentandi erunt, hac videlicet arte. Mobili meridiano circūducto, duo notabimus puncta in vnoquoq; eorum, in quibus datorum locorum paralleli ipsos intersecāt rumbos. Deinde verò ipsorum datorum locorum

rum

rum intercapedinem inter circini pedes comprehendemus, quam quidem mox conferemus cum ijs quæ inter notata pũcta repertæ fuerint. Nam rumbus ille feligendus erit, qui viam mõstret à primo loco in secundum: in quo quidem signatorum punctorum distantia datorum locorum intercapedini æqualis inuẽta fuerit. Quòd si nulla eidem æqualis reperiatur, certum habebimus nullum rumbum à primo loco in secundum locum duci posse. Et idcirco vicinissimus sumendus erit. Eum verò dico vicissimum, qui distantiam signatorum punctorum habet minima differentia à iam dicta datorum locorum intercapedine discrepantem. Et proinde ipso rũbo vicinissimo ibitur à primo loco in quẽdam alium sub parallelo positum secundi loci, orientaliorem quidem ipso secundo loco, si datorũ locorum intercapedo minor reperta fuerit: occidentaliorem verò, si maior. Inde verò non erit difficile ad destinatum locum venire sub eodem parallelo nauigando. Nec dissimili arte rũbus inuestigandus erit à primo loco in secundum, cum ipse locus secundus primo occidentalior fuerit. Atque idem inueniendi modus seruabitur, quando à secundo in primum eundum fuerit. Et non solum ex interuallis rumbus indagari poterit inter duo data loca: sed etiam ex longitudinum differentijs, eam videlicet quæ inter meridianos eorundem locorum reperta fuerit, cum eis conferendo quæ in singulis rumbis inter meridianos signatorum punctorum fuerint comprehensæ. Quod quemadmodum absolui debeat, ex ijs quæ modo diximus facile constare poterit.

2 Si inter duo data loca in globo posita itineris interuallum metiri operæpretium fuerit, quod in eo rumbo sumitur, quo ab vno in alterum itur, non erit vnus atq; idem modus inueniendi huiusmodi distantiam. Nam si data loca in vno posita fuerint meridiano, numerum graduum qui inter eadem loca repertus fuerit, in leucarum numerum qui vni gradui respondet, multiplicabimus: productus enim numerus ipsum itineris interuallum notum reddet. Et similis seruabitur modus quando data loca sub æquinoctiali circulo posita fuerint. Sed si sub vno parallelo extra æquinoctialem reperta fuerint, gradus differentiæ longitudinis, quæ in ipso parallelo est, in grad⁹ maximi circuli arte superius tradita conuertemus, quos in numerum leucarum multiplicabimus, qui maximi circuli gradui debetur. ita enim quæsita distantia in ipso parallelo nota prodibit. At si per duo data loca rumbus alius descriptus reperiatur, non Septentrionis & Austri, neq; Leste & Oëstis: volis autem interuallum inuenire in ipso rumbo, circini officio id inuenies. Decem enim leucarum spatiolum inter circini pedes comprehendas, quo deinde ipsum rumbi interuallum inter data loca mensurabis: & proinde quæsitus leucarum numerus ignorari non poterit.

3 Si rumbus factæ nauigationis cognitus fuerit, vnà cum situ radicalis loci à quo discessimus, illius verò in quo sumus latitudo fuerit explorata, situm ipsius in globo non erit difficile inuenire. Nam si rumbus ipse per radicalem locum descriptus reperiatur, mobilem meridianum tandiu circumducemus, donec eundem rumbum in puncto terminante latitudinem illius loci, ad quem nauigando peruenimus, intersecet. Vbi enim intersecauerit, ibi locus ipse in quo sumus positus erit. At si per radicalem locum huiusmodi rumbus in tuo globo descriptus non est, notentur in eodem vbicunq; descriptus reperiatur duo puncta, tantum ab æquinoctiali remota, quantum radicalis, & is in quo sumus. Inter quæ quanta fuerit inuenta longitudinis differentia, tanta esse debet inter radicalem locum, & eum in quo sumus. Et quoniam is ipse locus in quo sumus, cognitam habet latitudinẽ: in globo igitur cognitum situm habere necesse est.

4 Si situs radicalis loci à quo nauigando discessimus, vnà cum rumbo cognitus fuerit, & cõfectum ipsius rumbi spatium cognitum quoque: situs loci in quo sumus ignorari non poterit. Si enim in tuo globo rumbus factæ nauigationis per locum radicalem trãsit, decem leucarum spatiolum inter circini pedes comprehensum confecti itineris mensura erit. Quapropter cum ipsum spatium circini officio mensuraueris, situs loci in quo sumus illico patefiet. Sed si rumbus factæ nauigationis per radicalem locum non transit, notetur in eo vbicunque descriptus reperiatur, punctum vnum tantum ab æquinoctiali remotum, quantum ipse locus radicalis, & ad eandem partem. A quo quidem puncto initio supputationis sumpto, tantum spatium sumemus ipsius rumbi, quantum est decursum spatium. fini verò notã imprimemus in ipsa globi superficie: quanta enim fuerit ipsius impressæ notæ ab æquinoctiali distantia, tãta erit eius loci in quo sumus

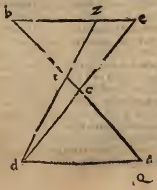
latitudo

latitudo,tantaq́; erit inter eundem & radicalē longitudinis differentia,quanta inter illud pūctū quod pro radicali ſumpſimus, & impreſſam notam reperta fuerit.

§ Si ſitus radicalis loci à quo nauigando diſceſsimus,vnà cum itineris confecto ſpatio cognitus fuerit,illius verò loci ad quem peruenim⁹ latitudo fuerit explorata, ſitus ipſius, nec non rumbus ille quem ſequuti fuimus, comperti erunt. Vel enim confectum ſpatium directum eſt interuallum inter ipſa duo loca, vel obliquū ac tortuoſum ſecundum alicuius rumbi ſemitā. Si directum eſt: eo igitur inter circini pedes cōprehenſo, ad ipſius menſuram circa radicalem locum circuli circumſerentiam deſcribemus: ſimul autem mobilem meridianum circumducemus. Vbi enim ipſius mobilis meridiani punctum illud quod latitudinem loci ad quem peruenimus,oſtendit,deſcriptam circumſerētiam attigerit: ibi erit ipſius loci ſitus. Attinget autem interdum in vno tantum puncto, quando videlicet vnus ad Boream fuerit, alter verò ad Auſtrum,ſub vno atque eodem meridiano:interdum in duobus, nempe quando vnus locus ad Orientem fuerit,alter verò ad Occidentem. Sed in quonam eorum ſimus, ex ipſa mundi cōuerſione,atq; facta nauigatione facile cognoſcemus. Rūbus igitur inter ipſa duo loca ex primo canone patefiet. At ſi confectum ſpatium ſecundum alicuius rumbi ſemitam decurſum fuerit:decem igitur leucarum ſpatiolo inter circini pedes comprehenſo, & initio ſupputationis à radicali loco ſumpto,ſinguli rumbi tentandi erunt. In eo enim locus ipſe ad quem nauigādo peruenimus,poſitus erit, in quo finis emēſi ſpatij parem ab æquinoctiali diſtantiam inuentæ latitudini,& ad eandem partem ſortitus fuerit. Quoniam verò per ſingula loca in globo poſita ſinguli rumbi deſcripti non ſunt: initiū igitur ſupputationis tū à radicali, tum ab alijs locis ſumi debet, pares habentibus latitudines cum ipſo radicali. Longitudinis enim differentia quæ ita computando reperta fuerit, ei æqualis erit quæ inter ipſum radicalem & eū ad quē nauigādo peruenimus: & idcirco eius ſitus ignorari non poterit. Illud præterea commemorandum cenſemus, quòd euntibus ab æquinoctiali verſus mundi polos citra meridianum, atque ſecundum conſueta artis nauigandi præcepta redeuntibus,eadem proſus via eſſe non poteſt. Differentia tamen parua erit. Quòd ſi quiſpiam exactiſsimam rationem tenere velit, is alias addat rumborum deſcriptiones, à latitudine graduum ſexaginta incipientes, & in æquinoctialem deſinentes.

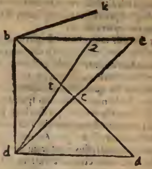
¶ *In Problema mechanicum Ariſtotelis de Motu nauigij ex remis Annotatio vna.*

CVM olim diſcipulis noſtris mechanicas Ariſtotelis quæſtiones interpretaremur, nōnulla circa problema illud annotauimus, cur magis procedat nauigium, quàm remi palmula in cōtrarsū. Ariſt. enim ratiocinatio obſcura eſt: quam nos tamē vt aliquid lucis haberet, ad hunc modum explicauimus: & propter materiæ ſimilitudinem hiſce noſtris libris de Nauigandi ratione adiunximus. Supponit autem ipſe autor remi palmulam retrocedere, quoties nauigium in anteriora progreditur, locumq́; Scalmi ſuper quo circulari motu remus vertitur, in medio ipſius remi poſitum eſſe, vt ſcilicet tantum diſtet à manubrio, quantum à palmula. Duæ itaque rectæ lineæ ponantur æquales a b & d e, quæ quidem in c, puncto medio ſe inuicem ſecent, & connectantur d a & b e: remus autem in initio vnius remigationis poſitionē habeat rectā lineā a b, ſitq́; a manubriū, b palmula, c verò ſcalm⁹. Cū igitur a, remi caput in fine ipſius remigationis cō tranſlatū fuerit vbi d, nō erit b vbi e. Si enim ibi fuerit: remus igitur poſitionē habebit rectā lineā d e: & quoniā contrapoſiti anguli qui ad c



æquales sunt, & duo latera a c & d c, trianguli a d c, duobus lateribus b e & c e, trianguli b e c, æqualia etiam sunt: reliqui igitur anguli, atq; bases ipsorum triangulorum æquales erunt, per 4. propositionem primi lib. Euclidis: & propterea tantum spatium percurret b, quantū a: Scalmus verò c, immotus omnino erit: & nauigium idcirco in quo ipse Scalmus, immotum etiam erit, contra hypothesim. Supponitur enim in quæstione, quòd nauigium illa remigatione in anteriora moueatur, remi verò palmula retrocedat. Scalmus porrò quanquam circularis remi motus expers sit: moto tamen nauigij commouetur. Remus igitur positionem habeat in fine ipsius remigationis rectam lineam d z, quæ quidem rectam a b, secet in t inter b & c, rectā verò b e in z. Et quoniam duo coalterni anguli e a d & c b e, æquales ostensi sunt, & angulus a t d, contraposito b t z, æqualis est: duo igitur triāgula a t d & b z t, æquiangula erunt, per 32. primi, & communem sententiam. Similia itaque erunt ipsa triangula, lateraq; habebunt proportionalia per quartam sexti, sicut a t ad b t, ita d a ad b z. Maior est autē a t quàm b t: maior igitur erit d a quàm b z, quod etiam per communē sententiam neglecta triangulorum similitudine, concludi potest.

Maius itaque spatium decurrit manubrium, quam remi palmula, atque illuc transuehetur nauigium, quo remi capulus deportatus fuerit: nauigium igitur in diuersa procedens, plus spatij quam remi palmula transmittet. Vtimur autem tralatione atque demonstrationis figura Victoris Fausti. Aduertendum est tamen, quòd cum remus positionem habuerit d z, remi palmula erit vltra z. Nam quoniam trianguli a d c, duo latera a c & d c, æqualia posita sunt: duo igitur anguli qui ad d & a sunt, æquales erunt: angulus igitur a d t angulo d a t, maior erit: & idcirco latus a t, trianguli a t d, latere d t maius erit per decimam nonam primi. Aequalis porrò ostensus est angulus b z t, angulo a d t. præterea angulus d a t, angulo t b z æqualis: angulus igitur b z t, angulo t b z maior erit, & propterea latus b t, trianguli b t z latere t z maius erit: tota igitur recta linea a b tota d z maior erit: & idcirco cum remus positionem habuerit rectā lineam d z, palmula erit vltra z. Esto igitur in K, & connectantur rectæ lineæ b d & b K: spatium igitur decursum ab ipsa palmula, non erit b z sed b K, quod quidem minus etiam osten-



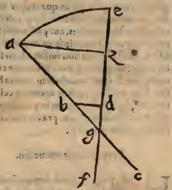
demus esse ipso d a. Nam quoniam duo latera b d & d K, trianguli b d K, duobus lateribus b d & d e, triāguli b e d æqualia sunt, sed minor est angulus b d K angulo b d e: minor igitur erit basis b K base b e, per vigesimam quartam primi, quod demonstrandum erat.

Præterea quod Aristoteles ratiocinando sumit, tantum spatium conficere nauigium, quantum remi manubrium, ambiguum est. Nam remi manubrium duabus fertur motionibus: vna propria circulariq; super Scalmo: altera verò, qua vnà fertur cum ipso nauigio. Spatium igitur quod omnino decursum est à remi manubrio, eo quod à nauigio confectū est, maius erit. At si paria spatia decursa esse intelligat à remi manubrio motu proprio, & à nauigio, neque hoc difficultate caret. Nam nauigium interdū maius spatium percurret, interdum minus, iuxta remigum vires, & prout mari remi palmula immersa fuerit: remi verò manubrium tametsi ab exiguis viribus moueatur: haud minorem tamen ambitum describet, quàm sì à multo maiore virtute moueretur. Quapropter vt huiusmodi Aristotelis sententiam examinaremus, Theoremata quæ sequuntur, demonstrauimus.

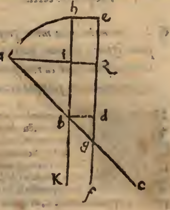
Propositio prima.

¶ *Si Remiges nauigium mouere possunt, maius semper spatium remi manubrium percurrit, quàm nauigium.*

SIt enim remus a c, manubriũ a, Scalmus b, qui propter nauigij motum spatiũ percurrat à b in d, in quo loco ipse remus a c, situm rectitudinis habeat e f. Spatiũ itaq; quod a cõficit, curua linea sit a e, cui recta linea respondeat a z, in rectã e f perpẽdicularis, Nauigium verò idem spatiũ



conficiet, quod Scalmus b: aio igitur ipsam a z, rectã lineã recta b d maiorẽ esse. Secet enim recta a c, recti e f in g: æquiangula sunt igitur bina triangula a g z & b g d: quapropter sicut a g ad b g, sic a z ad b d, per quartam sexti libri Euclidis: maior est autẽ a g ipsa b g: & maior igitur erit a z, quam b d, & proinde maius spatium remi manubrium percurrit, quàm nauigiũ, quod



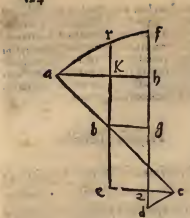
demõstrandum erat. Quod si à puncto b, rectã lineam vtrinque ducamus h K, ad remi mensuram, rectos faciẽtem angulos cum b d, rectamq; a z secantem in i, manifestè intelligemus ipsam rectam a z constare ex a i & i z, quarum prior respondet curuæ a h, quæ motu proprio manubrij descripta est: posterior vero æqualis est rectæ b d, quæ motu nauigij decursa est.

Propositio secunda.

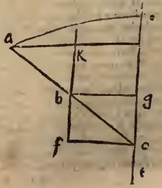
¶ *Si remi manubrium motu proprio, & nauigium æqualia spatia pertransierĩt, fieri non poterit, vt palmula moueatur: sed veluti centrum immota manebit.*

ESto iterum remus a c, manubrium a, Scalmus b: tantum autem spatium cõficiat nauigium, quãtum motu proprio a. Dico quod c, remi palmula immota manebit. Nam si à loco suo dimota fuerit: spatiũ igitur permeet c d ad posteriora: quo quidem decurso remus a c, positionem rectitudinis habeat f d. Scalmus itaque b, translatus erit in g. Excitetur autem à puncto b in vtrãque partem linea e b r, ad rectos angulos super b g, & à puncto a, recta a h super d f: itemq; à puncto c, recta c e super e r, ipsarũm verò rectarum linearum e r & a h, sectio sit in K, sed c e & d f, sit in z: & quoniam a K, id spatium est quod motu proprio remi manubrium permeauit, curuilineo enim respondet a r, recta autem b g, id spatium est, quod nauigium confecit: ipsæ igitur rectæ lineæ a k & b g, æquales erunt. Atqui in duobus æquiangulis triangulis e b c & b a k, vel per 26. propositiones primi Euclidis, vel per 4. sexti, æquales esse concludes a k & e c rectas lineas: quapropter æqualis erit e c rectæ b g, per communem sententiam: eidem autem b g, æqualis est e z, in parallelogrammo per 34. propositionẽ ipsius primi Libri: æqualis igitur erit recta e z rectæ e c, pars toti: quod est impossibile. & propterea immota manebit palmula c, quod erat à nobis ostendendum.

Idem aliter demonstrabis ostensiora demõstratione, Remus in principio motus positionẽ ha



beat a b c, ducatur à puncto c, in quo remi palmula, recta linea c g: rectos efficiens angulos in puncto g, cum ea recta linea per quam ad motũ nauigij Scalmus b mouetur, ipsa deinde recta linea c g, producatur vsq; ad e, vt sit g e æqualis a b. Rursus à puncto b, super b g, ad rectos angulos recta linea excitetur k b f, in quam veniant ex a & c, perpendiculares a K & c f. Et quia ipsæ eædẽ rectæ lineæ a K & c f, æquales sunt per 26. primi Euclidis, ipsi autem f c recta b g, est æqualis in parallelogrammo: a k, igitur æqualis erit b g, per communem sententiam. Atqui tantum spatium conficit b, quantum nauigiũ, ipsum verò nauigium quantum a, motu proprio per hypothesim: conficit autem spatium a K: conficiet igitur b spatium b g, & quia anguli a d g recti sunt: idcirco cum Scalmus perueneritad g, habebit remus a c, rectitudinis situm e c, in quo loco illius remigationis finis erit.



Sic igitur palmula c, à loco suo dimota nõ fuit, quod demonstrandum erat. Cæterùm aduertẽdum est rectam g c, minorem esse b c, remi dimidio: sit autẽ earum differentia c t: igitur quo tempore Scalmus b trãsfertur in g, excurrit palmula c, in ipsam longitudinem c t, sed neq; ad posteriora; neq; ad anteriora mouebitur; hæc enim solum demonstrare voluimus. Fieri tamẽ posse non dubitamus, vt aliquando tam dissimili impulsu, tamq; inæquali motu feratur nauigium, vt remi palmula aliquantisper in aduersum moueatur, sed cõfestim ad priorem locum remeabit. Neque prius, aut posterius, Scalmus perueniet ad g, quàm ipsa palmula se appellat ad c t, quasi digressa non fuisset à loco suo. Aliter enim inæqualia spatia viderentur conficere nauigium & remi manubrium contra hypothesim. Et quoniam cum hoc acciderit celerius ferretur nauigiũ in fine, quàm in principio: aliam igitur accessisse virtutem præter remorum impulsum, consequens est.

Propositionis conuersio.

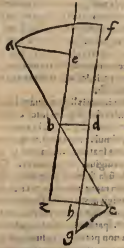
HVius propositionis conuersionem demonstrabis, nempe si remi palmula dimota non fuerit a loco suo, ibiq; tamdiu persistat, donec remus situm rectitudinis obtineat, tantum spatium conficere manubriũ motu proprio, quantum nauigium. Recta enim c f æqualis est a K per 26. primi: æqualis etiam b g per 34. ipsius primi libri: igitur a K & b g, æquales erunt per communem sententiam.

Propositio tertia.

¶ *Si remi manubium motu proprio duplum cõfecerit spatium, quàm nauigiũ, tantum prouchetur ea remigatione nauigium, quantum palmula retrocesserit.*

REmus enim incipiente motu positionem habeat a c, desinente verò rectitudinis situm f g: Scalmus igitur b propter nauigij motũ, spatium conficiet b d. Excitetur à puncto b, in vtramq; partem perpendicularis e z, in quam veniant à pun

à punctis a & c, ad rectos angulos rectæ lineæ a e & c z. spatium autem a e, à manubrio decursum motu proprio spatij b d, duplū sit, recta vero linea c h, curuæ respondeat c g, quæ à remi palmula descripta est: Dico ipsas rectas lineas b d & c h, æquales esse. Nam in duobus triangulis b a e & c h z, duæ rectæ lineæ a e & c z, æquales sunt. In parallelogrammo autem b h, duæ b d & h z æquales, atqui recta a e, dupla est rectæ b d, per hypothesim: dupla est igitur & c z rectæ h z: quapropter c h & h z, æquales erunt. Duæ igitur c h & b d æquales, per communem sententiam. Et quia nauigium tantum spatium decurrit semper, quantum Scalmus: si igitur remi manubrium motu proprio duplum confecerit spatium quàm nauigium, tantum prouehetur nauigium, quantum palmula retrocesserit, quod demonstrandum erat.



Propositionis conuersio.

SI nauigium tantum fuerit prouectum, quātum remi palmula retrocesserit, duplū spatium conficiet manubrium motu proprio, quàm nauigium. Si enim c h æqualis ponatur b d, quoniam eidem b d, æqualis est h z, in parallelogrammo, æquales igitur erunt c h & h z, per communem sententiam: quapropter dupla erit c z, ipsius h z, & dupla igitur eadem c z, rectæ b d. Aequales porrò sunt c z & a e, per 26. primi: dupla idcirco erit a e rectæ b d. Harum prior decursa est à remi manubrio, posterior verò ab Scalmo, tantum verò prouehitur nauigiū quantum Scalmus: idcirco si nauigium tantum fuerit prouectum, quantum remi palmula retrocesserit, duplum conficiet spatium manubrium motu proprio, quàm nauigium, quod erat ostendendum.

Propositio quarta.

¶ *Si nauigium minus spatium decurrat, quàm remi manubrium, sed supra dimidium, magis prouehetur, quàm palmula retrocedat: si vero citra dimidium, minus.*

IN descripta enim figura ponatur b d, minor quàm a e, sed eius dimidio maior: Dico quod ipsa b d maior est, quàm c h. Nam b d & h z, æquales sunt. Adhæc a e & c z, æquales sunt rectæ lineæ: maior igitur erit h z, dimidio ipsius a e: quapropter reliqua c h, minor dimidio erit eiusdē a e: & minor igitur erit c h quàm b d. Spatium autem b d, id est quod nauigium conficit, spatiū verò c h, remi palmula in contrarium decurrit: idcirco prior pars Theorematis vera est. Posterior autem similiter ostenderur. Si enim b d, minor est dimidio ipsius a e: minor igitur erit & h z, dimidio eiusdem a e, & quoniam a e & c z, æquales sunt, reliqua igitur c h, dimidio eiusdem a e, maior erit: & proinde minor erit b d quàm c h. Nauigium igitur minus spatium decurret in anteriora, quam remi palmula in cōtrarium, quod demonstrandum suscepimus.

Corollarium.

EX hac & præcedenti infertur, quòd si remi manubriū motu proprio maius spatium decurrat, quàm nauigium, siue id sit duplum, siue minus duplo, siue maius duplo, spatium quod nauigium interim decurrit ad anteriora, & quod palmula remi in contrariū simul iuncta, ei quod ipsum remi manubrium motu

motu proprio cōficit, æqualia erūt. Sēper enim b d, æqualis est h z, tota verò c z, quæ æqualis est a e, ex suis constat partibus c h & h z.

Propositionis conuersio.

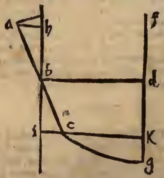
¶ Si nauigium longius progrediatur, quàm remi palmula retrocedat, spatium conficiet plusquàm dimidium eius quod motu proprio remi manubrium decurrit: si minus, citrà dimidium.

HVIVS demonstratio ex supradictis facilè colligi poterit.

Propositio quinta.

¶ *Si celerius feratur nauigium, quàm remi manubrium, mouebitur palmula in vlteriora, neq; vnquā retrocedet, neq; spatium decurret, quo nauigij motus motū manubrij superat.*

Abeat enim remus incipiēte motu propositionem a e, desinēte verò situm rectitudinis f g. Scalmus igitur b, propter nauigij motū trāslatus, erit in d. Sit itaq; spatium b d, maius quàm a h,



à remi manubrio motu proprio decursum: sic enim celerius dicetur ferri nauigium, quam manubriū. Dico quod palmula c, in vlteriora mouebitur. Nam cum Scalmus b, prouectus fuerit in d, translata erit ipsa palmula c vbi g, in rectitudinis situ, spatiumq; conficiet c g curuilineū: cui respondet c k: mouebitur igitur palmula in vlteriora. Nihil autē vnquam retrocedere, ostēdetur hoc modo. Eadem enim celeritate mouentur a, in h & c, versus i, circa Scalmum. Atqui per hypothesim celerius fertur nauigiū, quàm a in h: celerius igitur ipsum nauigium fertur, quàm c versus i. Sed mouetur idē c, ipsa nauigij celeritate versus k: celerius igitur feretur c ad k, quàm ad i: quapropter nihil vnquam retrocedet ipsum c, imo verò in vlteriora progredietur, spatiumq; decurret c k, quod quidē relinquitur detracto i c ex i K. Si enim remi palmula tota ipsa nauigij celeritate moueretur, vltra K progrederetur, cū b perueniret ad d: sed retrahitur interim, propter eum motū qui fit circa b. Sic igitur palmulæ celeritate quæ à motu nauigij prouenit retardata, decursum spatium erit c K. Videtur autem solo remorum impulsu hoc fieri non posse, sed alia insuper virtute impellente opus esse.

Ex his Theorematis liquet, quàm incerta interroget Aristoteles, & quàm insciè respōdeat. Nam non continuò si nauigiū in anteriora mouetur, remi palmula retrocedet, neq; etiam si retrocedat, minus spatium transmittit in contrarium, quàm nauigium progrediatur. Demonstrant hoc secūda & tertia propositio. Remi verò manubrium motu proprio qui circa Scalmū fit, & vnà nauigij motu maius spatium conficit quàm nauigium: solo autem proprio motu, si cōtingat tantum spatium conficere, quantum nauigium, fieri non poterit vt palmula moueatur. Frustra igitur conatur in vniuersum demonstrare remi manubrium maius spatium decurrere, quàm palmulam in contrarium. Præterea quando nauigium longius progreditur, quàm remi palmula regreditur, minus spatium decurrit quàm manubrium: igitur non æquale. Et proinde constat neq; veritatem in proposito, neque demonstrationem in ijs quæ congerit reperiri.

FINIS.

IN THEORICAS PLANETARVM GEORGII PVRBACHII ANNOTATIONES aliquot, per Petrum Nonium Salaciensem.

QVONIAM hæ Planetarum theoricæ secūdum doctrinā Ptolemæi & Alphonsi idcirco à Georgio Purbachio conscriptæ sunt, vt tabularum canones facilius intelligi possent: nos igitur ea tantū annotare voluimus, quæ ab interpretibus vel non satis, vel non recte exposita sunt. Quāquam scimus pleraq; eorum quæ in eisdem tabulis scripta sunt, cum obseruationibus quorundam aliorum insignium Astronomorum non congruere. Theorica Solis ad hunc fere modum à Georgio Purbachio enarratur. Sphæra Solis tribus constat orbibus à se inuicem diuisis atque contiguis: Orbis medius æqualis est crassitudinis, cui solare corpus hæret. Conuexam superficiem simul habet cum concaua supremi: concauam verò cum conuexa infimi. Et earum centrum extra mundi centrum positum est. Sed concaua infimi & conuexa supremi concentricæ sunt mūdo. Sic igitur tota sphæra Solis mundo concentrica est. Extremi orbes partim sunt eccentrici, partim concentrici: sed orbis medius totus est eccentricus.

Mouentur duo extremi orbes super centro mundi & axe zodiaci, eodem omnino motu secundum Alphonsinos, quo octaua sphæra mouetur. Et appellantur deferentes augem Solis. Quoniam enim suo motu centrum orbis Solē deferentis circa centrum mundi circumuoluunt: augem idcirco Solis eodem moueri motu necesse est. Est autem aux Solis siue apogeō punctum in media crassitudine deferentis à cētro mundi distantissimum, terminus videlicet lineæ ab ipso mundi centro per centrum deferentis ductæ: oppositum verò augis siue perigeon oppositum punctum in ipso eodem orbe Solem deferente. Et est hoc tempore Solis aux in secundo gradu Cancri, quam tamen Ptol. posuit fixa sede in sexto Geminorum.

Sol propter motum orbis medij sub ecliptica stellati orbis semper incedit æquali motu super proprio centro, minutis nempe 59. & secūdis 8. fere quolibet die secundum signorum cōsequentiam. Et idcirco apparens motus qui ad centrum mundi refertur, inæqualis est, atq; tardior circa augem: velocior verò circa oppositū augis.

Linea veri motus Solis est quæ à centro mundi ducta per centrum Solaris corporis ad zodiacum extenditur. Et verus Solis motus siue apparens in zodiaco ab initio Arietis vsq; ad hanc lineam computatur.

Linea medij motus Solis est, quæ à centro mūdi vsq; ad zodiacū ducitur, ei æquidistans quæ à centro deferentis ducta intelligitur ad Solaris corporis centrū. Et medius motus siue æqualis à principio Arietis vsque ad lineam medij motus computatur. Initium Arietis appellamus Vernam sectionem eclipticæ octauæ sphæræ, non imaginis initium, sed secundum Purbach. sectio est eclipticæ primi mobilis & æquinoctialis. Argumentum Solis est arcus eclipticæ inter lineam augis & lineam medij motus solis, & est similis arcui eccentrici inter ipsam augis lineam & centrum solis in periphæria ab ipso solis centro annua reuolutione descripta.

Aequatio siue diuersitas inter æqualem motum & apparentem est arcus eclipticæ inter ipsas duas lineas æqualis motus & apparentis. Quando nihil argumenti habetur, aut sex communia signa quæ gradus 180. complectuntur, nihil æquationis habetur, propter linearū veri nec non æqualis motus coniunctionem.

Sole existente in linea à centro mundi ducta super lineam augis perpendiculari, quam quidem Purbach. mediæ longitudinis appellat. Ptol. verò medium transitum maxima fit æquatio siue diuersitas. In alijs autem locis pro argumenti varietate versus augem & oppositum augis decrescunt.

Quando argumētum minus est 6. signis, linea me

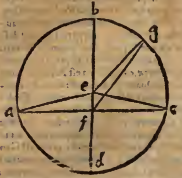
cet autem recta g h, rectam a c in puncto k & erit idcirco f l æqualis sinui recto arcus K p: recta verò e l, æqualis sinui recto arcus n g. Ipsa igitur f l, partium æqualium inuenta erit 3780. qualium in semidiametro circuli eccentrici sunt 100000. & e l, partium earundem 99. Et quoniam quadratum ex e f, duobus quadratis ex f l & e l, æquum est: ipsa igitur e f, partium erit 3781. & trium decimarum, qualium nempe semidiameter eccentrici est 100000. Igitur qualium eadem semidiameter est sexaginta, talium erit ipsa e f, partes 2. min. 16. secund. 7. tert. 41. fere. Et quoniam sicut e f ad f l, sic sinus totus ad sinum rectum anguli f e l, in triangulo rectangulo e f l: sinus igitur rectus ipsius anguli f e l, partiũ erit 99966. fere. Arcus itaque eiusdem anguli f e l, gradus habebit 88. minu. 32. Vtor autem tabula sinuum rectorum Petri Appiani.

Et idcirco b m, gradus vnus erit cum minu. 28. signi Cancri. Quod tamen non nihil discrepat à loco augis, quem prædictus Petrus Pitatus, iuxta calculum motus octauæ sphæræ in capite tabulæ posuit. Et proinde non conueniunt sibi inuicem examussim hypotheses Alphonsi. Ptolemæus verò quoniam aliud posuit temporis interuallũ ab æquinoctio Verno ad solstitium æstiuum, & Autumnale æquinoctium, & aliam æqualis motus Solis quantitatem, licet hac eadem methodo vsus fuerit: aliã tamen inuenit eccentricitatem, partium videlicet duarum cum minut. 29. & dimidio ferè vnius minuti: locum verò augis in medio sexti gradus Geminorum. Et quoniam multis antè annis idem omnino repertum fuerat ab Hipparcho: putauit idcirco ipsam solis augem immobilem esse, similiter & distantiam centrorũ. Quamobrem quòd Georgius Purbachius scribit de motu duorum orbium deferentium augem solis, & corollarium de paruis circulis descriptis ab axe & polis orbis solem deferentis, atque cẽtrò circuli eccentrici propter motum octauæ sphæræ, ex doctrina est Alphonsi, non Ptolemæi. Quam quidem doctrinam incertissimam reperies, si augem Solis tempore Ptolemæi supposueris ante solstitium æstiuum fuisse Gr. 24. minut. 30. quemadmodum ipse testatur. Nam quoniam nostro tempore idest anno 1552. à Christo nato in secundo gradu est Cancri, iuxta calculum Alphonsinorum: oportuit igitur ipsam solis augem à tempore obseruationis Ptolemæi ad nostrum vsque tempus, in annis nẽpe 1420. Gr. circiter viginti sex progressum fuisse. Quos tamen octaua sphæra nec secũdum Ptolemæi calculum, nec Alphõsi nec etiã Albategnij percurrere potuit. Sed si obseruationibus Albategnij magis fidendum putes, (alicuius enim Astronomi peritissimi obseruationibus inniti debuit Alphonsus, vt augem Solis astrueret octauæ sphærę motu moueri) in simile incides incommodum. Nam aux Solis reperta fuit ab Albategnio grad. 7. m. 43. ante tropicũ æstiuum, ab Alphonso autẽ posita fuit gradu vno minutis fere 20. ante idem tropici punctum. Intercesserunt autem inter Albategnij & Alphonsi considerationes anni ferè 377. Quod quidem facile concludes, si ab annis 1420. qui fluxerunt à tempore Ptolemæi vsq; ad nostrũ tempus, annos detraxeris 743. qui fuerũt inter eundem Ptolemæum & Albateg. Deinde verò ab annis qui relinquuntur, annos detraxeris 300. qui fluxerunt ab anno 1252. à Christi natiuitate vsque ad tempus præsens. Quapropter si Albateg. & Alph. obseruationes de loco augis solis veræ sunt: in spatio igitur ipsorum annorũ 377. progressa fuit ipsa Solis aux grad. 6. minu. 23. tardiorem tamen inuenies octauæ sphæræ motum in illo tempore, siue calculum sequaris Alph. siue Albateg. Quin si loca stellarum fixarum ab Albateg. inuenta cum locis earundẽ conferas, quæ in tabulis Alphõ. scripta reperiuntur, gradus tãtum quinque differentiæ inuenies, cum min. 38. nõ grad. 6. minu. 23. Et idcirco cur motus augis solis idẽ sit secundum Alphõsinos, qui octauæ sphæræ tribuitur, causam ipsi reddere non poterunt. Nec minus mirari debemus, quòd posuerit Alphon. augem solis tempore incarnationis Christi in 12. gradu geminorum, cum Ptole. qui fuit Christo posterior annis ferè 132. eandem posuerit in 6. gradu eiusdem signi. Par autem dissidentia inter Arzachelem & Albateg. Cum enim solis augem Albategnius posuisset in 22. gradu Geminorũ, Arzachel eo posterior eandem posuit in 17. gradu eiusdem signi. Tantarum verò varietatum inter viros tam eximios causa fortasse fuit, quòd ingressus solis in solstitium æstiuum difficilè admodum fuit instrumentis inuenire, propterea quòd in ea Zodiaci parte imperceptibili differentia declinatio variatur. Ex cuius quidem rei cognitione supradicta de loco augis demonstratio pendet. Quapropter multò certiore methodo idipsum inuenies per ingressum Solis in æquinoctialia puncta, & in-

principium alterius signi ipsis æquinoctijs vicini, vel per tria, quæcunque alia loca per obseruationes verificata: quemadmodum in tertio libro Epit. subtili admodum methodo Ioannes de Monteregio inuestigare docuit. Tametsi Gebro visum fuerit non satis exacte locum augis, & eccentricitatem ita inueniri posse, propter multiplicem numerorum multiplicationē, ac diuisionem, & radicum quadratarum extractionem.

EX loco augis cognito argumenti magnitudo inuenitur, & ex ipso argumento æqualis motus & inæqualis apparentisúe differentia in omni situ innotescit. Quoniā enim in suprà scripta figura parallelæ sunt duæ rectæ a c & k i: angulus igitur i f r super eccentrici centro angulo a e m super mundi centro æqualis est, & idcirco duo arcus i r & a m proportionales sunt. At arcus a m grad. 91. minu. 28. continet, per ea quæ iam demonstrauimus: tot enim relinquuntur detractis à gradibus 180. semicirculi a m c, gradibus 88. minu. 32. arcus m c, igitur arcus i r gradus etiam continet 91. minu. 28. eccentrici Solis. Quibus quidem gradibus atque minutis duos addemus gradus cum min. 10. arcus l q, siue K p qui iam innotuit: arcus igitur q r cognitus erit, graduum videlicet 93. minu. 38. Sol itaque prædicto anno 1552. à Christi natiuitate cum erat inæquali motu apparentiúe in initio Arietis ante ipsum Arietis initium medio motu reperiebatur gradib⁹ duobus cum min. 10. tunc igitur tetinebat gradum 27. min. 50. signi Piscium, argumenti autem habebat Gr. 266. min. 22. nam tot relinquūtur arcu augis a m detracto à gradibus 357. minut. 50. medij motus. Per hæc igitur nō erit difficile radicem medij motus Solis statuere ad æram quācunque. Vt si exempli gratia, radicē medij motus Solis statuere libeat ad initium annorum Christi: quoniam igitur prædicto anno 1552. in sectione Verna idest Arietis initio fuit decima die mensis Martij circa meridiem vrbis Venetæ secundum calculum Petri Pitati: fluxerunt idcirco vsque ad id tempus anni Romani 1551 menses duo, & dies ferè 10. In tanto autem tempore medius motus Solis est signa communia 2. Gr. 19. min. 33. quibus quidem detractis à Gr. 357. min. 50. idest à signis 11. Gra. 27. min. 50. medij motus ab Ariete inchoatis habebimus medium solis motum in initio annorum Christi in meridie vrbis Venetæ sig. 9. Gra. 8. minu. 17. Ptolemæus verò quoniam augem solis fixam sedem putauit habere in Gra. 5. minu. 30. signi Geminorum: inde igitur medij motus initio sumpto, radiceque posita ad initium regni Nabo. tabulas suas construxit. Quod vt efficere posset, distantiam Solis ab auge secundum medium motum inuestigauit in Autumnali æquinoctio, septimo Adriani imperatoris anno, eamque inuenit graduum 116. minu. 40. tantamq; multò facilius quàm per demonstrationem illam octaui capitis ex figura superius descripta concludes, si a posueris initium Libræ, b Cancri, c Arietis. Nam quoniam arcus c m, in illo tempore gradus continebat 65. mi. 30. arcus igitur a m. qui relinquitur ex semicirculo graduum erit 114. minu. 30. ideoque eccētrici arcus ei proportionalis i r, totidem gradus atque minu. comprehendet. Arcus porrò i q aut K p, ostensus ab eo fuit Gra. 2. minu. 10. totus igitur q r. graduum erit 116. min. 40. Et idcirco quando sol in puncto q erat eccentrici, initiumque Libræ occupabat, á loco augis distabat ipsis Gr. 116. minu. 40.

Cognito autem argumento, cognita etiam proportione semidiametri eccentrici ad eccentricitatem facile est differentiam inuenire inter æqualem motum & apparentem. Esto enim eccentricus solis circulus a b c d, super centro e, centrum mundi sit f, linea augis per ipsa centra transiens b e f d. linea verò a c rectos angulos efficiens cum b d, super ipso f puncto, ea est quam Ptolemæus dixit transitus medij. Purbachius verò mediæ lōgitudinis: in qua quidē cū sol existit, maxima sit differētia inter duos mot⁹ æqualē & apparētē, magnitudo videlicet anguli f a e, aut f c e. Quæ quidē ex proportione semidiame



tri e c ad f e, cognita redditur. Si enim punctũ c, centrum circuli eccentrico æqualis intellexeris, erit recta linea e f, sinus rectus arcus anguli f c e. At qualium partium sunt in e c, 100000. talium ostensa est e f 3781. cum tribus decimis: arcus igitur ipsius anguli f c e, gradus habebit duos cum minu. 10. & se. 3. ferè. Angulus itaq; b c e, argumenti Solis gradus complectetur 92. minu. 10. se. 3. Ptolemæus verò quoniam maiorem reperit eccentricitatem, maximam idcirco differentiam æqualis motus & apparentis duorum graduum posuit cum minu. 23. Ponamus porrò solem in alio situ vt in g, & angulus b c g, distantiæ ipsius ab auge secundum mediũ motum cognitus supponatur; angulus igitur f c g, trianguli c f g, ex duobus rectis relictus cognitus erit: duo verò latera f c & c g, ipsum angulum continentia cognita sunt. Quapropter reliqui anguli eiusdem trianguli per 24. propositionẽ primi libri Gebri cogniti erunt: & proinde angulus f g c, differentiæ motus æqualis & apparentis notus euadet.

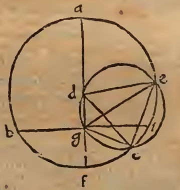
Annotatio secunda.

QVanquam motus Solis medius maior vero sit in secunda eccentrici medietate, quæ post augem est minor verò in prima medietate ante augem, si ab Ariete computentur: aliunde tamen si initium sumant ipsi motus, fieri posse non dubitamus, vt aliquando medius motus & verus pares sint. Quod quidem ex 13 propositionibus, quæ sequuntur, apertum fiet.

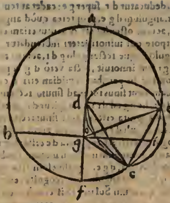
Propositio prima.

¶ *Si alicuius temporis motus Solis æqualis in eccentrico, & apparens qui ad centrum mundi refertur, pares fuerint, pũctum mediæ longitudinis transitusũ: medij intra ipsorum motuum terminos includetur.*

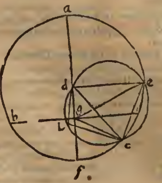
ESto igitur eccentricus solis circulus a b e, cuius centrum d, linea augis a f, & arcus e e, in eccentrico sit pertransitus à sole, dum æqualis motus atque apparens pares sunt. Dico quod punctũ mediæ longitudinis erit inter c, & e: sit enim pũctum g, centrum mundi, & connectantur duo, de, g e, & g e. Angulus igitur c g e, subtendit in zodiaco arcum eclipticæ à Sole pertransitum, dum æquali motu arcum eccentrici percurrit c e, ipsi eclipticæ arcui similem proportionalemue. Connectatur enim c e, & circa triangulum c d e, circulus describatur e d e, qui necessariò transibit per g, quia propter motuum æqualitatem similitudinemúe duo anguli c d e & c g e, æquales inuicem sunt: & idcirco in eodem segmento erunt. Et propterea si non transiret per g, sequeretur impossibile contra 16. propositionem primi libri Eucli. Transit idcirco per g: & idcirco in quatrilatero d e c g, duo oppositi anguli d g c & d e c, coniuncti duobus rectis sunt æquales per 22. tertij. Acutus est autem d e c, quia triangulum c d e, Isosceles est: angulus igitur d g c, obtusus erit. Præterea quoniam angulus d c e, ad basim ipsius Isoscelis trianguli acutus est: æqualis porrò est ei angulus d g e, quippè qui in eodem segmento existat d g e. Ipse igitur angulus d g e, acutus erit: linea itaque recta a g, acutum angulum efficit cum g e: obtusum verò cum g c. Excitetur igitur à



puncto g, super ipsa a g, recta linea g i, ad rectos angulos: cadet idcirco ipsa perpendicularis inter g e, & g c: & erit idcirco i, mediæ longitudinis punctum. Quarè si alicuius temporis motus Solis æqualis & apparens pares fuerint pũctum mediæ longitudinis intra ipsorum terminos includeretur, quod demonstrandum erat.



d o e, coniuncti duobus d g c, & d g e, coniunctis maiores erunt. Sed æquales ostensi sunt: igitur impossibile. & propterea punctum g, extra descriptum circulum minime relinquitur. Eadem arte ostendemus intra ipsum circulum circa triangulum c e d, descriptum relinqui non posse. Producatur enim g e, donec occurrat eiusdem circuli circumferentiæ in puncto l, vt in tertia figura, & connectantur d l, & c l: duo igitur anguli d g c & d g e, coniuncti duobus angulis d l c, & d l e, coniunctis æquales ostendentur, vt antea. At maior est d g c, ipso d l c, per 21. propositionem primi Eucli. & maior etiam d g e. ipso d l e, per 16. eiusdem primi lib. igitur duo anguli d g c, & d g e, coniuncti duobus d l c, & d l e, coniunctis maiores erunt: æquales igitur, & maiores, quod rursus est impossibile. Et propterea circulū ipsum descrip-



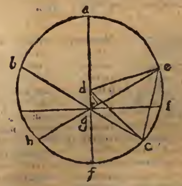
tum circa triangulum d e c, per g transire necesse est, vt in prima figura: & proinde duos angulos c g e, & c d e æquales esse. Quapropter cum Sol perambulauerit eccentrici arcum e c, æquali motu, arcumq; Zodiaci apparenti motu peragrauerit, à linea mediæ longitudinis per æqualia sectum: tantus erit illius temporis æqualis motus, quantus apparens, quod demonstrandum suscepimus.

Propositio tertia.

Quantouis temporis spatio dato arcum Zodiaci reperire, quem Sol in tanto tempore apparenti motu percurrat, paresq; in eodem tempore faciat æqualem motum & apparentem.

QVantus enim Zodiaci arcus à linea medij motus Solis in dato tempore percurratur, ex tabulis innotescet. Qui si fuerit graduum 180. ille igitur Zodiaci semicirculus sumendus erit, qui ab auge ad oppositum augis secundum signorum ordinem computatur, vel qui ab opposito augis ad augem. Sed si minor fuerit, illius dimidium ex 90. gradibus auferemus, & relinquetur distantia initij eiusdem arcus à puncto augis. Et quoniam locus augis ex tabulis innotescit: quantū igitur distet initiū dati arcus à principio Arietis ignorari non poterit. Addes igitur totam arcus quantitatem eiusdem initio, & arcus Zodiaci constabit, quem Sol in dato tempore apparēti motu percurrit, eiq; parem interim æquali motu perambulat. Cæterùm memineris hoc commune esse duobus Zodiaci arcubus, qui à puncto augis paribus distant interuallis. Vnus autem recedit ab ipso augis puncto secūdum ordinem signorum: alter verò contrà. Signorum enim series esto in subiecta figura ab a in f per l: quare si motus æqualis Solis in dato tēpore graduum fuerit 180. Sol itaque in eccentrico semicirculum pertransibit a i f vel f b a. Diameter autem eclipticæ per a & f venit: igitur apparens motus in dato tempore simili-

ter graduum erit 180. sed pauciores gradus com plectatur æqualis motus Solis quam 180. angulum igitur constituemus i g e cum linea g i, qui in Zodiaco dimidium illorum graduum & minutorum subtendat, eiq; æqualem faciemus angulum i g c. Totus igitur angulus e g c, arcum Zodiaci apparentis motus in dato tempore subtendit. Et quoniam per æqualia sectus est, à linea g i mediæ longitudinis: igitur tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens per præcedentem propositionem. Extendantur autem ipsæ rectæ lineæ g e & g c, donec occurrant circuli circumferentiæ in punctis b & h, & quia anguli contrapositi æquales inuicem sunt: cum Sol igitur arcum eccentrici pertransierit h b, tantus erit illius temporis motus æqualis, quantus apparens.



Ex gradibus itaque 90. quos continet angulus rectus a g i, gradus auferemus acuti anguli e g i, dimidium nempè dati motus: & cognitus idcirco relinquetur ille Zodiaci arcus, quem subtendit angulus a g e. Et quia locus augis a per tabulas cognoscitur, locus igitur puncti e cognitus erit. Cui si addideris totum Zodiaci arcũ apparentis motus, quem subtendit angulus e g c, initium & finis quæsiti arcus patebunt. Et quia Zodiaci arcus quem subtendit angulus b g h, ex opposito constitutus est: vterq; igitur arcus apparentis motus cognitus erit. Quantum verò Sol in e existens a puncto augis secundum motum medium distet, non erit difficile inuenire. Rectæ enim lineæ connectantur d e, & d c, & à puncto d recta linea ad rectos angulos deducatur d r, super g e: cadet autem intra triangulum d g e, propterea quòd angulus e g d, acutus ostensus est, & acutus etiam est d e g, vtpote qui minori lateri subtendatur. In triangulo itaque rectangulo g d r, acutus angulus d g r iam innotuit, recta verò d g cognita supponitur in partibus semidiametri d e: & quoniam sicut sinus totus ad sinum rectum anguli d g r, sic d g ad d r: recta igitur d r, in eisdẽ partibus cognita erit, ea autẽ sinus rectus existit arcus anguli d e r, ipse igitur arcus anguli d e r, cognitus erit. At angulus a d e distantiæ solis ab auge secundum medium motum duobus interioribus d e r, d g e, æqualis est in triangulo e d g: ipse igitur angulus a d e, cognitus erit, & proinde quantum Sol in e existens ab a, distet secundum medium motum, ignorari non poterit. Ipsum porrò angulum d e g, æquationis angulum Astronomi appellãt, qui profectò æquationis angulo d c g, ad punctum c, attinenti æqualis est. in vno enim atque eodem circuli segmento exsistunt circa triangulum d c e descripti per demonstrationem præcedentis.

Sed ponamus æqualem motum dato tempori respondentem gradibus 180. maiorem reperturi esse. Eum igitur auferemus ex 360. & cum reliquo arcu prædicto modo operabimur. Nam cum Zodiaci arcus apparentis motus, qui vno semicirculo minor est, cognitus fuerit: is igitur qui ex integro circulo relinquitur, ignorari non poterit. Vt si æqualis motus dato tempori respondens ex gradibus 360. subtractus arcum reliquerit c e, arcum igitur Zodiaci apparentis motus qui angulo subtenditur e g e, cognitum reddemus prædicta arte. Tunc autem cognitus erit, cum quatuor illius [illegible] termini à pũcto augis distãt, cognitum fuerit.

Reliquum itaque Zodiaci Sol apparenti motu percurret in dato tempore, atque æqualis motus ipsi apparenti par erit in ipso eodem tẽpore.

Exempli gratia, sit anno Domini 1502. quo ego natus sum datum tempus 60. dierum, oporteatq; arcum zodiaci inuenire apparenti motu in ipsis 60. diebus pertransitum, cui quidem æqualis motus tanti temporis par sit. Ex tabulis igitur resolutis elicio æqualem motum 60. dierum sig. 1. Gr. 29. minu. 8. secunda 20. quorum dimidium Gra. continet 29. minu. 34. secunda 10. tantusq; erit angulus e g i: quo subtracto ex 90. gradus relinquentur 60. siue sig. 2. minut. 25. secũda 50. pro distãtia initij ipsius

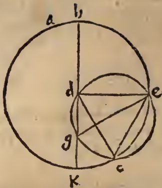
as

arcu à puncto augis, quam quidem angulus d g e, in zodiaco subtendit. Et quoniam augem Solis prædicto anno eædem tabulæ subijciunt sig. 3. Grad. 1. minu. 11. secunda. 55. his igitur coacervatis, initium quæsiti arcus apparentis motus à principio Arietis distare inueniemus signis 5. Gr. 1. mi. 37. se. 45. Et erit idcirco gradus 1. mi. 37. se. 45. Virginis. Ipsis itaq; sig. 5. Gr. 1. mi. 37. se. 45. arcum addemus æqualis motus; nẽpe sig. 3. Gr. 29. min. 8. secunda 20. & colligemus tandẽ sig. 7. min. 46. se. 5. quibus distabat finis quæsiti arcus à principio Arietis. Quapropter concludemus solem prædicto anno in spatio dierũ 60. à gradu 1. min. 37. se. 45. Virginis ad minuta 46. se. 5. primi gradus Scorpij, apparenti motu zodiaci arcum pertransisse medio motui parẽ, & in opposito zodiaci arcu similiter se habuisse. Et quoniam in eodem tempore linea medij motus præcedebat; vt igitur intelligamus quantum sol medio motu ab initio Arietis distabat, operæpretium erit æquationem inuenire, hac videlicet arte. Quoniam enim maximam solaris motus æquationem eædem tabulæ subijciũt Gr. 2. minu. 10. quibus quidem in tabula sinuũ rectorum circuli semidiametrum subijciente partium æqualium 100000. partes respondent 3780. Ratio igitur semidiametri eccentrici ad eccentricitatem ea erit, quam habent 100000. ad 3780. Sicut autem sinus totus ad sinum rectũ anguli d g r, sic d g ad d r: multiplicabimus igitur partes 3780. quas cõtinet d g, in 86976. quæ sunt in sinu arc⁹ anguli d g r, qui iam innotuit, graduum videlicet 60. minu. 25. se. 50. productũ verò diuidemus per sinum totum, sola reiectione quinq; vltimarum figurarum, & venient in quotiente 3288. ferè, quibus respondet in ipsa tabula sinuum rectorum Gr. 1. cum min. 53. pro magnitudine anguli æquationis d e g. Aequalis est autem angulus a d e, duobus interioribus oppositisq; d g e & d e g: idcirco coaceruatis Gr. 60. minu. 25. se. 50. cum Gra. 1. min. 53. conflabitur arcus Gr. 62. min. 18. se. 50. pro magnitudine anguli a d e: & proinde arcus eccentrici a e, illi subtensus totidem Gr. cum minu. & se. comprehendet. At verò ipsi a e, proportionalis existit arcus eclipticæ inter augis punctum & lineam medij motus: ipsis igitur Gra. 62. minu. 18. se. 50. augem Solis addemus signa nempe 3. Grad. 1. minu. 11 se. 55. & prodibunt sig. 5. Gra. 3. minu. 30. se. 45. Quapropter cum sol fuerit in e. linea medij motus erit in Gr. 3. min. 30. se. 45. Virginis. Vel facilius operaberis, si ad verum locum Solis in zodiaco, quando est in e, eccentrici puncto, inuentam æquationem Gra. 1. min. 53. addideris, tantundemq; addes supra verum locum eiusdem, quando fuerit in c.

Propositio quarta.

¶ *Quod præcedens docuit aliter, multoq́ facilius, & sine auxilio aliarum propositionum inuenire.*

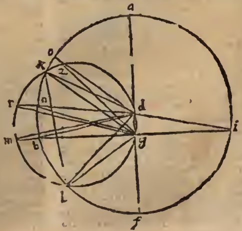
Æqualis motus dato temporis spatio respondens per tabulas inueniatur. Qui si æqualis repertus fuerit gradibus 180. motum Solis pronunciabis in ipso tempore ab auge esse vsq; ad oppositum augis, vel ab ipso augis opposito vsque ad augem. Si minor: auferatur igitur ex ipsis 180. totidem enim gradus duo anguli recti in centro circuli continent: residui verò sumatur dimidium, & habebis distantiam solis à puncto augis apparenti motu pertransitam, cum per arcum quæsitum currere incipit. Addes igitur arcum ex tabulis elicitum æqualis motus, & habebis ea arte initium atque finem illius arcus zodiaci quem Sol apparenti motu percurrens parem facit in eodem tempore æquali motui. Et quoniam locus augis ex tabulis innotescit: igitur arcus ipse qui quærebatur omnino cognitus erit. Esto enim eccentricus Solis a b c: centrum verò d, æqualis motus dato tempori respondens sit c e, & connectantur rectæ lineæ d c, d e & c e. Deinde verò circa triangulum d c e, circulus describatur d c e, in quo quidem recta linea d g, eccentricitati æqualis, coaptata intelligatur, & in vtramque partem extendatur, donec ipsius circuli circũferentiæ in punctis h & K occurrat, rectaque connectatur c g. Ponemus igitur g, centrum mundi: & erit idcirco ipsa h K, linea augis. Et quoniam in triangulo Isosceli d c e, angulus c d e cognitus est; cognitum enim arcum subtendit c e, æqualis motus in dato tempore: duo igitur anguli super basim c e, cogniti relinquentur, si ipse angulus c d e, ex gradibus auferatur 180. Quapropter dimidium ipsius residui



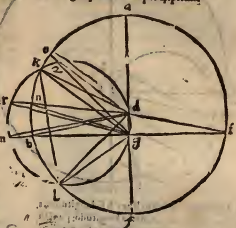
fidui innotescet, angulus nempe d c e. Connectatur autem recta linea g e: & erit idcirco angulus d g e, æqualis ipsi d c e, propterea quòd in vno atq; eodem segmento existunt. Ipso itaq; angulo d g e, cognito existente, si ponamus solem in e, in initio videlicet dati temporis: distantia igitur ipsius ab augis puncto secundum motū apparentem cognita erit: & proinde distantia eiusdem ab initio Arietis cognita. Similiter cū fuerit in c, distātia eiusdem ab ipso Arietis initio patefiet. Aequalem porrò motum atq; apparentem æquales inuicem esse ex eo concludes, quòd duo anguli c d e & c g e, inter se æquales sunt. Angulu verò æquationis d e g, ex ea quæ fit in media longitudine trāsituùe medio, & ex angulo d g e cognitis, vnico syllogismo reddetur notus. Eccentricitas enim d g, sinui recto anguli æquationis quæ in media longitudine accidit, æqualis est: quapropter supposita ipsa mediæ longitudinis æquatione graduum duorū cū min. 10. quemadmodum tabulæ resolutæ subijciunt, talium partium erit ipsa centrorum distantia 3780. qualiū in semidiametro eccentrici sunt 100000. In rectilineo autem triāgulo e d g, sicut d e ad d g, sic sinus rect⁹ anguli d g e, ad sinum rectum anguli d e g: per documentum igitur commune numerorum proportionalium ex d e & d g, & sinu anguli d g e cognitis, cognitum cōcludes sinum rectum ipsius anguli æquationis d e g: & proinde per tabulam sinuū rectorū idem æquationis angulus patefiet. Distantiam itaq; solis ab initio Arietis secūdum motum æqualem in vtrouis terminorum e & c, cognitum reddes, vt antea in præcedenti propositione.

Annotatio tertia.

Sole in media longitudine existente maxima differentia fit inter æqualem motum & apparentem: in locis verò ab ipsa secundū motum apparētem paribus interuallis remotis æquales erunt, tantoq; fient maiores, quanto linea apparentis motus ipsi mediæ longitudini vicinior fuerit: tanto autem minores, quanto remotior. In eccentrico enim a b c, linea mediæ longitudinis sit b g i. Dico quòd in ipsis pūctis b & i, maxima contingit differentia inter æqualem motum & apparentem. Ponatur Sol in quouis eccentrici puncto præter b, in semicirculo a b f, quod sit K, & connectantur d K & g K, item & d b. Ostendemus itaque maiorem esse æquationis angulum d b g, æquationis angulo d K g. Ad punctum enim g, mundi centrū angulum faciemus cum b g, angulo b g K æqualem, sitque b g l, & connectatur K l, circulusq; describatur circa triangulum d K l: recta verò linea g b producta ocurrat circumferentiæ descripti circuli in puncto m & connectatur d m. Et quoniam ipsa mediæ longitudinis linea g b angulum K g l, apparentis motus per æqualia secat: circul⁹ igitur k l d per g veniet: hoc enim ostensum fuit in e. propositione annotationis



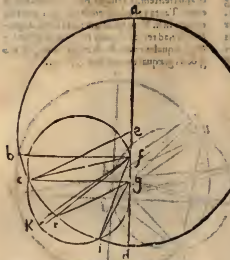
secundæ. Quapropter angulus g m d angulo g K d, in eodem segmento existenti æqualis erit. At verò angulus d b g ipso g m d, maior est per 16. propositionem primi libri Euclid. angulus igitur d b g, angulo g K d maior erit, quod erat demonstrandũ. Secundã porrò partem in eadẽ figura ostendemus. Ponatur enim Sol in locis K & l, in quibus quidem æqualibus interuallis distet appareñti motu à pũcto b, Dico quod duo æquationũ anguli d k g & d l g, æquales inuicem erunt. Nã quoniã in ipsis locis sol ipse æqualiter distat à puncto b, secundum apparentẽ motũ: duo igitur anguli k g b & b g l, inter se æquales erũt. Quare si circulus descriptus fuerit circa triangulũ K l d, per g veniet: & idcirco duo æquationum anguli d K g & d l g, in eodem segmento existẽtes æquales inuicem erũt, quod erat ostẽdendum. Postrema pars in eadem rursus figura demõstrabitur. Sint enim duo eccentrici puncta n, videlicet vicinius b, & K remotius. Dico quod in puncto n, maior fit differentia inter æqualẽ motum & apparẽtem: à pũcto enim g in K, remotius punctum recta ducatur g k, & angulus constituatur b g l, æqualis angulo b g K, circulusq; describatur circa triãgulum d K l, vt antea: recta deinde linea d n, producatur, donec occurrat circũferẽtiæ descripti circuli in puncto r, & cõnectatur g r: angulus igitur d r g angulo d K g, in eodem segmẽto existẽti æqualis erit. At maior est angulus d n g ipso d r g, per 16. propositionem primi Eucli. igitur maior erit idem angulus d n g, angulo d k g: & proinde Sole existente in n, puncto longitudini mediæ viciniore ipso K: maior erit æquationis angulus differentiæúe inter æqualem motum & apparentem, quàm in ipso K. Et in eadem itẽ figura eademq; demonstrandi Methodo ostendemus, quòd minor sit in o puncto adhuc remotiore, quàm in ipso K. Recta enim linea g o, descripti circuli circumferentiam secet in z, & connectantur d z & d o: duo igitur anguli d z g & d k g, in eodem segmento existentes æquales inuicem erunt: maior est autem ipse d z g, angulo d o g, per 16. propositionem primi Euclid. maior igitur erit d k g quam d o g, per communẽ sententiam: & proinde maior erit inter æqualem motum & apparentem differentia in K quã in o. Sole igitur in media longitudine existente maxima fit differentia inter æqualem motũ & apparentem, & reliqua quæ demonstranda erant. Tanta verò differentia erit in i puncto, quanta in b. Nam quoniam recta linea d g rectam b i, ad rectos angulos secat: duæ igitur b g & g i, æquales erunt: & ideirco duo anguli d b g, & d i g, æquales erunt per 4. primi.



De Luna.

Annotatio prima.

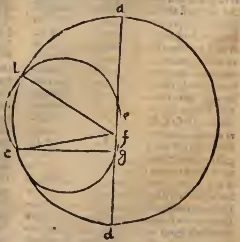
Æquatio centri est arcus epicycli augẽ ipsius verã & mediam intercidens. Maximam porrò fieri scribit Purbac. cũ centrũ epicycli fuerit modicũ infra lõgitudines medias deferentis. Ea autem puncta medias lõgitudines dicere solet, quæ per lineam rectam determinantur, quæ à centro mundi venit in lineam augis orthogonalẽ. Ioãnes verò Baptista harũ theoricarũ antiquus expositor, & quidã alij putãt, eccẽtrici locũ in quo maxima fit æquatio cẽtri, illud esse punctum in quo recta quædam linea terminatur: quæ quidem in puncto opposito cẽtro eccẽtrici in paruo circulo cũ augis linea rectos efficit angulos. Esto enim (inquit Baptista) eccentricus Lunæ circulus a b c d, cuius centrũ e, & diameter augis a e d, centrũ mũdi f, & oppositũ punctũ cẽtro e, in paruo circulo sit g. Et à pũcto f linea f b, & à pũcto g linea g c, sup augis linea perpẽdiculares vsq; ad circũferentiam eccẽtri



ti ducantur. Erit igitur linea b f, longitudinis mediæ, & punctum b, media longitudo: punctũ verò c, quod quidem modicum infra mediam longitudinem est, locus (inquit) erit vbi maxima æquatio centri contingit. Cæterùm allucinatur, quẽadmodum in eadem ipsius figura quam descripsit. statim ostendemus. Connectantur enim rectæ lineæ f c & e c. Præterea circa rectangulum triãgulum c f g, circulus describatur f c g. cuius quidem ipsa recta linea f c diameter erit per conuersionem primæ partis 31. propositionis tertij libri Euclidis: & idcirco ipsius circuli centrum in puncto medio erit eiusdem diametri f c: nõ autem in recta e c. Quapropter circulus ipse f c g, circulum a b c d minimè tangit. Nã si tangit, punctum igitur contactus quod erit c, & ipsorum circulorum centra in vna atq; eadem recta linea erunt per 11. propositionem tertij libri Euclidis. Atqui centrum circuli a b c d est in recta c e: centrum verò circuli f c g, est in f c, & propterea se non tangũt, sed alter alterum secat. Et quoniam quando circulus circulũ secat, in duobus locis tantum secat per 10. propositionẽ eiusdem tertij libri Euclidis. Esto itaq; vna eorum sectio in c: altera verò in i inter c & d, & connectantur rectæ f i & g i. Aio igitur in quolibet pũcto inter c & i, maiorem esse æquationem centri, quàm in c: in ipso autẽ c atq; in i, æquationes pares esse. Esto enim r, punctum quoduis in circũferentia eccentrici inter c & i, & connectantur f r & g r: ipsa verò g r, in rectum cõtinuumq; producta circũferẽtiæ circuli f g c, occurrat in puncto K, & connectatur f K. Duo igitur anguli f c g & f K g, quia in eodem segmento sunt f c K g, inter se æquales erunt, per 21. propositionem 3. libri Euclid. Atqui angulus f r g. quia exterior est in triangulo f r K, interiore oppositoq; f K r siue f k g, maior est per 16. propositionẽ primi libri Euclidis. Maior idcirco erit ipse angulus f r g angulo f c g. Et proinde æquatio centri in r, maior quàm in c. Duo verò anguli f c g & f i g, æquales inuicem sunt: in vno enim atque eodem segmento existunt eiusdem circuli f g c: & propterea æquationes centri in c & i æquales erũt, quæ quidẽ demõstranda suscepimus.

Lemma.

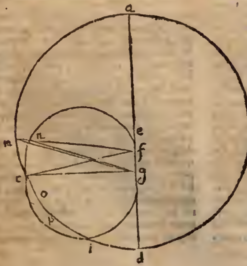
QVod autem sumpsimus alteram sectionẽ descriptorũ circulorũ esse in i inter c & d, non autem inter c & a, hac arte demonstrabimus. Nam si altera sectio ipsorum circulorum a c d & f g c, fuerit inter a & c: esto igitur in l, & connectantur f l. Et quonia recta l c,



diameter est circuli f g c: maior igitur est ipsa f e quàm f l. At verò quoniam in circulo a c d, à puncto f, quod ipsius circuli centrum non est, duæ rectæ lineæ ductæ sunt f c & f l, vsque ad eiusdem circuli a c d circumferentiam, quarum quidem f l, centro propinquior est quam f c: maior igitur erit ipsa f l quàm f c, per 7. propositionem 3. lib. Euclidis. At minor ostensa est: igitur impossibile. Et proinde duo descripti circuli a e d & f g c, in puncto e se secant, & in alio quodam puncto inter e & d: non autem inter a & c, quod quidē fuit assumptum.

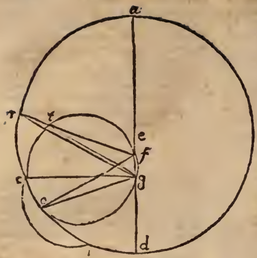
Annotatio secunda.

Qvanquam verò in omni puncto inter e & i, maior sit centri æquatio quàm in ipsis e & i: & in quolibet tamen situ inter a & c, similiter in omni situ inter d & i minor erit æquatio centri quàm in e & i. Ponatur enim epycycli centrum in puncto m, inter a & c. Dico quod maior erit centri æquatio in e, quàm in ipso m. Connectantur enim duæ rectæ lineæ f m & g m, & à puncto g in punctum n: in quo recta linea f m, circulum secat f g c, recta ducatur linea g n. Duo igitur anguli f n g & f e g, in eodem segmento sunt f n e i g. Et propterea æquales erunt inter se, per 21. propositionem 3. libri Euclidis. Maior est autem angulus f n g, quàm angulus f m g, per 16. propositionē primi libri. Igitur maior est angulus f e g ipso f m g. Et ideirco æquatio centri in e maior erit quam in m. Quod quidem demonstrandum erat. Similiter demonstrabis omnem æquationem inter d & i, minorem esse ea quæ contingit in ipso puncto. i



Annotatio tertia.

Advertendum est prætereà, quòd quamuis æquationes centri quæ fiunt inter e & i, maiores sint quibuslibet alijs quæ fiunt in ijs pūctis quæ sunt inter a & c, & inter d & i: non possunt tamen omnes inter se æquales esse. Sumpto enim puncto quouis o, inter e & i, & descripto circulo per tria puncta f & g & o: vel igitur ipse descriptus circulus eccentricum secat in ipso o, aut tangit non secans. Si secat: in alio igitur loco rursus secat per 10. propositionem 3. libri Euclidis. Esto itaq; alterum sectionis pūctum in descripta figura p, inter ipsa puncta c & i: & eadem igitur arte, qua vsi sumus ad ostēdendum æquationes factas ad puncta e & i, æquales esse inter se. Cæterùm minores ijs quæ fiunt in alijs punctis positis inter eadem e & i: maiores autem reliquis semicirculi a e d. Similiter ostendi poterit æquationes factas in punctis o & p, æquales inuicem esse: minores verò eis quæ fiunt inter eadem o & p: reliquis tamen eiusdem semicirculi maiores. Non potest enim ipsum sectionis punctum quod quidem posuimus p, inter e & a cadere, nec inter d & i, prætereà nec in ipsis e & i. Nam quoniam æquationes quæ fiunt in ipsis o & p punctis æquales sunt inter se: at maior est æquatio in o, facta, quàm ea quæ vel in c vel in i, vel in alijs quibusuis punctis circūferentiarum a e & d i, quemadmodum à nobis demonstratum est. Cadet



culus circa triangulum f g o: vel igitur tangit eccentricum in ipso o vel secat. Sit tangit: in eo igitur puncto maxima fit æquatio. Si secat: in duobus igitur locis secat, atq; in eis æquales erunt æquationes: in punctis autē intermedijs maiores contra hypothesim; quare non secat, sed tangit.

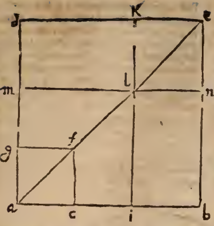
igitur altera sectio quæ est in p, inter c & i, ne sequatur impossibile. At ponamus circulū ipsum per f & g, & punctum o, descriptum eccentricum non secare, sed tangere, quemadmodum in subiecta apparet figura. Erit itaque cētri æquatio in ipso o facta, reliquis omnibus maior ipsius semicirculi a c d. Esto enim punctum quoduis aliud in eodem semicirculo r, & connectantur f r & g r: à puncto autem t, in quo recta f r, circulum secat f g o, ad punctum g, recta ducatur linea g t: angulus igitur f t g, interiore opposito q; g r t trianguli g t r, maior erit per 16. propositionem primi libri Euclidis. Atqui æquales inuicem sunt duo anguli f o g & f t g, quia in vno eodemque segmento consistunt circuli f g o: maior igitur est angulus f o g, angulo g r t line g r f. Quapropter æquatio centri in o, maxima erit earum omnium quæ in alijs punctis fieri possunt semicirculi a c d: & idcirco non omnes æquationes, quæ contingunt in punctis circumferentiæ c i, inter se æquales erant, quod erat à nobis demonstrandum. Atque ex his simul concludes quod si circulus per f & g, descriptus eccentricum tetigerit, in quo puncto eum tetigerit, ibi maxima fiet æquatio centri. Rursus in quo puncto maxima fuerit æquatio centri, ibi circulum per f & g, descriptum eccentricum tangere necesse est. Esto enim maxima æquatio in o, & describatur cir-

Annotatio quarta.

AT quia nondum ex ijs quæ demonstrauimus, liquet, sitne in eccentrico aliquod punctum, in quo descriptus circulus per f & g, eū targat, & quanam arte illud sit inuestigandum, vt scilicet comperrum habeamus, vtrum inter omnes cētri æquationes quæ in vno semicirculo fiūt, qui est ab auge ad oppositum augis, vna sit omnium maxima: operæpretium igitur erit in primis hoc quod sequitur problema absoluere.

Propositam rectam lineam a b, sectam vtcunque in puncto c, eam denuò ita secare, vt maioris segmenti quadratum minoris quadratum excedat quadrato rectæ a c. Quod quidem vt faciamus, super ipsa a b, quadratum construemus a b e d, & ducto dimetiente a e, quadratoq; constructo ex a c, quod dicatura c f g r ad datam igitur rectam lineam b e, in dato angulo a b e. parallelogrammum cōstituemus b e k i rectilineo c f e b, æquale per 44. & 45. primi libri Euclidis. Aio datam rectam lineam a b, sectam esse in i, in duo inæqualia segmenta a i maius, & b i minus, quadratumq; ex a i, quadratum superare ex b i, quadrato ex a c. A puncto enim l, in quo recta K i, dimetientem secat a e, recta linea excitetur m n, ipsi a b æqui distans: duo igitur parallelogrāma m i & K n, quadrata erunt, per correlarium quartæ propositionis 2. libri Euclidis, & duo suplementa b l & K m, æqualia per 43. primi libri. Et quoniam quadrilaterum c f e b, parallelogrāmo b k, æquum est per constructionem: cōmune igitur auferatur rectilineum b e l i, & æqualia inuicem relinquentur per communē

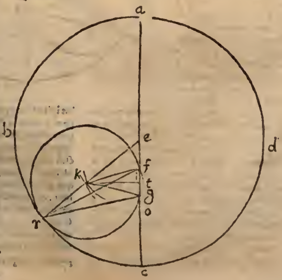
sen



sententiam rectilineum c f l i, & triangulum K l e. At ipsum rectilineum c f l i, rectilineo g f l m, æquum esse ostendes per eandē cōmunē sententiā: æqualia etiam inter se sunt duo triangula K l e & l e n: gnomon igitur g f c i l m, qui quidē relinquitur detracto quadrato c g, ex quadrato m i. quadrato K n, æqualis erit per cōmunem sententiā. Et idcirco duo quadrata K n & c g, simul sumpta quadrato m i. equalia erunt. Quadratum itaque m i, quadratum superat K n, ipso quadrato c g. At quadratum m i, super recta a i, constructū est: quadrati verò k n latus quod est l n rectę b l, est æquale: igitur in proposita recta linea a b, pūcto signato c, ipsam denuò ita secauimus, vt quadratum ex a i, maiori segmento quadratum minoris superet quadrato quod ex a c, quod faciendum erat. Numeris autem dificile nō erit ipsa segmēta inuenire iuxta præsentem demonstrationem. Sit enim ipsa a b, recta linea partium æqualium 60. rectæ verò a c, quadratum 6. 0. sitq; eadē a b, ita secta in i, vt quadratū ex a i, quadratum superet ex b i, ipsis 600. oporteat que īuenire quātæ sint eædē a i & b i. Igitur quoniā quadratū ex a b, est 3600. detrahemus ex hoc numero 600. & relinquentur 3000. quorum dimidium 1500. diuidemus per 60. & veniēt ex partitione 25. tātaq; erit b i; & idcirco reliquum segmentum a i, partium erit 35. Quòd sanè cum proposito cōuenit; nam quadratū ex 35. est 1225. quadratum verò ex 25. est 625. ablatis igitur 625. ex 1225. relinquuntur 600. quibus quadratū maioris segmenti quadratū superat minoris segmenti.

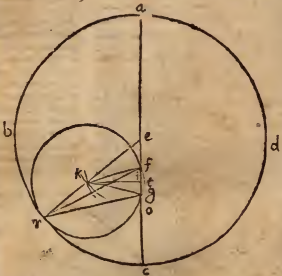
His igitur ita ostēsis punctū inueniemus in eccentrico, in quo maximā fieri centri æquationē necesse est, quantūq; idem punctum ab auge distat, numeris indicabimus. Esto enim eccentricus lunæ circulus a b c d, cuius cētrū e, diameter augis a c, centrū mundi f: pūctum verò oppositum centro e, à quo quidem ducitur linea augis mediæ epicycli sit g. Dico quòd in semicirculo a b c, punctum vnum est in quo maxima fit centri æquatio, quod quidem hac arte inueniemus. Descripto super e f quadrato, rectam ponemus e i, in semidiametro e c, æqualē dimetienti eiusdem quadrati. Quadratum igitur ex e i, duplex quadrato ex e f: æquū erit, per 47. propositionē primi lib. Euclid. & cōmunē sententiā. Deinde verò propositam lineam rectam e c ita secabimus, vt quadratum segmenti maioris quadratum superet segmenti minoris quadrato ex e i, per præcedens problema. Sit itaque segmentum maius e o. segmētum porrò minus sit c o. Et quoniam supposita doctrina Ptolemæi, quòd punctum i g, sit inter

i &



f & c, & quòd e f & f g, sint æquales, necesse est vt trium rectarum e o & c o & e f, quæuis duæ simul assumptæ reliqua sint lõgiores, quod quidem modò sumimus: inferius tamen ostendemus. Ex duabus igitur rectis lineis quæ ipsis e o & c o, sint æquales, cum recta e f, triangulum constituemus e f K, per 22. propositionem primi libri Euclidis. Sitq; e K, æqualis rectæ e o, recta autem f K, æqualis rectæ c o, & extendatur e k, in rectum atque continuum, donec occurrat eccentrico in puncto r.

Dico quòd in ipso r, maxima fit centri æquatio earum omnium quæ constituuntur in semicirculo a b c. Nam quoniam quadratum ex eo æquum est duobus quadratis ex c o & ex e i: quadratum igitur e k, æquũ erit duobus quadratis ex f k & e i: quadratum verò ex e i, æquum est duplici quadrato ex e f: quadratũ itaq; ex e K, duobus quadratis ex e f, & quadrato ex f k æquũ erit: & idcirco angulus K f e, obtusus erit. Deducatur autem à puncto K, recta linea K r, rectos angulos efficiens cum e f, in rectum producta in ipso puncto r, per 12. propositionem ipsius primi libri Euclidis: æquum idcirco erit quadratum lateris e K, quadratis laterum e f & f k, cum eo quod fit ex e f in f t bis, per 12. secundi libri Euclidis: & propterea duo quadrata ex e f, cũ quadrato ex f K, ipsis quadratis ex e f & f k, cũ eo quod bis fit ex e f in f t, æqualia erunt, per communem sententiam quæ vni atque eidem sunt æqualia. Ab ijs autem auferemus communia quadrata ex e f & f k: & idcirco æqualia inuicem relinquentur quadratum ex e f, & quod bis fit ex eadem e f in f t. At eidem quadrato ex e f, æquum est quod bis fit ex ipsa e f, in dimidium eiusdem e f, per 2. secundi libri Euclidis: quæ igitur fiunt ex e f in f t, & ex e f, in dimidium eiusdem e f, æqualia inuicem sunt. Et idcirco recta linea f t, dimidio rectæ e f, æqualis erit: æquales porrò sunt e f & f g, per hypothesim: duæ igitur f t & t g, inter se æquales erunt per communem sententiam.



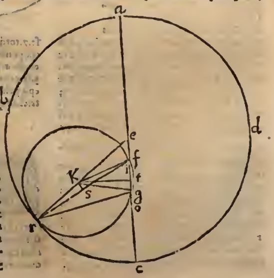
Rectam porrò connectemus K g, & in duobus triangulis rectangulis f t K & g k t, bases f K & K g, æquales inuicem ostendentur per quartã propositionem primi libri Euclidis. At æquales posuimus e k & e o, quibus ablatis ex æqualibus e r & e c, æquales relinquuntur K r & c o: ipsi autem c o æqualis posita fuit f K: igitur f k & K r, æquales inuicem erunt per communem sententiam: & proinde tres rectæ lineæ K f, K g, & K r, æquales erunt inter se. Circulum itaq; describemus super K centro, interuallo autem k r, qui necessario transibit per puncta g & f. Et quoniam circulorum a b c d & f r g, centra K & e, in vna eademq; recta linea sunt e r, & ipsum r, punctum in vtroq; ipsorum est: circulus igitur f r g, circulum a b c d, tanget in eodem puncto r. Non secat enim, quia per 10. propositionem tertij, & 20. primi sequeretur impossibile contra circuli definitionem. Rectas itaque connectemus f r & g r: & angulus idcirco f r g, maximus erit eorum qui ad reliqua puncta semicirculi a b c, constitui possunt, ex lineis à punctis f & g venientibus, per ea quæ demonstrauimus in Annotatione 3. Contrapositi porrò sunt ipsi ijdem anguli eis qui in centro epicycli æquationem centri subtendunt: & proinde maxima æquatio cẽtri in puncto r fit, quod inuestigandum suscepimus.

Lemma.

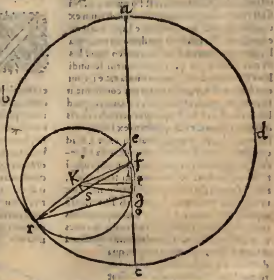
Quod autem sumpsimus trium rectarum linearum e o, c o, & e f, quaslibet duas simul sumptas reliqua longiores esse facile erit demonstrare. Nã e o & c o, maiores sunt quàm e f, præterea quoniam e o, maior est quàm e o igitur e o & e f, multo maiores sunt quàm c o. At quod c o & e f, maiores sint quàm e o, ita ostendemus. Minor enim est f o quàm c o. Nã si est ei æqualis: igitur quoniam quadratum ex c o, cum duplici quadrato ex e f, quadrato ex e o, æquum est: ipsi verò quadrato ex e o, æqualia sunt quadrata ex e f & f o, cum eo quod bis fit ex e f in f o, per 4. propositionem secundi libri Euclidis: duo igitur quadrata ex e f, cum quadrato ex f o, æqualia erunt per communem sententiam quadratis ex e f & f o, cum eo quod bis fit ex e f in f o. Quapropter detractis ex eis quadrato vno ex e f, & quadrato ex f o: æqualia idcirco relinquentur quadratum ex e f, & id quod bis fit ex e f, in f o: & proinde recta e f, rectæ f o, dupla erit per conuersionem 36. propositionis primi libri & communem sententiam, totiq; f c æqualis contra hypothesim. nam iuxta doctrinã Ptolemæi & authoris Theoricarũ æquales posuimus e f & f g, multoq; minores quam f c, simili syllogismo ostendes maiores non esse f o ipsa c o. Quoniam enim quadrata duo ex e f, cum quadrato ex c o, quadrato ex e o, æqualia sunt: eidem verò quadrato ex e o æqualia etiã sunt quadrato ex e f & f o, cum duplici eius quod fit ex e f in f o: duo igitur quadrata ex e f, cum quadrato ex c o ipsis quadratis ex e f & f o, atq; duplici eius quod fit ex e f in f o, æqualia inuicem erunt per communem sententiam. A duobus itaq; quadratis ex e f, atq; quadrato ex c o, vnum quadratum auferemus ex e f vna, & quadratum ex c o, & relinquetur vnum tantum quadratum ex e f: à quadratis verò ex e f & f o, cum duplici eius quod fit ex e f in f o, quadrata auferemus ex e f & f o, quæ quidem maiora sunt, si maius est f o quàm c o, & maius relinquetur idcirco quadratũ ex e f, duplici eius quod fit ex e f in f o. Et propterea segmentum f o, minus est dimidio ipsius e f, per cõmunem sententiam: segmentum igitur c o, multò minus dimidio eiusdem e f: quare multò maior erit recta linea e f quàm f c, rursus contra hypothesim: & propterea minor est f o quàm c o: & proinde maiores sunt ipsæ c o, e f quàm e o, per communem sententiam, quod erat assumptum.

Annotatio quinta.

Nunc verò consequẽs est, vt ostẽdamus quantum ab auge distet ipsum punctum r, in quo quidẽ maxima cẽtri æquatio fit, quod admodũ facile erit, si modo proportionem semidiametri e c, ad eccentricitatem e f, cognitam supponamus ex doctrinã Ptolemæi. Quoniã enim recta e t, diameter posita est eius quadrati cuius recta e f latus est: quadratum igitur ex e i cognitum erit: duplex enim est quadrati rectæ e i. Recta verò e c, ea arte secta est in segmẽta e o & c o, vt quadratum ex e o, quadratum superet ex c o ipso quadrato ex e i: quapropter ipsæ rectæ lineæ e o & c o, (quemadmodum superius docuimus) in eisdem partibus in quibus e c & e f, cognitæ sunt, patebunt. Et quoniam recta f t, dimidiũ ostensa est ipsius e f aut f g: tota igitur t e cognita erit. Similiter quoniam e K æqualis posita



fuit rectæ e o: cognita igitur erit, item & K f, quoniam æqualis est rectæ c o, nota prodibit. Iam igitur in rectangulo triangulo K e t, quoniam sicut sinus totus ad sinum rectum anguli t K e, sic latus e K, ad latus t e: prima autem quãtitas tertia atque quarta cognitæ sunt: secunda igitur quæ est sinus rectus acuti anguli t k e, cognita veniet, & per tabulam sinus recti ipse angulus t k e, cognitus erit. Simili quoq; syllogismo in triangulo rectangulo K t f, ex duobus lateribus cognitis f k & f t, cognoscetur angulus f K t, quem auferemus à gradibus 90. & reliquus acutus angulus k f t, cognitus relinquetur. Ipsum porrò angulum f K t, ex angulo auferemus e K t, & cognitus relinquetur angulus e K f. Is verò exterior est in triangulo Isosceli f k r, in quo quidem duo anguli K r f, & k f r æquales inuicem sunt; duplex igitur est idem angulus e k f anguli K f r: & idcirco ipse angulus k f r, cognitus erit, quem auferemus ab angulo K f t, qui iam innotuit: & angulus igitur r f t, distantiæ puncti r, ab opposito augis notus prodibit: quare & distantia eiusdem puncti ab auge ignorari nõ poterit. Inuenit autem Ptolemæus rectam e f, talium partium 10. cum minu. 19. qualium sunt in e c, 49. cũ m̃. 41. recta enim a f, earundem partium continet 60. Quapropter si ipsam e c partium æqualium ponamus 100000. erunt in recta e f, 20765. cuius quidẽ quadratum si duplicauerimus, & à quadrato rectæ e c, subtraxerimus: relicti verò dimidium quod est 4568814775. in partes 100000. diuiserimus, veniẽt ex ipsa partitione 45688. tãtaq; igitur erit recta c o: quare reliqua e o, partium erit 54312. Et quoniam f t, dimidio rectæ e f, est æqualis: tota igitur t e, partium erit 31147 $\frac{1}{2}$ quam si in partes 100000. sinus totius multiplicauerimus: productum verò per 54312. partes videlicet rectæ K e diuiserimus, in quotiente veniet sinus rectus anguli t k e, cuius arcus inuenitur graduum 34. min. 59. se. 40. Rectam porrò f t, partium nempe 10382. cum semisse in sinum totum multiplicabimus: productum verò diuidemus in numerum partiũ 45688. quę continet f K, & veniet in quotiẽte sinus rectus anguli f k t, cuius arcus inuentus erit Grad. 13. min. 8. se. 7. quapropter reliquus angulus K f t, trianguli rectanguli K t f, graduum erit 76. mi. 51. se. 53. Ab angulo porrò t K e, qui iam innotuit, Gr. videlicet 34. min. 59. se. 40. subtractis Gr. 13. min. 8. se. 7. anguli f k t, gradus relinquẽtur 21. minu. 51. se. 33. pro magnitudine anguli e k f, cuius quidem anguli dimidium, angulus nempe K f r, graduum erit 10. min. 55. se. 46. his itaq; subtractis ex gradibus 76. min. 51. se. 53. anguli K f t, gradus relinquentur 65. mi. 56.



se. 7. totq; comprehendet angulus r f t, distantiæ puncti r, ab opposito augis: quare distantia eiusdem puncti ab auge graduum erit 114. mi. 3. se. 53. tantum igitur erit Lunæ centrum cum epicyclus constitutus fuerit in eo puncto eccẽtrici, in quo maxima fit centri æquatio.

Annotatio sexta.

QVanta verò sit ipsa maxima cẽtri æquatio ex his quæ modo demonstrauimus, statim concludes. Angulus enim t K e, inuentus fuit Gr. 34. minu. 59. se. 40. Atqui angulus f k t, Gr. cõtinet 13. minu. 8. se. 7. cui quidem æqualis existit angulus t K g, per 4. propositionem primi libri Euclidis: totus igitur angulus g K e, graduum erit 48. minu. 7. se. 47. Et quoniam in

trian

triangulo k g r, Isosceli exterior angulus g k s, interiorũ oppositi q; g r k, duplex est per 5. atque 16. primi libri Euclidis: ipse igitur angulus g r K, graduum erit 24. minu. 3. se. 53. ab iis autem auferemus Gr. 10. minu. 55. se. 46. anguli k r f, qui angulo K f r, æqualis ostensus fuit, & relinquētur Gr. 13. min. 8. se. 7. pro magnitudine anguli f r g, maximæ æquationis centri. In his autem supputationibus tabula sinus recti vtimur circuli semidiametrum supponēte partiũ æqualium 100000. à Petro Appiano constructa.

Annotatio septima.

SI distantiam epicycli à centro mundi cognoscere cupis, cum est in puncto r, in quo loco maximam habet æquationem centri, id faci le consequi poteris deducta à puncto k, perpendiculari K s, in lineam f r. Duæ enim rectæ lineæ t s & r s, æquales inuicem erunt: angulus porrò K f r, iam notuit: igitur reliquus f K s, cognitus quoque erit per 32. propositionem primi libri Euclidis. Atqui sicut sinus totus ad sinum rectum ipsius anguli f K s, sic recta f K ad rectam f s: quarum quidem quantitatum tres priores cognitæ sunt: postrema igitur quæ est f s, per commune documentum numerorum proportionalium patefiet. Dimidium est autem ipsa f s, rectæ lineæ f r, tota idcirco f r, innotescet: & proinde distantia centri epicycli à centro mundi in eo situ in partibus semidiametri e c cognita erit. Hac porrò arte rectam f s, inuenimus 44859. quare tota linea f r, talium erit 89718. qualium in semidiametro eccentrici sunt 100000.

Annotatio octaua.

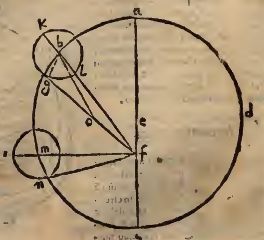
PRæterea annotatione dignum cēsemus, quòd æquationū cētri quæ fiūt in circūferentia a r, videlicet inter augem & punctum r, in quo quidem maxima contingit æquatio, quæ contingit quæ factæ fuerint in punctis viciniorubus eidem puncto r, maiores erunt: quæ vero in punctis distantioribus, minores. Similiter earum, quæ contingunt in c r, reliquo segmento semicirculi a r c, quæ in punctis viciniribus ipsi r, factæ fuerint, maiores erunt iis quæ in punctis ab eodem r, remotioribus. In ipso enim eccentrico Lunæ esto r punctum illud, in quo maxima centri fit æquatio, sitq; in circumferentia a r, punctum K, vicinius eidem puncto r, quàm l. Dico quòd maior æquatio centri continget in k, quam in l. Rectæ enim lineæ f K, & g K, connectantur, & circa triangulum f g K, circulus describatur, quem quidem ostendemus eccentricum nusquam tangere, sed secare in K: & in alio eius puncto inter c & r. Nam si tangit in ipso k: minor igitur erit æquatio in r, quam in k, per ea quæ demonstrauimus in annotatione tertia: punctum enim contactus vnum tantum est per decimamtertiam decimitertii Euclidis: at maxima posita fuit in r: igitur impossibile contra hypothesim. Quapropter circulus ipse f g K, eccentricum secat in K: & quoniam in duobus locis secare necesse est, alteram sectionē ostendemus esse inter c & r. Nō enim in r, quoniam si est in ipso r, duo igitur æquationum anguli f r g, & f K g, æquales inuicem erūt, minores autem iis qui facti fuerint inter ipsa



puncta k & r, per ea quæ in annotatione prima demonstrauimus: & idcirco non erit in r, maxima centri æquatio contra hypothesim. Neque secare poterit eccentricum idem circulus f g K, in alio puncto præter K, positum inter a & r: quoniam si in alio puncto circumferentiæ a r secat, maiores igitur erunt æquationum anguli in ipsis sectionum punctis, quàm in r, per demonstrationem annotationis secundæ, rursus contra hypothesim; & propterea non secat iterum in aliquo puncto circumferentiæ a r, & proinde inter c & r secabit. Secet igitur in puncto m: & erunt igitur æquationum anguli in K & m, punctis inuicem æquales: maiores autem ea quæ vel in l fit, vel in quibusuis alijs punctis inter a & K, & inter c & m, per prædictam demõstrationem annotationis secundæ. In punctis itaq; circumferentiæ a r, viciniori-bus puncto maximæ æquationis centri, maiores contingent æquationes, quam in remotiori-bus. Idem quoque ostendemus de æquationibus factis inter c & r, quemadmodum demonstrandum suscepimus.

Annotatio nona.

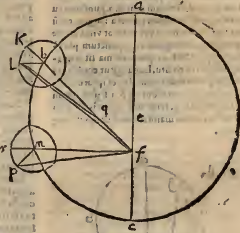
Luna existente in ea recta linea, quæ à centro mundi ducta epicyclum tangit, maxima fit in quolibet situ epicycli æquatio argumenti: maior tamẽ contingit in situ epicycli centro mundi propinquiore, quàm in situ remotiore. Centro igitur epicycli in opposito augis eccentrici constituto, si luna in recta linea extiterit à centro mundi veniẽte, ipsumq; epicyclum contingente, maxima omnium habebitur æquatio argumenti. Esto enim eccentricus lunæ circulus a b c d, cuius centrũ e, mundi verò f, linea augis sit a c, & cõstituatur epicyclus in situ quouis b: ab ipso autem mundi centro f, recta linea excitetur f g, in eccẽtrico plano circulũ maximum epicycli qui in eodem plano existit contingens in puncto g, & recta linea f b, producatur vsque ad K, in circumferẽtia ipsius epicycli: corpus verò lunare ponatur in g. Erit igitur K, punctũ augis veræ. Esto autẽ motus Lunæ in eccentrico à loco b in d, per a: argumentum igitur verum erit circumferentia k g, vno semicirculo minor, æquatio porrò illius argumenti arcus zodiaci erit quem angulus b f g subtẽdit, oppositum augis veræ epicycli sit punctum l. Itaque manifestum est quod à puncto f, nulla alia recta linea duci potest, quæ semicirculum contingat k g l, præter f g: aliter enim sequeretur impossibile contra vltimã sententiam communẽ: reliquæ igitur omnes quæ in ipsum semicirculum cadunt, eum secant: & propterea æquationis argumenti angulus b f g, maximus erit. Ponatur autem epicyclus in situ m inter b, & oppositum augis eccentrici, & connectatur f m: ipsa idcirco recta f m minor erit quam f b, per septimam propositionem tertij libri Euclidis. Ab ipso porrò f, mundi centro recta linea ducatur, quæ circulum maximum epicycli, qui in ipso plano eccentrici est, contingat, sitque punctum contactus in n, & producatur f m, vsque ad r, punctum augis veræ: maximus igitur angulus æquationis argumenti in situ m, erit m f n, quem dico maiorem esse angulo b f g, maximæ æquationis argumenti in situ b. Rectæ enim lineæ connectantur b g, & m n: anguli igitur ad g & n, puncta recti erunt per conuersionem 16. tertij libri Eucl. maior autẽ osten



ostensa fuit b f, ipsa f m: maior igitur erit f g, quam f n, in rectangulis triangulis b f g, & m f n, per 47. propositionem primi libri Euc. & cõmunem sententiam. Ab ipsa igitur f g, recta linea abscindatur g o, rectæ f n æqualis, & connectatur recta b o: duo igitur anguli b o g, & m f p, triangulorum g b p, & n m f, æquales inuicẽ erunt, per 4. propositionem primi libri Euclid. Atqui maior est ipse angulus b o g, angulo b f g, per decimamsextam propositionem eiusdẽ primi libri: exterior enim est atque ei opposi tus in triangulo o b f: maior igitur per commu nem sententiam angulus m f n, angulo b f g. Et proinde maxima æquatio argumenti quæ in situm contingit, centro mundi propinquiore, maximam æquationem argumenti superat quæ in situ b, ab eodem centro remotiore. Et propterea cum ipse Lunæ epicyclus constitutus fuerit in c, opposito augis eccetrici, in situ nempe mundi centro vicinissimo maxima omnium æquatio contin get: quòd postremò demonstrandum erat. Memineris tamen, quòd in quo situ maxima æquatio argumenti maximam æquationem argumenti alterius situs superat, inibi quoque argumentum verum altero argumento vero maius erit. Quoniam enim angulus m f n, angulo b f g maior est: reliquus igitur f m n, reliquo f b g minor erit: & propterea argumentum n r, argumento K g maius erit.

Annotatio decima.

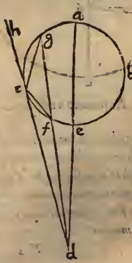
IN semicirculo epicycli qui ab auge vera ad oppositum augis, si argumenta vera æqualia fuerint: ipsi tamen situs epicycli inæqualium à centro mundi distantiarum, maior continget æquatio in situ propinquiore, quàm in remotiore. Epicyclo enim constituto in situ b, à centro mundi distantiore, luna existat in l: constituto autem in m, situ viciniore, existat in p, & argumentum verum K l, argumento vero r p, æquum subijciatur. Dicõ quòd maior æquatio respondet argumento r p, quàm argumento k l: connectantur enim rectæ lineæ f l & f p, & à maiori quæ est b f, abscindatur b q, æqualis ipsi f m, & connectatur q l. In duobus igitur triangulis q l b & f p m, duo anguli b q l & m f p, æquales inuicem erunt per quartam propositionem primi lib. Euclidis: æquales enim sunt duo angu li l b f & p m f. At maior est ipse angulus b q l, quàm b f l, per 16. propositionem ipsius primi libri Euclidis: exterior enim est, illiq; oppositus in triangulo q l f: maior igitur erit angulus m f p, angulo b f l, per communem sententiam. Et proinde in situ propinquiore par argumentum maiorem habet æquationem, quod demonstrandum suscepimus. Ex quo infere, quoduis argumentum maiorem habere æquationem in opposito augis eccentrici, quàm in quolibet alio situ.



Annotatio vndecima.

¶ *Quando in vno atque eodem situ epicycli inæqualibus argumentis pares respondent æquationes, plus distat à fine argumenti maxima æquationis illius situs, finis argumenti minoris, quàm finis maioris.*

IN circu[illegible]m a b c, à puncto d, extra ipsum posito recta deducatur linea d e a, per centrum eiusdem: recta item d f g, præter centrum: & recta d h, quæ eum contingat in c. Dico quod arcus c g, maior est quàm f c. Rectæ enim lineæ connectantur f c & g c: in triangulo igitur c d g, exterior angulus g c h, duobus interioribus oppositisq; c g d & c d g, æqualis est: at verò angulus c f g, eidem g c h, æqualis est per 32. propositionem tertij libri Euclidis: quia constitutus est in alterna portione: æqualis igitur est ipse angulus c f g, eisdē duobus c g d & c d g, per cõmunem sententiam, & proinde maior est idem angulus c f g, quàm c g d: maiori autem angulo maior respondet arcus per 33. propositionē sexti libri Euclidis: maior igitur est arcus c g, arcu c f. Ponamus itaque ipsum circulum a b c, epicyclum Lunæ d, centrum mundi a, punctum augis veræ a g, argumentum minus a f, argumentū maius, quibus quidem respondeat vnus atque idem æquationis angulus a d g: punctum porrò c, contingentiæ erit, in quo maxima fit æquatio argomenti in eo situ. Luna igitur constituta in f & g, æquales erunt æquationes ipsorum inæqualium argumentorum a g & a f: plus autem distabit punctum g, terminus minoris ab ipso c, quam f, terminus maioris, quod demonstrandum erat.



Annotatio duodecima.

OStensum est in Annotatione 10. parium argumentorū æquationes ab auge eccentrici vsque ad oppositum augis, ita augeri, prout centrū epicycli centro mundi vicinius fit. Quare oportebat ad Inueniendum verum motum Lunæ tot tabulas æquationum argumentorum construere, quot sunt situs epicycli, saltem per binos aut ternos gradus extensas. Sed quia hoc operosum erat: Ptolemæus igitur facilem quandam rationem excogitauit, qua argumentorum æquationes ad omnem situm inueniri possent, quanquam ea à certissimo computo nonnihil discreparet. Quod quidem vt efficeret, maximas argumenti pro quolibet situ æquationes in primis supputauit: & quia hæ quoque ab auge eccentrici ad oppositum augis perpetuo augentur, quemadmodum superius demonstrauimus: maximā igitur argumenti æquationem quæ fit in auge à maxima oppositi augis subtraxit, differentiā verò in 60. æquales particulas sexagesimasúe diuisit, quæ in tabulis æquationum minuta proportionolia appellantur.

Similiter ipsam maximam æquationem argumenti augis à maxima argumenti æqoatione, quæ in omni alio situ contingit, subtraxit, quotq; sexagesimas siue minuta proportionalia vnaquæque differentia haberet, per regulā numerorum proportionalium inuenit.

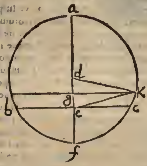
Nam sicut se habet maxima illa maximarū æquationum differentia, quæ in 60. particulas diuisa fuit, ad differentiam repertam in dato situ cētri epicycli, sic numerus 60. ad numerum sexagesimarum, quæ ipsi situi debentur.

Huius porrò proportionis tres primi termini cogniti supponuntur: quartus igitur innotescet. Hac itaque arte minuta proportionalia ꝓ quolibet centro distantiaúe epicycli ab auge eccentrici in tabula æquationum Lunæ posita sunt. Subiecit autem, quod in vniuersum sicut differentiæ maximarum æquationum argumēti se habent inter se, sic & differentiæ æquationum parium, quorumcunque argumentorum in ipsis eisdem locis eccentrici: tametsi à iusta atque exacta proportione nonnihil aberretur. Quamobrem satisfecisse putauit, si tabulam vnam dumtaxat, construeret æquationis singu

lo-

lorum argumentorum pro situ augis, appositis è regione differentijs earundem æquationum, ab ijs quæ in opposito augis contingunt: quas quidem differentias diuersitates diametri circuli breuis appellant. Quando itaque operæpretium est inuenire, quanta sit æquatio dati argumenti, per centrum Lunæ inueniuntur in primis minuta proportionalia, postea verò elicitur ex ipsa tabula æquatio dati argumenti pro situ augis, necnon diuersitas diametri: differentiaúe ab ea æquatione quam par argumentum in opposito augis habet. Et quia numerus minutorum proportionalium cognitus est: per regulam igitur numerorum proportionaliũ quantum illius diuersitatis superaddere oporteat, ipsi inuentæ æquationi in dato situ, illico innotescet.

Quoniam enim sicut 60. ad numerum minutorum proportionalium è regione dati centri inuentum: sic diuersitas diametri è regione dati argumenti reperta, ad eam diuersitatem, quæ dato situi debetur, & harum 4. quãtitatum primæ tres cognitæ sunt: quarta igitur patefiet, quam quidem inuentæ æquationi adijciemus, & æquatio idcirco ipsius dati argumenti tandem cognita prodibit. Hanc autem doctrinam minutorum proportionalium, & æquationum argumentorum ex Ptolemæo colliges libro 5. capit. 7. & 8. & à Ioanne de Mõteregio propositione 11. Ex qua palàm est, minuta ipsa 60. proportionalia sexagesimas non esse excessus maioris lineæ, quæ à centro mũdi ad augem eccentrici protẽditur supra minorem, quæ ab eodem centro it ad oppositum augis, tametsi hoc apertissimè Georgius Purb. scribit: sed potius sexagesimas esse excessus maximæ æquationis argumenti, quæ in opposito augis contingit; supra maximam æquationem argumenti quæ fit in auge. Ioannes verò Baptista cum vtrãq; sententiam recitaret de minutis proportionalibus ita ait: sed vel prima vel secunda opinio teneatur, operatio in hoc nullo modo fallit, quia vbi contingunt esse triginta minuta proportionalia, partes scilicet excessus longioris lineæ supra breuiorem extra circumferentiam, ibi etiã triginta partes sexagesimarum diuersitatis diametri addi debent, & econuerso: sed error est manifestus, quemadmodum mox ostẽdemus. Circulus enim a b c, cuius centrum d, esto eccẽtricus Lunæ, centrum mundi sit e, in quo recta linea b c, cum augis linea quæ sit a f, rectos angulos efficiat: ipsorum verò centrorum interuallum quod est d e, in duo æqualia secetur in g, & ab ipso puncto medio recta linea excitetur g K, ad rectos angulos super a f, & connectãtur d K, & e k. In duobus itaque triangulis rectangulis d g K, & e g K, duo latera d K, & e k, æqualia inuicem erũt per quartam propositionem primi libri Euclidis.



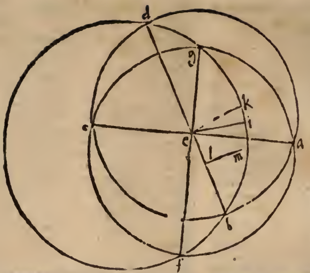
Quapropter centro epicycli Lunæ constituto in K, distabit à centro mundi interuallo æquali semidiametro eccentrici: recta verò linea a e, eccentrici semidiametrum superat interuallo d e, idest, minutis proportionalibus triginta secundum Purbachij sententiam. In puncto igitur K, centro epicycli constituto 30. habebuntur minuta proportionalia. Et proinde in ipso situ k, triginta sexagesimæ diuersitatis addi debent, dimidium nempe ipsius. At cum centrũ epicycli est in c, centrum Lunæ, idest, distantia epicycli ab auge eccentrici gradus complectitur nonaginta, quibus respondent in tabula æquationum Lunæ minu. proportionalia 26. in K: igitur vbi centrum Lunæ minus est gradibus 90. pauciora debẽtur proportionalia minuta, quàm 26. quare centro epicycli constituto in k, multo minus diuersitatis addendum est quàm 30. sexagesimæ: & proinde errat in hoc Ioannes Baptista: quod quidem demonstrandum suscepimus. Georgius Purbach. (vt puto) minuta proportionalia ita definire voluit, vt rudiores intelligerent argumentorum æquationes ita augeri, prout centrum epicycli ad centrum mundi propius accedit.

¶ *De Marte, Ioue, atque Saturno.*

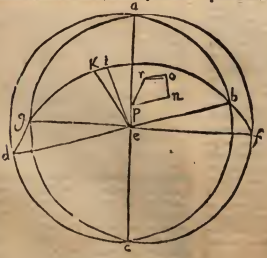
Annotatio prima.

CVm Georgius Purbachius intelligeret axes orbium deferentium epicyclos trium planetarum superiorum ad axem zodiaci annuere: putauit idcirco (vt suspicor) ipsos eccentricorum axes zodiaci axem secare, quod quidem in solo Marte verum est atque necessarium: in Ioue autem & Saturno impossibile. Quoniam enim eccentrici Martis superficies à superficie eclipticæ declinat semper, quantitate maxima inuariabili manente, quemadmodum de Luna dictum est: ipsam igitur eccentrici circuli superficiem eo vsq; productã intelligemus, donec ad couexum octauæ sphæræ perueniat. Huius itaque superficiei & octauæ sphæræ communis sectio circulus erit, per primam propositionem primi libri Theodosij, maximusq; per 6. eiusdem primi libri. Esto igitur in subiecta figura huiusmodi circulus a b c d, cuius centrum e; circulus verò eclipticæ sit a f c g, eorum communis sectio sit diameter a e c, polus eclipticæ Boreus sit i: circuli verò a b c d, polus ipsi polo i, vicinior sit k, & per ipsos duos polos i & k, circulus maximus describatur d i f, per 20. propositionem ipsius primi libri Theodosij, cuius communis sectio cũ plano eclipticæ sit diameter f g: cum plano autem circuli a b c d, sit diameter b d, rectæq; lineæ connectantur i e, & k e, in plano circuli d i f. Et quoniam ipse circulus d i f, per duos polos i & k venit: per reliquos igitur transibit per correlarium 13. propositionis eiusdem primi libri Theodosij: quapropter ipsos eosdem circulos a b c d, & a f c g, ad rectos angulos secabit per 19. propositionem. Et quoniam punctum i, polus est maximi circuli a f c g: circũferentia igitur i f, quadrans erit, per 24. propositionem primi libri: & idcirco circumferentia i b, minor erit quadrante. Sectus itaq; est semicirculus b i d, per inæqualia in puncto i. Et quoniam ostensum est, ipsum semicirculum b i d rectum esse ad circulum a b c d, super diametrum b d: recta igitur linea ducta à puncto i ad b, minima erit earum omnium quæ ab eodem puncto duci possunt ad circumferentiã ipsius circuli a b c d, per 25. propositionem secundi decimi libri. Et proinde circumferentia i b, minima est earum omnium quæ ab ipso i veniũt ad puncta quæuis semicirculi a b c, per 27. propositionem tertij libri Euclidis: & propterea i b, complementum est maximæ latitudinis circuli a b c d: & circumferentia b f, ipsa maxima latitudo siue declinatio eiusdem circuli a b c d, ab ecliptica. Et quoniam aux Martis punctum est in plano circuli a b c d, maximæ latitudinis eccentrici ab ecliptica, quemadmodum ex Ptolemæo, & ipso Purbachio liquet: recta verò linea quæ à centro mundi ad punctum augis ducitur, per centrum ipsius eccentrici venit: punctum igitur augis & eccentrici centrũ in ipsa recta linea b e sunt. Esto itaque punctũ l eccentrici centrum, à quo quidem in plano circuli d i f, recta linea excitetur l m, recta k e æquidistans, per 31. propositionem primi libri Euclidis. Et quoniam recta ipsa linea k e, venit à puncto e, centro videlicet circuli a b c d ad k, punctum eiusdem circuli polum: perpendicularis igitur erit eadem linea k e, supra planum ipsius circuli a b c d, per 10. propositionẽ primi libri Theodosij & quia eidem k e, æquidistantem duximus rectam l m: ipsa igitur l m perpendicularis erit supra idem planum circuli a b c d, per 8. propositionem libri vndecimi Euclidis: & idcirco si ipsa eadem recta linea l m, per centrum eccentrici Martis veniens, in vtramque partem extendatur, per polos ipsius eccentrici transibit per 9. propositionem eiusdem primi libri, axisque fiet orbis epicyclum Martis deferentis. At quia recta linea i e, per centrum eclipticæ & polum ipsius Borealem venit: si in rectum igitur continuumq; producta fuerit, ad reliquũ polum terminabitur, per 13. propositionem primi libri Theodosij, axisq; erit eclipticæ. Ipsos itaque axes i e & l m, concurrere ostendemus ad partes i & m. Nam quoniam recta k e, perpendicularis ostensa est ad planum circuli a b c d: angulus igitur k e l, in plano circuli d i f, rectus erit per 2. definitionem 11. libri Euclid. at verò in ipso eodem plano circuli d i f, coniunctæ sunt ad punctum e, tres rectæ lineæ k e, i e & e l: maior igitur est angulus k e l, angulo i e l, per 9. communem sententiam: ipse igitur angulus i e l, minor est recto: angulus verò m l e, rectus est per 2. definitionem 11. libri: quia recta l m, perpendicularis ostensa est ad planum circuli a b c d: duæ igitur rectæ lineæ i e & l m, cum recta e l, in plano

no



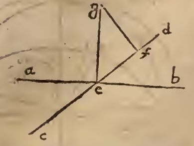
no circuli d i f, duos angulos efficiunt i e l & m l e, duobus rectis minores: & propterea concurrent ad partes i & m, per 5. postulatum. & proinde axis orbis epicyclum Martis deferentis axem zodiaci interfecat. Quod erat in primis demonstrandum. Et ex hoc palam est, polos orbis epicyclum deferentis a polis Zodiaci inæqualiter distare. Nam quoniam ipsi axes i e & l m ad partes concurrunt i & m: igitur ad partes e & l, quanto magis protrahuntur, tanto magis distãt inter se. Quod autem in Ioue & Saturno axis orbis epicyclum deferẽtis axem zodiaci secare non possit, in eadem figura ostendemus. Cæterum quoniam punctum b, maximæ latitudinis deferentis est ab ecliptica: in Saturno autem punctum deferẽtis epicyclum maxime declinans ab ecliptica distat ante augem, idest, contra successionem signorum, gradibus 50. in Ioue verò post augem est gradib[9] 20. Ponamus igitur in plano circuli a b c d: pũctum n centrum eccentrici, vel in Ioue, vel in Saturno: & ab ipso puncto n, supra idem planum recta linea perpendicularis erigatur n o, per 12. propositionem 11. libri Euclidis ab eodemque puncto n, in ipso plano circuli a b c d, per 12. 1. lib. recta linea deducatur n p, ad rectos angulos super recta linea a c, communi sectione duorũ circulorum a b c d & a f c g, & ab ipsa n o, per rectam n p, planum extendatur o p: ipsum igitur planum o p, ad idẽ planum circuli a b c d rectum erit per 18. propositionem 11. libri Euclidis. In ipso itaq; plano o p, data recta linea p n à puncto in ea dato p, rectam lineam p r, ad rectos angulos excitabimus, per 11. propositionem 1. lib. rectus igitur erit ipse angulus n p r, in plano o p, atqui rectus etiam est angulus n p e, in plano existem circuli a b c d: & planum o p, rectum est ad planum circuli a b c d: angulus igitur e p r, rectus erit per cõuersionem defini-



finitionis 3. 11. lib. & idcirco recta linea e p ad ipsum planum o p, perpendicularis erit per 4. propositionem 11. ipsam etiam e p, perpendicularem esse ostendemus ad planum circuli d i f. Nam quoniam ostensum est superius ipsum circulum d i f, rectum esse ad circulos a b c d, & a f c g: horum igitur duorum circulorum communis sectio recta nempe linea a c, ad planum eiusdem circuli d i f, perpendicularis erit, per 19. propositionem 11. libri. Cum itaque recta linea e p, ad planum o p, & ad planum circuli d i f recta sit: parallela igitur erunt eadem duo plana o p, & circuli d i f, per 14. propositionem 11. lib. Euclid. & propterea recta linea n o, quæ in plano existit o p, cum recta i e: quæ quidem in plano existit circuli d i f concurrere non poterit, etiamsi infinitum producantur. Nam si concurrunt: plana igitur in quibus existunt quæ parallela ostensa sunt, concurrēt, quod est impossibile: & idcirco recta linea n o non concurrit cum i e. Ipsa porrò recta linea n o, per centrum eccentrici veniens si in vtranque partem producatur, per polos ipsius eccentrici transibit, per 9. propositionem primi lib. Theo. axisq; fiet orbis epicyclum deferentis, recta verò i e, quia per centrum eclipticæ & polum ipsius borealem venit, si in rectum continuumq; producatur, ad reliquum polum terminabitur, per 13. propositionem ipsius primi libri Theo. axisq; erit eclipticæ. Axis igitur orbis epicyclum Iouis aut Saturni deferentis, axem zodiaci minimè secat, quod demonstrandum suscepimus. Sed neque paralleli sunt ipsi axes. Nam si paralleli sunt, quoniam recta linea K e, perpendicularis ostensa est ad planum circuli a b c d, & ad idem planum perpendicularis etiam est n o: duæ igitur rectæ lineæ K e, & n o, parallelæ erunt per 6. propositionē 11. libri Euclidis. Quare si parallela est i e, eidē rectæ lineæ n o, duæ igitur rectæ lineæ k e & i e, quæ in centro e concurrunt, parallelæ erunt per 9. propositionem eiusdem 11. libri Euclidis, quod est impossibile. Et propterea neque paralleli sunt, neque concurrunt ipsi axes n o & i e, ex quibus concludere poteris, quod in vno plano non sunt. Nam si in vno plano sunt: aut igitur in ipso plano in quo sunt concurrunt, aut æquidistantes sunt. Quare si neq; cōcurrunt, neq; paralleli sunt: in vno igitur plano minimè existunt.

Annotatio secunda.

Quanquam axis orbis epicyclum Martis deferentis axem zodiaci secet: illa tamen intersectio extra ipsū orbem fit, quam longissime ab eius polo, eodem axe amplius in rectum producto. Diameter enim eclipticæ a b, cum diametro eccentrici Martis c d, angulos efficiat b e d & a e c, maximarum latitudinum ipsius eccentrici, cuius quidem centrum sit f, eclipticæ vero e. Axis porrò ipsius orbis epicyclum deferentis cum eclipticæ axe cōcurrat in g: igitur quoniam maxima latitudo deferentis epicyclum Martis vnius tantum gradus est secundum doctrinam Ptolomæi: in triangulo propterea rectangulo e f g, acutus angulus g e f, cōplementi maximæ latitudinis Borealis graduū erit 89. & reliquus idcirco f g e, vnius gradus per 32. propositionem primi libri Euclidis, & communem sententiam. Et quoniam sicut sinus rectus acuti anguli e g f, ad sinum rectum acuti f e g, sic latus e f, ad latus f g: quod quidem statim concludes, si super centris e & g, circulos descriptos intellexeris interuallo e g, latus verò e f, talium partium continet sex secūdum Ptolemæum qualium sunt in eccentrici



semidiametro 60. Sinum igitur rectum graduū 89. idest, partes 99984. multiplicabimus in 6. productum verò diuidemus per 1745. partes videlicet quæ sunt in sinu recto vnius gradus, & venient ex partitione partes ferè 344. Qualiū igitur partium semidiameter eccentrici continet 60. talium recta f g continet 344. atqui poli

poli orbis deferentis epicyclum in superficie sunt ipsius orbis per definitionem. & propterea axis orbis epicyclum Martis deferentis cũ axe zodiaci concurrit longissimè à polo Boreali eiusdem orbis, quod erat demonstrandũ.

Annotatio tertia.

QVia orbes deferentes auges Iouis, Martis atq; Saturni motu octauæ sphæræ mouentur super axe atq; polis zodiaci: puncta igitur quæ modo respectu eclipticæ Borealia sũt, Borealia semper fuerunt, atque erunt: & similiter quæ Australia ab ipsa sunt, Australia semper erunt, & fuerunt: ea verò quæ modo sunt in superficiei eclipticæ sectione, semper in ea fuerunt, atque perpetuò erunt: eorundem tamen punctorum ab æquinoctiali circulo declinationes aliæ, atque aliæ erunt. Sed quia orbis delator epicycli super axe suo secundum signorum successionem mouetur, superficies igitur eccentrici in quolibet suo puncto successiue eclipticæ superficiem secabit.

Annotatio quarta.

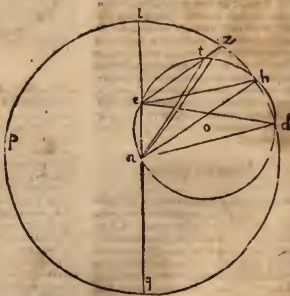
AEquatio cẽtri in epicyclo æquationi centri in zodiaco proportionalis est. Angulus enim æquationis cẽtri in epicyclo æqualis est contraposito, qui duabus rectis lineis cõtinetur, à cẽtro æquantis, & a centro mundi ad epicycli cẽtrum venientibus. Eidem verò angulo æqualis est coalternus ille quem linea veri motus epicycli, & linea medij motus continent: ipsi igitur duo anguli æquationis centri in epicyclo, & æquationis cẽtri in zodiaco, æquales inuicem sunt. Maxima porrò æquatio centri cõtingit: centro epicycli constituto in media longitudine deferentis, quæ per lineam determinatur, quæ à centro eccentrici deducitur in lineã augis perpendicularem, propterea quòd in eo lóco maximus æquationis angulus efficitur: quẽadmodũ statim ostendemus. Eccentrici enim a b f g, centrum esto punctum c, mundi centrũ sit d, æquantis verò h, linea augis sit b g in quá



quidem ad rectos angulos super centro eccentrici recta incidat linea a c f. Punctum igitur a, iuxta definitionem Purbachij mediæ longitudinis est. Esto itaque punctum quoduis præter a, in semicirculo b a g, quod sit e, & rectæ lineæ connectantur a d, a h, e d, & e h. Dico quod maior est angulus d h a angulo d e h. Circa triangulum enim d a h, circulus describatur; & quoniá recta linea a e, in ipso circulo rectam lineam d h, per æqualia secat, & ad rectos angulos: centrũ igitur ipsius circuli d h a, in eadem erit recta linea a c, per correlarium primæ propositionis tertij libri Euclidis: & quoniam punctum c, cẽtrum videlicet circuli a b f g, in ipsa eadem recta linea a c existit: circulus igitur d h a, circulum a b f g, tãgit in a. Non secat enim, quia per 10. propositionem tertij libri Euclidis & 20. primi, sequeretur impossibile, contra circuli definitionem.

Rectam itaque ducemus lineam à puncto h ad pũctum r, in quo recta linea d e circulum secat d h a: angulus igitur d r h angulo d a h, æqualis est, per 19. theorema 3. lib. Eucli. Atqui ipse angulus d r h angulo d e h maior est, per 16. propositionem 1. lib. Eucl. maior igitur erit angulus d a h angulo d e h. Et proinde æquationis angulus d a h maximus est eorum omnium, qui in reliquis punctis contingunt semicirculi b a g, ob concursum rectarum linearũm à punctis d & h venientium, quod demonstrandum erat. Hoc autem cum demonstrare conaretur

Erasmus Reinholdus, falsum quoddam theorema sumpsit. Ducta enim recta linea ab a in e, quoniam in duobus triangulis e d a & e h a, cõmunem basim habentibus a e, latus a d lateri a h æquum est: latus verò e d maius latere e h: minorem idcirco conclusit esse angulum e d a angulo e h a, ita inquiens: cum igitur duorum triã gulorum e d a & e h a, duo latera a d & a h, sint æqualia, duoq; inæqualia videlicet e d maius, & e h minus; sequitur angulum e d a, minorem esse angulo e h a. Idq; putat facile ostendi posse descripto circulo super a, tanquam centro, iuxta quantitatem a h. At quod illud nõ sequatur, facillima ostendemus demõstratione. In circulo enim cuius centrum o, duæ agãtur rectæ lineæ præter centrum inter se æquales a h, a d, & ex circumferẽtia d h a, vno semicirculo maiore recta linea d e circumferentiam auferat d h e, semicirculo non maiorem, rectæque connectantur e h & a e: in duobus igitur triã gulis e d a & e h a, duo latera a d & a h, sunt æqualia, duoq; inæqualia, videlicet e d maius, e h minus, p theorema 14. tertij lib. Euclidis: anguli tamen e d a, & e h a, æquales inuicem sunt, per 19. theorema ipsius tertij lib. i: in eodem enim segmento sunt e h d a. Præterea super a, tãquã centro interuallo verò a h (vt ipse iubet) circulus describatur h d p, & recta linea a e, vtrinq; producta circumferentiæ ipsi⁹ descripti circuli occurrat in pũctis l & q, in circumferentiaq; h l contingens punctum sumatur z, & rectæ lineæ connectantur a z & e z: à puncto autem t, in quo ipsa e z, circumferentiã secat e h, recta ducatur linea vsque ad a. In duobus itaq; triangulis e d a & e z a, duo latera a d & a z, sunt æqualia, duoq; inæqualia, videlicet e d maius, & e z, minus per 7. proposit. 3. lib. Euclidis: angulus tamen e d a, angulo e z a, maior est. Nam duo anguli e d a & e t a, æquales inuicem sunt, quia in eodem segmẽto existunt e t, d a, atqui ipse angulus e t a interiore, oppositoq; e z a, trianguli t a z, maior est. per 16. propositionem primi lib. Euclid. angulus igitur e d a angulo e z a, maior erit per com munem sententiã. In figura porrò superius descripta vbi duæ rectæ a h & e d, se intersecant. punctũ ponatur k: duoq; triangula intelligantur a d k & e k h, in quibus duo contrapositi anguli a k d & e k h, æquales inuicẽ sunt. Angulus autem d a k maior ostensus est, quàm k e h: angulus igitur k d a, angulo k h e minor relinquetur, per 32. propositionem 1. lib. Euclidis, & com munẽ



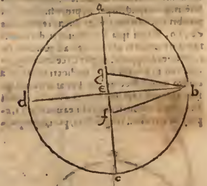
sententiam. Et quoniam duæ rectæ a d, & a h, æquales inuicem sunt, per 4. propositionem 1. lib. recta verò e d, maior est quã e h, per 7. ppositionẽ. 3. lib. bis sumptam: in duobus igitur triã gulis e d a & e h a, duo latera a d & a h, sunt æqualia, duoq; inæqualia videlicet e d maius, & e h minus angulus autem e d a, minor est angulo e h a. Quapropter si duorũ triãgulorũ cõmunẽ basim habẽtiũ duo latera sint æqualia, duoq; inæqualia, nõ magis sequitur, quod angul⁹ maiorib⁹ cõtẽt⁹ laterib⁹ sit minor, quã quod sit maior, quã qđ alter alteri sit æqualis. Similis lapsus

fuit

fuit antiqui expositoris, qui ex eisdem præmissis concludere cõtendit per 21. propositionem 1. lib. Eucli. angulum maioribus lateribus cõtẽtum minorẽ esse constat: tamẽ illud concludi non posse ex ipsa 21. propositione, quæ quidem ita habet: si à limitibus vnius lateris triãguli duæ rectæ lineæ introrsum constituantur ad vnum punctum conueniẽtes, eædem duobus reliquis trianguli lateribus minores erũt, maioremq; angulum continebunt. Et eodem etiam modo lapsus est alter Erasmus, deterius tamen. Nam non solum 21. proposit. 1. lib. Eucl. perperam accõmodauit, sed duas lineas e h & a h (vt in priori schemate præsentis annotationis) idcirco putauit minores esse duabus e d & a d, per 7. propositionem 3. lib. Eucli. quia remotiores sunt à cẽtro d, super quo describitur circulus zodiacum repræsentans ipsis lineis e d & a d, quæ ex eodem centro zodiaci ductæ sunt. At non ob eam causam ipsæ duæ lineæ e h & a h, duabus e d & a d minores sunt: sed propterea quod e h remotior est à centro c, eccentrici circuli ipsa a h: minor igitur est ipsa e h, quàm a h per 7. tertij. Aequales autem sunt a h & a d, per 4. primi duobus conceptis triangulis rectangulis a h c & a d c: igitur per communem sententiam minor erit e h, quàm a d. Similiter demonstrabitur minorem esse a h quam e d. Nã e d vicinior est eidem centro c, quàm a d: minor igitur est a d, quam e d. Igitur & a h, æqualis existens ipsi a d, minor erit quàm e d, per communem sententiam. Sic igitur duæ rectæ lineæ e h & a h, minores erunt duabus a d & e d: quod quidem demonstrandum erat.

Annotatio quinta.

PTolemæus mediocres centri epicycli à terra remotiones medias deferentis longitudines appellat: huiusmodi enim distãtiæ tãtum superant breuissimas, quæ sunt oppositi augis, quantum à longissimis superantur, quæ augis eccentrici sunt. Id autem accidit, cum centrũ epicycli à centro mũdi distat interuallo æquali semidiametro deferentis, & ad eum situm tabulæ æquationum argumentorum constructæ sunt, atque inde minuta proportionalia excogitantur; vt pro proportione ipsorum minutorum ad 60. habeatur ad alios situs crementi atque decrementi ratio. Cæterùm Georgius Purbachius quamuis medias longitudines aliter definierit, ea videlicet esse puncta, in quibus maximæ fiunt æquationes centri, quæ quidem pũcta per lineam quandam rectam determinantur, quæ cum augis linea rectos efficit angulos: nihilominus affirmat ipsas æquationes argumentorum ad situm mediæ longitudinis supputatas esse. Quod inferius cum de Mercurio loqueretur aperte confirmans: æquationes (inquit) argumentorum Mercurij, quæ in tabulis scribuntur, sunt quæ contingunt, dum centrum epicycli fuerit in mediocri a terra remotione, sed in alijs planetis centro epicycli in longitudine media deferentis existente fiebat. At quod in ipsis tribus planetis superioribus æquationes argumentorum ad situm mediocris distantiæ supputatæ sint, idest, ad eum in quo centrum epicycli à centro mũdi distat interuallo æquali semidiametro deferẽtis, non ad medias longitudines à Purbachio definitas, manifesta ratione ostendemus. Esto enim in

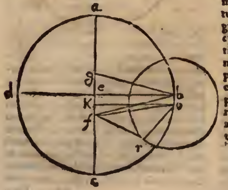


Marte eccentricus deferens a b c d, cuius centrum e, centrum mundi f, æquantis verò g. Diameter a c, sit augis linea, quam ad rectos angulos secet b d super ipso e, deferentis centro. Dicentur igitur duo puncta b & d, mediæ longitudines iuxta Purb. definitionem. Cõnectãtur autem rectæ lineæ b f & b g, & ponatur centrũ epicycli in b, angulus igitur f b g, maximæ æquationis centri erit quæ quidem in ipsa tabula, æquationũ Martis Gr. 11. m̃. 24. inuenitur.

 Qua-

Quapropter si à gradibus 180. duorum rectorũ angulorum, quibus tres anguli trianguli b g f, æquales sunt, ipsos Gr. 11. min. 24. auferemus: gradus igitur relinquentur. 168. minu. 36. pro duobus angulis b f g & f g b. Et quoniam hi inter se æquales sunt propter æqualitatem rectarum linearum f b & g b, angulus igitur b f g, cẽtri veri dimidium horum graduum atque minutorum comprehendet, idest gradus 84. mi. 18. quibus in tabula æquationum Martis quatuor respondent min. proportionalia: non sunt igitur ipsa puncta b & d. ea loca, ad quæ tabula æquationum argumentorum Martis composita est.

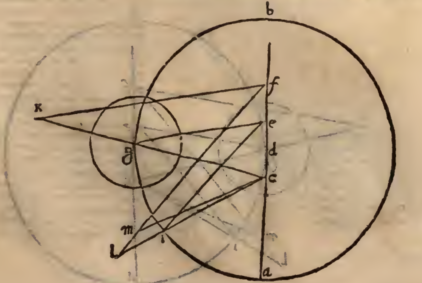
Idem experieris in Ioue & Saturno: & proinde ipsæ æquationes supputatæ non sunt ad longitudines medias deferentis à Purbachio definitas, quod demonstrandum suscepimus. Quòd si situm epicycli cognoscere velis, ad quem prædictæ æquationum tabulæ exaratæ sunt, à puncto medio rectæ e f, quod sit K, super ipsam augis lineam ad rectos angulos excites rectam lineam K o, ad circumferentiam deferentis extensam: distabit igitur ipsum punctum o à centro mundi interuallo æquali semidiametro deferẽtis, quod quidem per 4. propositionem primi libri Euclidis concludes, ductis rectis lineis e o, f o. Atqui ipsa semidiameter deferentis tantum exceditur à linea augis a f, quantum excedit lineam oppositi augis f c: centrum igitur epicycli in puncto o, in mediocri distantia à centro mundi dicetur esse. Ponatur itaque ipsum epicycli centrum in o, & à centro mundi f, in plano eccentrici recta linea ducatur f r, epicycli circulum tangens in r, per 17. propositionem 3. libri Euclidis, & connectatur o r: rectus igitur erit angulus o r f, per 18. angulus autem o f r, maximam subtendit æquationem argumenti in eo situ. Et quoniam qualium partium semidiameter deferentis est 60. talium ostensa est à Ptolemæo semidiameter epicycli 39. cum semisse: qualium igitur partium est f o, 60000. talium erit o r, 39500. & idcirco si super centro f, ad mensuram f o, circulus descriptus intelligatur, fiet recta linea o r, sinus rectus arcus anguli o f r. Atqui ipsis partibus 39500. in tabula sinuum rectorum sinum totum subijciente partium æqualium 60000. partes circumferentiæ respondent 41. cum primis minu. 10. habet igitur maxima æquatio argumenti Martis ipsos gradus 41. minu. 10. in eo situ, in quo centrum epicycli à centro mundi distat interuallo æquali semidiametro deferentis, in o videlicet. Et quia totidẽ graduum, atq; minutorum ea reperitur, quæ posita est in tabulis Alphon. & Ptolem. constat igitur non ad alium situm quam ad o, ipsam tabulam æquationis argumẽtorum Martis compositam esse. Idem similiter inuenies in Ioue, & Saturno, si prædicta arte hoc experiri libuerit. Quot autem gradus centrum verum in eodem situ o cõprehendat, facile erit inuenire. Ratio enim semidiametri deferentis ad eccentricitatem e f, inuenta est à Ptolemæo sicut 60. ad 6. Quapropter f o ad f K, rationem habebit sicut 60. ad 3. vel sicut 60000, ad 3000. Circulum itaq; descriptum intelligemus super o, tanquam centro ad mensuram f o: & erit idcirco f K, sinus rectus anguli f o K, cui quidem in tabula sinuũ rectorum semidiametrum supponente partiũ æqualium 60000. arcus respondet duorum gr. minu. 52. eisq; detractis à gradibus 90. relinquetur angulus K f o, rectanguli trianguli f K o, graduum 87. minu. 8. Et propterea centro epicycli existente in o, centrum verum Gra. continet 87. minu. 8. quibus in tabula æquationum Martis nihil respondet minutorum proportionalium, propterea quod ad ipsum situm o composita est. Non sunt autem minuta hæc proportionalia sexagesimæ excessus distantiarum in tribus sitibus epicycli, sed maximarum æquationum, iuxta ea quæ de minutis proportionalibus Lunæ diximus.



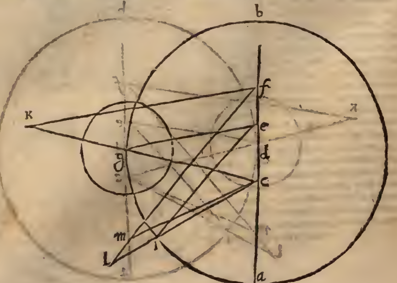
De

Annotatio prima.

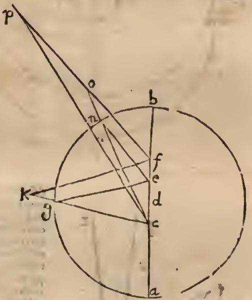
QVantus est medius motus Solis, tantus est semper medius motus Veneris: & quoniam aux eccentrici Solis in eodem loco zodiaci est secundum longitudinem in quo aux eccentrici Veneris: quantum igitur fuerit Solis argumētum, tantum erit centrum medium Veneris, & quia in tabulis Alphonsi & Ptol. tanta reperitur æquatio centri, quanta est æquatio argumenti: supponitur igitur in ipsis tabulis centrum epicycli Veneris & Solem in eodem loco zodiaci secundum lōgitudinem semper esse. Nam quoniam tantus est medius motus Solis, quantus medius motus epicycli Veneris: additis igitur aut detractis paribus æquationibus argumenti, atque centri, verus motus epicycli, & verus motus Solis æquales relinquētur: & propterea centrum solaris corporis & centrum epicycli Veneris in eodem zodiaci loco secundum longitudinem semper erunt. Cæterùm quia tanta ostensa est à Ptole. libro 10. distantia centri mūdi à centro æquantis Veneris respectu sui deferentis, quantam reperetat Solis eccentricitatem, nempe partes 2. minu. 30. earum partium quarum in semidiametris deferētium sunt 60. necesse est igitur, vt inter situm augis & oppositi augis semel tantum centrum epicycli Veneris atque sol in eodem loco zodiaci verè sint secundum longitudinem: quando videlicet distantia centri epicycli à centro æquantis æqualis fuerit semidiametro deferentis. Quod quidē vt facilius ostendamus, eccentricum Veneris vnà cum eccentrico Solis in superficie eclipticæ ponemus. Esto igitur eccentricus Veneris circulus a b g, linea augis a b, in qua centrū mūdi c: eccētrici autem d, æquantis verò e. & quoniam sicut c e, ad semidiametrum deferentis epicyclum, sic se habet Solis eccentricitas ad semidiametrum sui deferentis: igitur permutatim sicut recta c e, ad Solis eccentricitatem, sic semidiameter a d, ad semidiametrum orbis deferentis Solem: minor est autem semidiameter a d, semidiametro orbis deferentis Solem: minor est igitur recta c e, Solis eccentricitate. Ponamus itaque centrum eccentrici Solis in f, & sit centrum epicycli Veneris in g, in quo loco à centro æquantis distet interuallo æquali semidiametro deferentis epicyclum, rectæq; lineæ connectantur e g & c g, & à centro eccen-



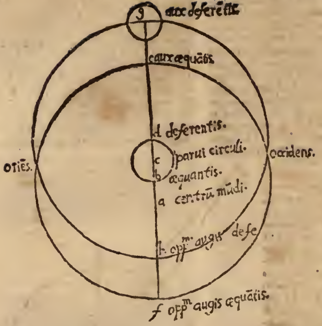
trici Solis f recta ducatur linea f K, quæ per cetrum Solis veniat, & producatur e g in rectū, quæ cum f K concurret: concurrere enim necesse est. Nam quoniam superficiem eccentrici Veneris in plano eclipticæ posuimus: vna igitur atque eadem recta linea à centro mundi ducta medij motus Solis erit, vnà & epicycli veneris: & idcirco ipsæ rectæ lineæ e g & f K, eidem lineæ medij motus parallelæ erūt, per definitionem lineæ medij motus: quapropter ipsæ eædem rectæ lineæ e g & f k: parallelæ erūt per 30. propositionem primi libri Euclidis: & propterea duo anguli c e g & c f K, exterior atque interior, quos cum eisdem e g & f K, recta linea efficit c f, æquales inuicem erunt per 29. propositionem primi libri Euclidis. Atqui duo interiores anguli c e g & g c e, trianguli c g e, duobus rectis sunt minores, per 17. propositionem primi libri Euclidis: duo igitur anguli g c f & c f K, duobus rectis minores erunt, per cōmunem sententiam: & propterea ipsæ rectæ lineæ c g & f k, ad partes g & K concurrent: cōcurrant itaque in k. Et quoniam e g & f K, parallelæ ostensæ sunt: æquiāgula igitur sunt duo triangula c g e & c f k: & propterea sicut c e ad e g, sic se habere necesse est c f ad f K, per 4. propositionem 6. libri Euclidis. Et quoniam c e, distantia est cētri mundi à centro æquantis, recta verò e g, æqualis posita est semidiametro deferentis epicyclum: at c f eccentricitas est orbis deferentis Solem. Ostēsum præterea est, circuli æquantis eccentricitatem eam habere rationem ad semidiametrum deferentis epicyclum Veneris, quam eccentricitas orbis deferentis Solem ad ipsius semidiametrum: recta igitur linea f K, semidiametro orbis deferentis Solem æqualis est, atqui eadem f K, per centrū Solaris corporis transit: punctum igitur K, centrum Solis existit. Et propterea quando epicycli Veneris centrum à centro æquantis distat interuallo æquali semidiametro sui deferentis, in vna atq; eadem recta linea à centro mundi veniente, centrum epicycli, & centrum Solis existunt, quod quidem demonstrandum suscepimus. Tunc autem centrum epicycli à centro æquantis distabit interuallo æquali semidiametro deferentis; quando in termino illius lineæ fuerit, quæ à puncto medio inter centrum eccentrici & æquantis ad rectos angulos ducitur super augis lineam, quod quidem per 4. propositionem primi Euclidis, statim concludes: in eoque situ angulus c g e, æquationis centri æqualis est angulo c K f, æquationis argumenti Solis. At quod in nullo alio situ inter b & a, recta linea ducta à cētro mundi ad epicycli cētrum, in rectumque extensa, per centrum Solis



venire posſit: non erit difficile demonſtrare. Nam ſi hoc posſibile eſt: eſto igitur centro epicycli exiſtente in puncto i, inter g & a, rectaq; linea c i, à centro mundi ducta ad i, in rectum extenſa occurrat centro Solis in l, & connectantur rectæ lineæ e i & f l, quas parallelas eſſe ſimili arte oſtendes, qua vſi fuimus ad oſtendendũ f k, & e g parallelas eſſe: & idcirco æquiangula ſunt duo triangula c e i & c f l, per 29. propoſitionem, & 32. primi libri Euclidis, lateraq; habent proportionalia per 4. ſexti, videlicet ſicut c e ad c f, ſic e i ad f l. At in duobus ſimiliter triangulis æquiangulis e g c & c f K, ſicut c e ad c f, ſic e g ad f K: igitur ſicut e i ad f l, ſic e g ad f K, per 11. propoſitionem 5. libri Euclidis. Atqui maior eſt e i quàm e g per 7. propoſitionem 3. libri Euclidis: maior igitur erit f l, quàm f K, per 14. propoſitionem 5. libri, quod eſt impoſsibile, contra circuli definitionem; nam f, centrũ eſt orbis Solem deferentis. Et propterea epicyclo exiſtente in i, recta linea c i, à centro mundi veniẽs per centrum Solis minimè tranſit, quod erat demonſtrãdum. Ex quo apparet minorem eſſe æquationẽ centri epicyclo in i conſtituto, æquatione argumenti Solis. Ducatur enim à puncto f, recta linea f l, per centrum Solis, quæ cum recta c i, concurrat in puncto l: conſtat igitur ex eis quæ demonſtrauimus duas rectas lineas f l & e i, parallelas eſſe, ipſasque f l & c i concurrere. Et quoniam oſtenſum eſt maiorem eſſe f l quàm f K, ipſamq; f k ſemidiametrum eſſe orbis deferentis Solem: eſto igitur centrum ſolaris corporis punctum m, & connectatur c m. In triangulo itaque c m l, interior angulus c l m, exteriore c m f minor erit, per 16. ꝓpoſitionẽ primi lib. eidẽ verò c l m, æqualis eſt angulus c i e, per 29. propoſitionẽ ipſius primi libri: minor igitur erit ipſe c i e, quàm c m f. Atqui angulus æquationis centri coalternus eſt eidem c i e; æquationis verò argumenti Solis coalternus angulo c m f; minor igitur eſt æquatio centri æquatione argumenti: differentia porrò eſt angulus l c m, qui inſenſibilis quantitatis in tabulis reputatur. Et eadem prorſus arte demonſtrabis quòd epicyclo conſtituto inter b & g, maior ſit æquatio centri, æquatione argumenti Solis. Ponatur enim epicyclus in n, & connectantur e n & c n, rectaq; ducatur f p, per centrum Solis, quæ cum c n, concurrat in o. Igitur ſicut e g ad f k, ſic e n ad f o: maior eſt autem e g quàm e n: igitur maior erit f K quàm f o. Et quoniam f K, ſemidiameter eſt orbis deferentis Solem: centrum igitur Solis ſupra punctum o exiſtit. Sit itaque in p, & connectatur c p: angulus igitur

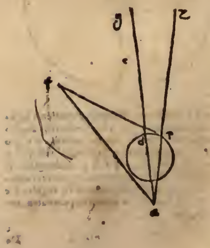


e p f, coalternus eſt angulo æquationis argumenti: angulus verò c n e, coalternus angulo æquationis centri: maior eſt autem c n e ipſo e p f, quia angulus c o f, qui æqualis eſt ipſi c n e, maior eſt quàm e p f: & proinde maior eſt æquatio centri æquatione argumenti: differentia verò tanta eſt, quantus eſt angulus o c p: quæ quidem in tabulis ob paruitatem negligitur.



Annot. prima.

Qualium partium est d g eccentrici semidiameter 60. taliū reperta est à Ptolemaeo unaquaeque earum linearum d c, c b, a b, trium partium, & quando centrum deferentis est in d, parui circuli auge, centrum epicycli est in g, deferentis auge, in eodemque zodiaci loco, in quo e, aux aequantis. Atque haec est maxima distantia centri epicycli à cētro mūdi, partium nempe 69. Sed in quouis alio situ minus distabit à cētro mundi: quod quidem in eccentrice ita demonstrare poteris. Veniat centrum deferentis ad punctum r, semicirculi Occidentalis: epicycli verò centrum, quoniam in diuersa mouetur, veniat ad t, & connectantur rectae lineae a r, r t, & a t. Duo igitur latera a r, & r t, trianguli a t r simul quo latere a t maiora sunt, per 20. propositionem primi libri Euclidis: aequales sunt autem d g & r t, quia aequalium circulorum semidiametri sunt, & a d maior est quàm a r, per 8. propositionem tertij libri: maior igitur est a g, ipsis duobus lateribus t r & r a, & idcirco multo maior est ipsa a g quàm a t. Et proinde cum epicycli centrum fuerit in g, distantissimus erit à mundi centro. Quòd autem necesse sit quandocunque centrum epicycli in auge deferentis fuerit: etiam esse in auge aequātis, ex motuum similitudine concluditur. Nam si fieri potest, vt cētrum epicycli sit in auge deferentis, quando non est in auge aequantis: esto igitur in z, & cōnectatur recta linea a z: in qua



qua

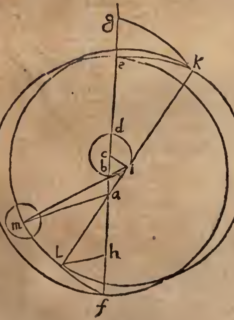
quidem necesse est cētrum deferentis esse: esto igitur deferentis centrum in puncto r, parui cir culi in ipsius enim parui circuli circumferentia versatur: centrum igitur epicycli & deferentis centrum ad eandem partem mota sunt con tra hypothesim. Ea enim est motuum similitudo, vt quantum centrum deferētis mouetur ab auge parui circuli ad Occidentem, super cētro parui circuli, tantum ab auge æquantis centrū epicycli recedat ad Orientem, super ipso centro æquantis: & idcirco fieri non potest, vt cētrum epicycli in auge deferentis existat, quin in auge æquantis etiam sit. Et quoniam deferētis cētrum in eadem recta linea augis eccentrici est: in auge igitur erit parui circuli, quemadmodum apparet in prima hac figura.

Recedat autem centrum deferentis ab auge parui circuli Occidentem versus: cū igitur spatium pertransierit d i, 4. signorum, idest Grad. 120. in linea erit a i, ipsum circulum contingente: & idcirco cum ipsum centrum deferentis fuerit i, quam maximè ad Occidentem distabit ab auge parui circuli. Nā quoniam d i, Gra. continet 120. circumferentia igitur b i, sextā partem circuli comprehēdet, Gr. videlicet 60. & idcirco recta b i, semidiametro circuli æqualis erit, per corr. 15. propositionis 4. lib. Euclidis: & propterea si super b, circulus descriptus fuerit ad mensuram b a aut b c, per punctum i transibit: & idcirco angulus a i c, rectus ostendetur per 31. propositionem 3. libri: quare recta linea a i, circulum paruum tanget in ipso i. per corre. propositionis 16. Translato itaq; cētro orbis deferentis epicyclum ad i, aux quæ erat in g, translata erit in K, & oppositum augis quod erat in h, translatum erit in l. Super ipso igitur puncto i, interuallo i k, aut i l, circulus describatur, cui recta b i, in rectum extensa occurrat in m: circulus igitur delator epicycli positionem habebit K l m, & epicycli centrum erit in m: velut in secunda figura apparet. Triangulum enim æquilaterum b c i, æquiangulum est. Angulus igitur c b i, æqualis erit ei, qui in centro parui circuli, graduū nempe 60. & propterea exterior angulus d b m, graduum erit 120.

in circuli centro: propter motuum igitur similitudinem centrum epicycli erit in m: tantum enim moueri oportet centrum epicycli super b, ab auge deferentis descendens, quantum cētrum deferentis super c. Non erit igitur in l, opposito augis deferentis, terminoue lineæ par uum circulum contingentis.

Quoniam verò a c & c i, per 20. propositionem primi libri maiora sunt quàm a i: maior est igitur recta a d quàm a i, totaq; a g, maior erit quam a K: & propterea reliqua a h, minor erit reliqua a l. Idem similiter ostēdes in omni alio situ deferentis. At eadem a l minor erit quàm a m, per 7. propositionem 3. libri: nam punctum a, præter centrum i, est in diametro K l. Recta a g, partes habet 69. igitur a h, partes habebit 51. & quoniam quadratum ex a c, est 36. quadratum verò ex c i, est 9. quadratum igitur ex a i, erit 27. quare recta a K, partes habet 60. p̄ ℞. 27. recta igitur a l, 60. minus. ℞. 27. recta verò a m, quæ breuissima distantia est centri epicycli à centro mundi, Ioannis de Monteregio calculo partium 55. mi. 33. reperta est: at ipso centro epicycli in linea cōtingēte existēte, eius distātiā à cē

X tro

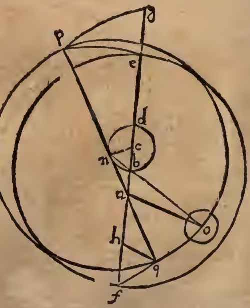


tro mundi inuenit partium 56. mi. 22. ferè ttūc autem centrum eccentrici erit inter b & i. Sed oppositum augis deferentis inter lineam cōtingentem & oppositum a gis æquantis, nēpe inter l & f. Soluat itaq; deferentis centrum, & circumferentiam percurrens i b ad b, æquantis centrum perueniat: vnus igitur atq; idē circulus qui delator est epicyclo pro æquante etiam erit in eo situs & idcirco augis punctum idem erit quod e, spatio decurso k e: punctum verò l, oppositi augis in eodem tempore redibit ad f, oppositi augis æquātis, spatio decurso l f: simul autem epicycli centrum erit in f. Nam quoniā duo anguli b e i & f b m, æquales inuicē sunt, & motus centri deferentis motui centri epicycli similis proportionalisúe est, atque vnà moueri incipiunt: in eodem igitur tempore angulos absoluent b e i & f b m. Quando itaque i, simul fuerit cum b, epicycli cētrum simul erit cū f, opposito augis æquantis.

Inde verò eadem lege similiq; figura motus cētrum deferentis ibit ad n, punctum contactus orientale: simul autem aux deferentis ab Occidentem in Orientem spatium percurret e p, & oppositum augis spatium f q: centrum igitur epicycli perueniet ad o, terminum lineæ à puncto n, venientis per centrum æquantis. In quo loco tantum distabit à centro mundi, quantum antea distabat cum erat in m, quod quidem per 4. propositionē primi libri Euclidis statim cōcludere poteris, propter æqualitatem angulorum qui ad b, & datorum laterū b m & b o, quæ relinquuntur detractis æqualibus rectis lineis b i & b n, ex semidiametris deferentis. Hinc deniq; punctum n, quod cētrum factum est deferentis, redit ad d, altissimum punctum vnde moueri inceperat, eodemq; tempore aux deferētis peruenit ad g, è quo discesserat, spatio confecto p g: simul autem oppositum augis appellit ad h: in vna enim recta linea ipsis centris æquantis & deferentis existentibus, in eadem auges & oppositum augis consistere necesse est. Centrum porrò epicycli similiter redibit ad g, vnde in initio motus soluerat: quod in figura hac tertia ex motuum similitudine & æqualitate angulorum n, c d & d b o, quēadmodum in secunda concludes.

Quòd centrum epicycli in punctis m & o, minus distet à centro mundi, quàm cum est in f, opposito augis æquantis, demonstrauit Ioannes de Monteregio 9. libro Epito. propositio. 21. hoc modo. Angulus enim a b o, tertiam partem continet duorum rectorum: duo igitur reliqui anguli triāguli b a o, duas tertias continent duorum rectorum per 32. propositionem primi libri Euclidis: atqui maior est angulus b a o angulo a o b, per 18. ipsius primi libri: est enim b o, partium 57. a b verò earundem partium 3. angulus igitur b a o, plusquàm tertiam partem duorum rectorum comprehendit: & idcirco idem angulus b a o, ipso angulo a b o maior erit: & propterea latus b o latere a o, maius erit per 19. ipsius primi libri Euclidis. Aequales sunt autem b o & a f, quod quidem per communem sententiam concludes, duabus lineis æqualibus b a & b n, detractis ex semidiametris b f & n o: maior igitur erit a f ipsa a o, quod erat demonstrādū.

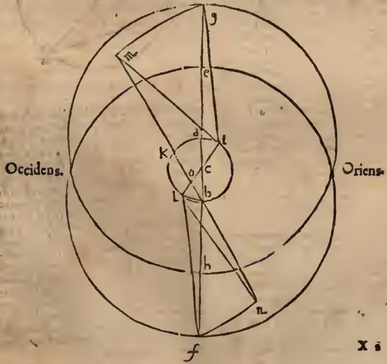
Sed



Sed non satis est hoc, vt cõcludant theoricarũ expositores cẽtrum epicycli in m aut o, quàm breuissimè distare a centro mundi. Demonstratur idẽ autor in disputationibus aduersus Cremonensem, quòd quamuis centrum epicycli æquali motu feratur super centro æquantis, non quoduis aliud punctum deferentis æquali motu super eodem centro moueri possit.

Annotatio secunda.

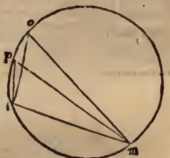
Quoniam semel tãtum in anno centrum deferentis est idem cum centro æquantis: aliàs autem semper deferentis centrũ à centro mundi distantius est, quàm centrum æquantis: rectè igitur Purbachius infert, velocius moueri centrum epicycli Mercurij circa augem æquantis, (videlicet super centro deferentis) tardius autem circa oppositum augis. In semi-circulo enim Occidentali parui circuli sumatur arcus d i, quadrante minor, & diametro agatur i l: rectilineo verò angulo d c i, æqualis ponatur d b h ad b, æquantis centrum, & super i, centro interuallo æquali semidiametro deferentis circulus describatur, cui recta b k in rectum continuumq; producta occurrat in m. Item super l, centro interuallo æquali semidiametro deferentis circulus descriptus intelligatur, cui recta b m, in alteram partem extensa occurrat in n: rectæque lineæ connectantur i g, i m, l n, & l f. Igitur cum centrum deferentis à puncto d discedens, spatium confecerit d i, centrum epicycli propter motuũ similitudinem erit in m, spatio decurso g m, oualis figuræ, cui quidem in centro eccẽtrici deferẽtis epicycli angulus subtẽditur g i m. Similiter cũ centrũ deferẽtis a cẽtro æquãtis discesserit, ad punctumq; l peruenerit, centrum epicycli propter motuum similitudinem erit in n, spatio cõfecto f n, oualis figuræ, cui in centro deferentis angulus subtenditur f l n. In quanto autem tempore centrũ epic. ab auge g,



discedens spatium percurrit g m, in tanto disce dens ab opposito augis f. percurrit f n: propterea quòd duo anguli contrapositi g b m & f b n in centro æquantis æquales inuicem sunt. Cæterùm angulum g i m, ostendemus angulo f l n, maiorem esse: & idcirco celerius ferri centrum epicycli super centro deferẽtis circa augem æquantis, quam circa oppositum augis. In duobus enim triangulis i m o & l n o duo latera i m & l n, deferẽtis semidiametri æqualia inuicem sunt: & duo anguli i o m & l o n, eisdem lateribus oppositi æquales: latus verò i o, angulum respiciens o m i latere l o, angulum o n l, respiciente maius est, & angulus ipse o n l acutus est: quia minor est per 16. primi acuto angulo K b l, in maiori segmento existente. Minor igitur erit idem angulus o n l, angulo o m i: & idcirco maior relinquetur angulus n l o angulo m i o, per 32. propositionem primi libri Euclidis, & communem sententiam. Atqui in duobus alijs triã gulis c g i & c f l: quoniam duo anguli contra positi qui ad c, æquales sunt, & duo latera c i, c g, duobus lateribus c l, c f, alterum alteri æqualia: reliqui idcirco anguli sub quibus æqualia latera subtenduntur, alter alteri æquales erunt, per 4. propositionem ipsius primi libri: angulus igitur g i c angulo f l c æqualis erit. Ab angulo itaque g i c, angulum auferemus m i o, & angulus relinquetur g i m: ab angulo verò f l c, angulũ auferemus n l o, qui maior ostensus fuit angulo m i o, & angulus qui relinquitur f l n minor idcirco erit ipso g i m, per communem sententiam. Et quoniam idem ostendi potest, & eadem arte, centro deferentis veniente ad quemlibet situm inter d & i: celerius igitur fertur centrum epicycli super centro deferentis circa augem æquantis, quàm circa oppositum augis, quod demonstrandum erat.

Lemma.

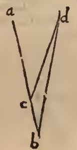
QVod autem sumpsimus in duobus triangulis i m o & l n o, quoniam duo latera i m, & l n æqualia sunt, & duo anguli i o m, & l o n, ipsis lateribus æqualibus oppositi æquales: latus verò i o, angulum respiciens o m i latere l o angulum o n l, respiciente maius est, & angulus ipse o n l est acutus: minorẽ idcirco esse eũdem angulum o n l, ipso angulo o m i, hoc modo demonstrabimus. Circa triangulum enim i m o, circulus describatur m i o, & super recta i m, quæ rectæ l n, æqualis est, triangulum describatur p i m, triangulo l n o, æquilaterum per 22. propositionem primi libri Euclidis. quod eidem erit æquiangulum per 8. propositionem ipsius primi libri. Sitque angulus p m i æqualis angulo o n l, & angulus p i m, æqualis n l o: & reliquus igitur m p i, æqualis reliquo l o n: & proinde æqualis angulo i o m, per communem sententiam. Necesse est autem ipsum angulum m p i, in descripti circuli segmento m o i consistere, in quo angulus i o m: quoniam si vel prætergrederetur, vel non attingeret ipsius circuli circumferẽtiam: per propositionem igitur 16. ipsius primi libri, & 27. tertij, duos angulos m p i & l o n, inæquales esse



concluderetur, quod est absurdum, ducta videlicet recta linea à puncto i, ad illud punctum in quo recta m p, circuli circumferẽtiam attingit. Consistit itaque ipse angulus m p i, in segmento m o i. & quoniam angulus p m i acutus est: æqualis enim ostensus fuit angulo o n l: in segmẽto igitur existit semicirculo maiori, per cõuersionem 31. propositionis 3. libri: & idcirco segmentum i p, qui relinquitur ex circulo minus erit semicirculo. At æqualis est recta i p rectæ l o, & eadem l o, minor est quàm recta i o: igitur minor erit recta i p, quàm i o: & propterea punctum p, extra circumferentiam i o, minime existit, sed inter ipsa puncta i & o, ne accidat impossibile contra 27. tertij ex Campano: & idcirco angulus i m p, angulo o m i minor erit, pars videlicet illius. At verò angulus o n l, eidem angulo i m p æqualis est: minor est igitur angulus o n l angulo o m i, quod in demonstratione erat assumptum.

Annotatio tertia.

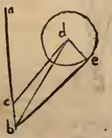
Æquationes argumentorũ, quæ in tabulis scribuntur, non solum trium superiorũ planetarum atq; Veneris, sed etiam Mercurij, sunt quæ contingunt, dum centrum epicycli à centro mũdi distat interuallo æquali semidiametro deferentis. Sed discrimen in eo est, quòd in illis interuallum illud media est longitudo, mediocrisúe remotio inter situm distantissimum & vicinissimum centri epicycli à centro mundi. Tantum enim longissima longitudo à centro mundi quæ augis eccentrici est, longitudinem superat semidiametri deferentis, quantum eadem semidiameter breuissimam longitudinẽ centri epicycli quæ oppositi augis est, excedit: sed aliter euenit in Mercurio. Nam dum centrum epicycli est in auge deferentis, quàm longissimè distat à centro mundi, partibus nempe 69. tunc autem opp. augis quàm breuissimè distabit ab eodem mundi centro, partibus videlicet 51. inter has verò distantias mediocris est semidiameter deferentis. At quamuis contingat centrum epicycli in auge deferentis esse, & in alio deinde quodam situ, cuius distantia à centro mũdi æqualis est semidiametro deferentis: nunquam tamen centrum ipsum epicycli à cẽtro mundi distabit interuallo æquali breuissimæ illius distantiæ oppositi augis deferẽtis, sed maiori. In omni enim habitudine positioneúe deferentis, vicinissimum eius punctum oppositum augis est, quod quidem per 7. propositionem 3. libri Euclidis concluditur: at distãtiam oppositi augis deferentis, dum centrum epicycli est in auge, breuissimam esse omnium aliarum distantiarum oppositi augis in omni alia positione deferentis, ostensum fuit in prima annotatione, per 20. propositionem primi: & idcirco maiori semper interuallo à centro mundi distabit centrum epicycli, quàm sit breuissima illa distantia oppositi augis: & propterea dum centrum epicycli à centro mundi destiterit interuallo æquali semidiametro deferentis, non dicetur illa distantia mediocris remotio centri epicycli à centro mundi, nisi valdè impropriè loquaris, vt Purbachius in præsenti. Ioannes de Monteregio ad finẽ 11. libri Epito. eisdem præceptoris verbis vsus est. Quo in loco scribit. In eo situ ad quem æquationes argumẽtorum Mercurij supputatæ sunt, centrum epicycli distare ab auge æquantis Gr. ferè 60. Sed menda est librarij. Nam medio cursu distat ab auge æquantis Gr. 67. min. 8. ferè: verò autem Gr. 64. min. 30. Mediocris remotio centri epicycli à cẽtro mundi partium est 62. cum min. circiter 16. media nempe inter 69. & 55. cũ mi. 33. ferè: sed ad eum situm æquationes argumẽtorum in tabulis scriptæ non sunt: sed ad eum in quo partibus distat 60. id est, interuallo æquali semidiametro deferentis. Esto enim in linea augis æquantis a b, centrum mundi b: æquantis verò c, centrum epicycli Mercurij proponatur in d, in quo loco distet ab auge æquãtis Gr. 67. minu. ferè 8. æquatio igitur centri elicietur ex tabula Gr. 2. cum min. 38. quibus detractis ab ipso cẽtro medio, grad⁹ relinquẽtur 64. minu. 30. centri veri. His autem in tabula nihil minutorũ proportionaliũ respondet: tabula igitur æquationum argumẽtorum ad punctum d, deferentis constructa est: & propterea verè Purbach. scripsit, centrum epicycli distare ab auge æquãtis duobus signis Gr. 4. minu. 30. in ipso quidẽ loco ad quem tabula æquationum supputata est. Distantiam porrò centri epicycli à centro mundi in eodem situ parem esse semidiametro deferentis ita inuenies. Quoniam enim angulus a c d, centri medij graduum est 67. minu. 8. circumferentiæ æquantis: sinus igitur rectus arcus ipsius partes habebit 55284. qualiũ sunt in semidiametro circuli 60000, angulus verò b d c, æquationis centri duorum graduum est, cum minu. 38. sinus igitur rectus partium erit 2756. & quoniam in triangulo b c d, sicut sinus rect⁹ interioris anguli d c b, exterioris ue a c d, ad sinum rectum anguli b d c: sic latus b d ad latus b c. Ratio igitur b d ad b c, ea est, quam habet numerus 55284. ad 2756. quorum quidem numerorum ratio est sicut 20. ferè ad vnum. siue 60. ad 3. At ostensum à Ptolemæo semidiametrum deferẽtis eam habere rationem ad distantiam centri mundi à centro æquãtis, quàm 20. ferè ad vnũ siue 60. ad 3. æqualis igitur est



recta

recta b d, semidiametro deferentis in eo situ, ad quem supputata est tabula æquationis argumẽtorum Mercurij.

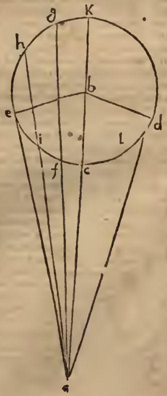
Idem etiam ostẽdes alio modo. Distet enim centrum epicycli d a centro mundi b interuallo b d, cum est in eo situ, ad quem scriptæ sunt in tabula æquationes argumentorum, & ab ipso puncto b, recta ducatur linea b e, epicyclũ tangens in e, rectaq; connectatur d e. Angulus igitur b e d, rectus erit: & idcirco angulus d b e, maximam æquationem argumenti subtẽdet in eo situ. Hæc autem in tabula inuenitur Gra. 22. minu. 2. ferè, tantusq; erit in circuli centro ipse angulus d b e, cuius sinus rectus partiũ erit 22500. In circulo itaq; descripto super centro b, ad mẽsuram rectæ b d, quam partium subijcimus 60000. recta d e, epicycli



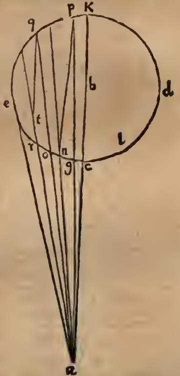
semidiameter sinus videlicet rectus anguli d b e, earundem partium erit 22500. & proinde ratio b d ad d e, est sicut 60. ad 22. cum semisse. Et quoniam eandem rationem habere semidiametrum deferentis ad semidiametrum epicycli à Ptolemæo ostensum est: recta igitur b d æqualis est semidiametro deferentis: & idcirco dubium non est æquationes argumẽtorũ Mercurij quæ in tabula scriptæ sunt, ad eum situm supputatas esse, in quo centrum epicycli à centro mundi distat interuallo æquali semidiametro deferentis, quemadmodum in tribus planetis superioribus, & Venere.

¶ *De passionibus planetarum Annot. 1. De directione, statione, atq; regressione quinq; Planetarum.*

Centrum mundi sit a: cẽtrum vero epicycli b: ab ipso igitur pũcto a, rectæ lineæ incidant in circulum reuolutionis Planetæ in epicyclo, videlicet a c, per cẽtrum transiens vsq; ad k. & a d, atque a e ipsum epicyclum tangentes in punctis d & e, sitq; e punctum contactus Orientalis, d verò contactus Occidentalis, k aux vera epicycli, c, oppo. augis. Ostendit Ptolemæus libro 12. ex Apolonio Pergæo. quòd si recta b e, semidiameter epicycli maiorem rationem habuerit ad rectam a c, quàm quidem relictũ fuit ex distantia centrorum, quam motus cẽtri eiusdem epicycli, ad motum Planetæ in ipso eodẽ epicyclo, retrogradus erit planeta apud c. Et quoniam in omni situ epicycli cuiuslibet quinque planetarum maiorem rationem habet b e ad c a, quàm motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo: quinque igitur planetæ



retrogradi erunt apud c, oppositum augis epicycli. Recta autē linea ducatur a g, quæ superficiem epicycli secet in f & g; minor igitur erit f g quàm c K: sed a f maior quàm a c, per 8. propopositionem 3. libri Euclidis: & idcirco minorem rationem habebit dimidium rectæ f g ad a f, quàm b c ad a c, per octauam propositionē 5. libri. Quòd si rursus inter a g: & a e, recta linea ducatur a h, epicyclum secans in i & h, minorem adhuc rationem habebit dimidium rectæ h i ad a i, quàm dimidium f g ad a f. Tanto enim decrescit ratio quam dimidium lineæ interioris habet ad exter. quanto secantes lineæ propinquiores fuerint contingenti a e. Habeat itaq; dimidium h i ad a i, eandem rationē quā motus centri epicycli in eo situ ad motum planetæ in epicyclo: planeta igitur in i, neq; videbitur progredi neq; regredi, sed stare. Cū enim planeta a K in e, secundum signorum successionem translatus fuerit: non statim cum pertransierit e, regredietur. Nā quoniam æquatio motus argumenti apud e, (quemadmodum inferius ostendemus) admodum exigua est: planeta igitur in e, potius videbitur descēdere, quàm moueri in lōgitudinem: & idcirco eius motus in præcedentia insigniter superabitur in eo loco à motu centri epicycli insequētia. Quapropter stationis punctum non erit e, sed illud in quo linea veri motus planetæ velocius moueri incipit in præcedentia quàm linea veri motus epicycli in sequentia. Tale antem pūctum ostēsum est ab Apolonio esse i, & est statio prima, cui respondet ex altera parte ante d, in fine arcus retrogradationis punctum stationis secūdæ, quod sit l, in quo quidem linea veri motus epicycli velocius moueri incipit in sequentia, quàm linea veri motus planetæ in præcedētia. Id autem cognosces ex æquatione quæ debetur motui argumenti in vno die, si conferatur cum motu centri epicycli in eodem die. Nam ab e, puncto Orientalis contactus longitudinis motus minui incipit: & quanto motus argumēti vicinior est opposito augis veræ, tanto æquatio ipsius motus argumenti maior fit: cum igitur æquatio motus argumenti motu centri epicycli in eodem tempore maior reperta fuerit, planeta retrogradus erit. In circumferentia enim e c, duo arcus motus argumenti sumantur æquales, g n vicinior puncto c & o r, remotior quibus æquationum anguli subtendantur in centro mundi g a n & o a r. Dico quod maior est augulus g a n, ipso angulo o a r. Rectæ enim lineæ a g & a o, producantur vsq; ad p & q, in ipsius epicycli circumferentia, rectæq; connectantur n p & r q. Quòd si angulus g a n, maior non est angulo o a r: vel igitur æqualis erit, aut eo minor, si est æqualis: quoniam duo anguli g p n & o q r, æquales inuicē sunt per 27. tertij inæqualibus enim circūferentijs existūt per hypothesim: in duobus igitur triangulis a p n & a q r, duo reliqui anguli a n p & a r q, æquales erunt per 32. propositionem primi, & communem sententiam; & propterea latera ipsorum triangulorum quæ sub æqualibus laterib⁹ subtenduntur, proportionalia erunt, per 4. propositionem 6. libri videlicet sicut a p ad a q, sic



a n ad a r: maior est autem a p quàm a q, per 8. tertij: maior igitur erit a n quam a r, quod quidem est impossibile contra eandem 8. tertij: & propterea non est ei æqualis. At minor non est angulus ipse g a n, eodem angulo o a r: nam si minor est: ad punctum igitur a, terminum lineæ

neæ a o, angulum faciemus o a t, æqualem ipsi g a n, per 23. propositionem primi, recta ducta linea a t, quæ rectam q r, secet in t. Quapropter simili syllogismo concludemus in duobus triangulis a p n & a q t, sicut a p ad a q, sic a n ad a t: & propterea maior erit a n quàm a t, quòd similiter est impossibile contra eandem 8. tertij libri.

Quare si neque æqualis est angulus g a n ipsi o a r, neq; minor: maior igitur erit: & idcirco æquatio arcus g n, quæ est arcus zodiaci ipsi ar cui respondens maior erit æquatione arcus o r.

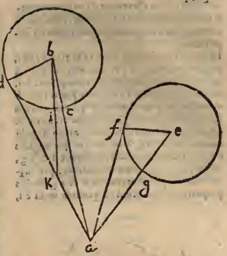


Maior igitur æquatio arcus vicinioris oppo sito augis veræ: minor verò remotioris, quod erat ostendẽdum. Ipsa verò duarum stationum puncta i & l, æqualibus distare interuallis à pũcto c, opposito augis veræ ostendemus, dummo do recipiatur motum centri epicycli ad motũ planetæ in epicyclo eandem habere proportionem in ipsis punctis i & l: quòd necessario concedes epicycli situ nõ mutato. Recta enim a l in rectum producta rursus epicyclum secet in z, & quoniam inter ipsos motus eadem est ratio in i & l, stationum punctis: igitur sicut dimidium rectæ h i, ad rectam a i, sic dimidium rectæ l z, ad rectam a l, per 11. propositionem 5. libri: & propterea dimidium rectæ h i, dimidio rectæ l z, æquum erit. Nam si maius fuerit, maior igitur erit a i ipsa a l, per 14. propositionem quinti libri: maior quoq; erit h i, quàm l z, per communem sententiam: & idcirco rectã gulum comprehensum sub tota a h, & a i, rectã gulo comprehẽso sub a z, & a l, maius erit, quod est impossibile, contra correlarium 35. propositionis tertij libri ex Campano. Eadem arte ostẽdes dimidium ipsius h i, dimidio l z, minus non esse: & propterea æqualia erunt ipsarum h i, & l z dimidia: & quoniam sicut dimidium h i, ad dimidium l z, sic a i ad a l, per permutatam proportionem: æquales igitur erunt duæ rectæ lineæ a i & a l. Connectantur itaq; b i, & b l, rectæ lineæ, & per 8. propositionem primi libri ostendes duos angulos a b i & a b l, triangulorum a i b & a l b, æquales esse: & idcirco duos arcus c i & c l æquales esse concludes per 26. propositionem tertij: duo itaq; stationum puncta æqualibus interuallis distare ab oppo. augis veræ epicycli necesse est. Capuanus verò theoricarum expositor quoniam motum planetæ in epicyclo solum considerat, motu deferentis neglecto, stationum idcirco puncta ponit e, & d in prima figura huius annotationis. Quæ quidem ostensoria demonstratione concludes æqualibus distare interuallis ab opposito augis veræ epicycli.

Anguli enim ad e & d, puncta contingentiæ in triangulis b a d & b a e recti sunt, per 18. propositionem tertij libri: & propterea quadrata ex a d, & a e, æqualia erunt per 47. propositionem primi, & communem sententiam: & idcirco ipsa latera a d & a e, æqualia erunt. Iam igitur per 8. propositionem ipsius primi libri ostendes duos angulos d b a & e b a æquales: & proinde duos arcus d c & e c, æquales esse per 26. propositionem tertij. Sed nõ sunt apud Purbachiũ, d & e stationum puncta: quoniam ait stationum puncta opposito augis epicycli magis appropinquare propter motus argumenti tarditatem: liquet autem quòd etiam si motus planetæ in epicyclo tardior factus fuerit, mini

me

me propterea mutabuntur puncta cōtactuum. Arcus stationis primæ est K h i, arcus secundæ est K i l, arcus directionis est l K i, arcus retrogradationis est i c l. Igitur si arcus K h i, stationis primæ auferatur à toto circulo, arcus relinquetur i l z k, qui æqualis existit arcui K h i l, stationis secundæ, à quo quidem si arcus ipse K h i auferatur, relinquetur i c l, retrogradationis arcus: hoc autem à toto circulo detracto, arcus directionis relinquetur l k i.



Annotatio secunda.

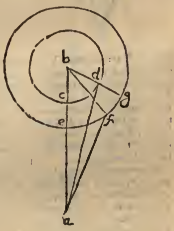
Quoniã Purbachius ait, stationum puncta tanto viciniora esse opposito augis veræ epicycli, quanto centrum epicycli vicinius fuerit opposito augis æquantis, & quanto planeta maiorē habuerit epicyclum, putant propterea nonnulli causas ab eo assignatas esse, ex quibus minor arcus retrog. proueniat. Quod quidem minime dubitaretur, si puncta cōtactuum stationes essent. Nam dum centrum epicycli cuiusuis planetæ (excepto Mercurio) opposito augis ęquãtis eccētriciūe vicinius est, terris magis appropinquat. Ponamus igitur centrum epicycli distare à centro mundi a, interuallo a b, in situ distantiore punctum stationis primæ d, & oppositum augis epicycli c: in situ verò propinquiore eiusdem epicycli centrum distare ab ipso mundi centro interuallo a e, punctum stationis primæ f, & oppositum augis g. Dico, quòd minor est arcus f g, dimidiæ retrogradationis in situ propinquiore, quàm arcus d c, qui similiter continet dimidium retrogradationis, sed in situ distantiore. Nam quoniam rectæ lineæ a d & a f, circulos ipsos epicycli contingunt per hypothesim: anguli igitur a d b, & a f e, recti erunt: maior autem supponitur a b ipsa a e: maius igitur erit quadratum rectæ a b quàm a e. Concludes itaque per 47. propositionem primi, duo quadrata ex a d, & b d, maiora esse duobus quadratis ex a f, & f e: quadratum porrò ex b d, quadrato ex e f, æquum est: quadratum igitur ex a d, quadrato ex a f, maius erit: & propterea recta ipsa a d recta a f, maior etiam erit. Abscindemus itaque ex a d maiori rectam lineam d K rectæ a f, æqualem per 2. primi, & connectatur b K, quæ circulum secet in i. Per 4. igitur propositionem ipsius primi libri concludemus angulos trianguli b d K, angulis trianguli e a f, æquales esse, eos videlicet qui sub æqualibus lateribus subtendūtur. Angulus idcirco d b K angulo a e f, æqualis erit: & propterea arcus d i & f g, æquales erunt. At qui minor est d i quàm d c: minor igitur erit f g eodem d c.

Quapropter in situ propinquiore stationum puncta viciniora sunt opposito augis veræ, quàm in situ remotiore supposito, quòd statio nes planetarum fiant in punctis contactuum.

Sed distantiæ à centro mundi sint æquales: ipsi verò epicycli ponantur inæquales: puncta idcirco stationum in maiori epicyclo viciniora erunt opposito augis veræ, quàm in minore. Centrum enim vtriusq; epicycli positū intelligatur in b, vt eadem sit distantia ab ipso a, mundi centro, oppositum augis in minori sit c, & alterum punctum contactus vbi supponitur stationē fieri sit d, oppositū augis in maiori sit e, & alterū pūctū stationis in quo sit cōtactus sit f. Recta igitur linea a f, epicyclū maiorē contingens cadere nō potest inter a b & a d, ne accidat impossibile contra vltimā cōmunē sententiam, duas rectas lineas superficiem nō concludere, nec in rectum extendi potest cum eadem a d: recti enim sunt duo anguli qui ad d, & f fiunt, ex concursu linearum contingentiū cum semidiametris ipsorum epicyclorū: qua-

re si recta a f, vnà esset cum a d tres igitur anguli interiores triãguli a b f, minorés essent tribus interioribus trianguli a b d: quod rursus est impossibile.

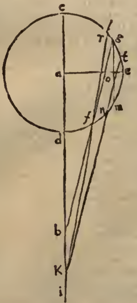
Et propterea recta ipsa linea a f. extra à d cadit, angulumq; efficit b a f, maiorem angulò b a d. Ex quo fit vt angulus qui relinquitur a b f, minor euadat quàm a b d. Recta porrò linea b d, producatur vsq; ad maioris epicycli circumferentiam in puncto g: duo igitur arcus c d & e g, in æqualibus circulis eidem acuto angulo subtenduntur e b g. Sicut autem ipse angulus e b g, ad rectum angulum, sic arcus c d & e g, ad suorum circulorum quadrantes, per vltimam sexti: ipsi igitur arcus c d & e g, similes proportionalesue erunt: & proinde arcus e f,



minor erit quàm is qui in suo circulo proportionalis est arcui c d, minoris epicycli: & propterea punctum stationis maioris epicycli vicinius est opposito augis veræ, quàm pũctum stationis minoris epicycli, quod erat ostendendũ.

Annotatio tertia.

Tertia causa, quam assignãt maioris vicinitatis pũctorum stationũ ob tarditatẽ motus argumenti, nihil efficere poterit, vbi eccentricus intelligatur quiescere, quia puncta contactuũ eadem erunt, siue velox, siue tardus sit argumenti motus, dummodo cætera ponantur paria. Et idcirco quia puncta stationum viciniora sunt opposito augis epicycli quàm ipsa puncta contactuũ, inquirendum igitur est à nobis, sit ne verũ in vniuersum quod à nonnullis assertum est de triplici causa variationis punctorum stationis. Et in primis ostendemus, quòd non propterea, quòd centrũ epicycli propinquius est centrò mundi, stationum idcirco puncta viciniora erunt opposito augis veræ epicycli. Sit enim a, centrum epicycli b, centrum mundi, a b breuissima distantia centri epicycli à centro mũdi, c aux vera epicycli, d oppositum augis: recta aũt a e, perpendicularis sit in c d: & erit idcirco pũctum e, in medio semicirculi inter c & d. A cẽtro mundi b ad g, contingens punctum inter c & e, recta ducatur linea b g, quæ inferiorẽ quadrantem secet in f. Igitur b f, maior erit quàm b d, Sed f g minor quàm c d, per 8. tertij. & propterea maiorem rationẽ habebit b f, ad dimidiũ f g, quàm b d ad d a per 8. quinti & 31. quæ addita est à Campano. Per 12. verò propositionem 6. libri Euclid. recta linea inueniatur i d, quæ ad d a, eam habeat rationem, quam b f, ad dimidium f g: & quia ipsa b f, ad dimidium f



g maiorem rationem habere ostensum est, quā b d ad d a, maiorem igitur rationem habebit i d ad d a quàm b d, ad eandem d a, per 13. quinti: & propterea i d, maior erit ipsa b d, per 10. ipsius quinti libri. In recta itaque linea c b, in rectum producta sumatur K d, minor quàm i d, sed maior quàm b d: minorem igitur rationem habebit K d ad d a, quàm i d ad d a: & proinde k d ad d a, minorem rationem habebit quàm b f, ad dimidium f g. Tunc verò ponatur k, centrum mundi, quando centrum epicycli quàm longissimè distat à terris, & motum planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli eam habere rationem subijciamus, quam habet b f, ad dimidium f g. Planeta igitur in d, siue centrum epicycli centro mundi sit vicinissimum, siue ab eo sit distantissimum, dummodo eadem proportio motuum seruetur, retrogradus erit. Quando verò vicinissimum fuerit, si planeta peruenerit ad f, in puncto erit stationis: eam enim posuimus motuum proportionem quam habet b f, ad dimidium f g. Ostendemus autem quòd quando cētrum epicycli à centro mundi distiterit interuallo a K, punctum stationis propinquius erit opposito augis veræ quàm f. Nam stationis pūctum non erit ipsum f. Si enim est: recta igitur linea connectatur k f, quæ in rectum producta circumferētiam epicycli attingat in pūcto l, inter c & g: & erit idcirco sicut k f, ad dimidium f l, sic motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli at sicut b f, ad dimidiū f g, sic etiam motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli per hypothesim: igitur sicut k f, ad dimidium f l, sic b f, ad dimidium f g per 11. quinti: sicut autem dimidium f l, ad totam f l, sic dimidium f g. ad totam f g: igitur sicut K f, ad totam f l, sic b f, ad totam f g, per 22. propositionem quinti. Connectatur autē recta g l, & quia duo contrapositi anguli b f K & g f l, æquales sunt: duo idcirco triangula f K b, & f g l, æquiangula erunt, & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur per 6. sexti libri, & ideo angulus b K f angulo g l f, æqualis erit.

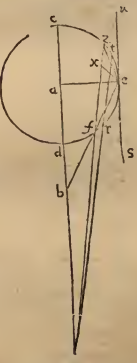
In duas itaq; rectas lineas b k & g l, recta incidens linea k f l, alternos angulos æquales efficit b K l & g l K: & ꝓpterea parallelæ erūt ipsæ rectæ lineæ b k & g l, per 27. propositionem primi. Deducatur autem à puncto g super a e, perpendicularis recta linea g o, per 12. primi: quæ quidem in rectum producta inferiori quadranti d e, occurrat in m: recta igitur linea c d siue b K, parallela erit ipsi g m, per 28. primi. Atqui g l & b K, parallelæ ostensæ sunt: duæ igitur g m & g l, parallelæ erunt per 30. propositionem ipsius primi libri: quod quidem est impossibile. Concurrunt enim in puncto g, in quo angulum efficiunt l g m. Nam tria puncta l g & m, in circuli circumferentia existunt, non in vna recta linea. Quando itaque centrum epicycli à centro mundi distiterit interuallo a k, stationis punctum non erit f. Eadem arte ostendemus, quòd non sit stationis punctum inter f, & illud punctum, in quo recta linea à puncto K ducta, epicyclum tangit.

Nam si est: sit igitur n stationis punctum, & producta K n, occurrat puncto t, in ipsius circuli circumferentia: quapropter sicut motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli, sic K n ad dimidium n t: & idcirco sicut k n, ad dimidium n t, sic b f ad dimidium f g: & propterea sicut k n, ad totam n t, sic b f ad totam f g. At maiorem rationem habet K n ad n t, quam K f ad f l: maiorem igitur rationem habebit b f ad f g, quàm K f ad f l: recta igitur linea inuentatur f r, ad quam k f, eam habeat rationem, quam habet b f ad f g: minor idcirco erit f r quàm f l, per decimam quinti. Connectatur itaque recta linea g r, & æquiangula propterea erunt duo triangula b f k. g f r, per 6. sexti. Quapropter duas rectas lineas g m & g r, (vt antea) concludemus parallelas esse: quod quidem est impossibile. Et idcirco quando centrum epicycli distat à centro mundi interuallo a k, non erit stationis punctum inter f, & punctum cōtactus. Et quoniam in puncto d, retrogradus est: in ipso verò puncto contactus & supra eum directus incedit: punctum igitur stationis erit inter d & f: quare propinquius erit opposito augis veræ, quando centrum ipsius epicycli remotius est à centro mundi, quod erat ostendendum.

Et ostendemus rursus, in alia figura stationum puncta in longioribus distātijs a centro mundi ꝓpinquiora esse opposito augis verę epicycli. In recta enim linea c d, in rectū producta, & à cōtingēte in ea pūcto b, recta ducatur b e ad e, punctū in medio semicirculi inferiorē quadrātem secās in f. Maiorē igitur rationē habebit b f, ad dimidium f e, quàm b d ad d a. Suscipiatur autem aliquanto infra b, punctū k, arte superius dicta, sic vt minorem adhuc rationem habeat

K d ad d a, quam b f ad dimidium f e, & ponatur b centrum mundi a cētrum epicycli in opposito augis, siue in breuissima distantia à centro mundi. Tanta verò subijciatur tarditas motus centri epicycli, & tanta velocitas planetæ in epicyclo, vt b f ad dimidium f e, & motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli eandem habeant rationem. Igitur quando centrū epicycli a centro mundi distiterit interuallo a b, planeta in d, retrogradus erit, & in f stationarius.

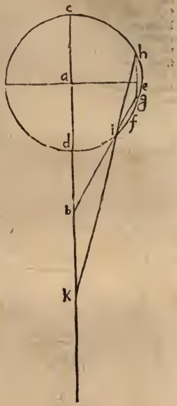
Rursus quando centrum epicycli à centro mundi distiterit interuallo a K, planeta ipse in d retrogradus erit, at in f non erit stationarius, si eadem motuum proportio seruata fuerit. Nā si in f, stationarius est: ducatur igitur per K & f recta linea K f, quæ quadranti superiori occurrat in z, & connectatur e z. Igitur sicut b f, ad dimidium f e, sic K f ad dimidium f z: quapropter sicut b f ad totam f e, sic K f, ad totam f z. Duo itaq; triangula b f k. & e f z. æquiangula erunt per 6. sexti, & angulus f z e, coalterno b K f, æqualis erit: & idcirco a K & e z, rectæ lineæ parallelæ erunt. Tangat autem recta linea S u, circulum ipsum epicycli in e: angulus igitur a e u, rectus erit, at vero rectus etiam est e a e: igitur parallelæ sunt a K & S u: & propterea duæ rectæ lineæ e z & S u, quæ angulum faciūt in e, parallelæ erunt per 30. propositionem primi quod est impossibile: & idcirco stationarius non erit in f. Nec erit in aliquo puncto inter f & e. Nam si est, sit in r, & connectatur k r, quæ in rectum producatur vsq; ad t, in epicycli circumferentia. Igitur sicut k r, ad dimidium r t, sic motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli: & idcirco sicut k r, ad dimidium r t, sic b f ad dimidium f e, & vt K r ad totam r t, sic b f ad totam f e, atqui maiorem rationem habet k r ad r t, quàm k f ad f z: igitur maiorē rationem habebit b f ad f e, quàm k f ad f z, habeat itaq; K f ad f x minorem ipsa f z, eam rationem quàm b f habet ad f e & connectatur e x: duo igitur triangula b f k, & f e x, æquiangula erunt, & duas rectas lineas a k & e x, (vt antea) parallelas esse concludes: & proinde parallelas esse e x & S u, quæ in puncto e, angulū efficiunt u e x: quod quidem est impossibile. Et propterea non erit ipse planeta stationarius inter f & e, sed inter d & f: & idcirco stationū puncta in longioribus distantijs à centro mundi opposito augis epicycli viciniora erūt, quod demonstrandum erat.



Fortasse quispiam suspicabitur, idcirco in maioribus distātijs stationum puncta viciniora ostensa esse opposito augis epicycli: propterea quod proportio motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli proportionem K d, ad d a, minori differentia superat, quam sit ea, qua eam proportionem superat, quæ est b d, ad d a. Maiorem enim proportionem habet K d, ad d a quàm b d ad d a. Et quoniam ductis rectis lineis à centro mundi ipsum epicyclum secantibus, proportiones linearum exteriorum ad dimidias partes interiorum perpetuo augētur à pūcto d, vsq; ad lineas cōtingentes: citius igitur in longioribus distantijs proportio exterioris lineæ ad dimidium interioris, illi proportioni æquabitur, quam motus planetæ in epicyclo seruat ad motum centri epicycli. In maiore itaque distantia epicycli à centro mundi citius quam in minore, idem planeta à puncto d, dimidiæ retrogradationis, ad punctum stationis

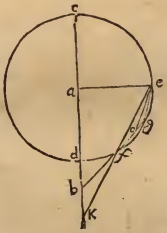
tionis perueniet:& proinde in longioribus distantijs stationum puncta viciniora erunt opposito augis veræ. Hæc tamen ratio fallax est. Nam talis esse poterit motuum proportio: similiter & distantiarum, vt non citius planeta ad punctum stationis veniat in maiore distantia centri epicycli à centro mundi, quàm in minore: quinimò idem sit stationis pũctum, siue sit terris vicinissimum, siue distantissimum. Esto enim centrum mundi b, quando centrum epicycli terris vicinissimum est, punctum f sit, in quo recta linea ab ipso centro mundi veniens epicyclum tangit, & a puncto g inter f, & punctum e, quod est in medio semicirculi, recta linea ducatur g h, rectæ a b parallela, quadrantẽ superiorem in h secans, rectaq; linea b g connectatur, quæ inferiorem quadrãtem ipsius circuli epicycli in i secet: recta etiam linea connectatur h i, quæ in rectum producta concurrat cum recta a b in K. Et proportio motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli ea subijciatur, quam habet b i ad dimidium g i. Planeta igitur in d centro mundi vicinissimus retrogradus erit: in i verò stationarius. Centrũ autem mundi sit k, quando centrum epicycli à terris remotissimum est: & eadem proportio motuum seruetur.

Dico, quòd planeta retrogradus erit in d, & stationarius rursus in i. Nam quoniam g h & b k, parallelæ sunt: duo igitur anguli coalterni g h i, & b K i, æquales erunt: angulus verò g i h, contrapositob i K æqualis est: reliquus igitur angulus K b i, trianguli b k i, reliquo angulo i g h, trianguli i h g, æqualis erit per 32. primi & communem sententiam: & idcirco latera habebunt proportionalia ipsa triãgula per 4. sexti, sicut b i, ad i g, sic K i, ad i h. Atqui sicut i g ad sui dimidium, sic i h ad sui dimidium: igitur sicut b i, ad dimidium i g, sic K i, ad dimidium i h, per æquam proportionem. Et quoniam eam supposuimus motuum proportionẽ, quam habet b i, ad dimidium i g: igitur sicut motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli: sic k i, ad dimidium i h. Et propterea ipse planeta stationarius erit in ipso i puncto, quando centrũ epicycli à centro mundi quàm longissimè distat, quod etiam contingebat in eodem puncto, quando ipsius epicycli centrũ terris vicinissimum erat. Retrogradus similiter erit in d: quoniam maiorem proportionem habet k i, ad dimidium i h, quam K d, ad d a: & propterea maiorem proportionem necesse est habere motum planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli, quam K d, ad d a: ex quo concluditur in ipso puncto d, retrogradum esse. Simili arte ostendi potest, quòd talis poterit esse motuum proportio, vt in situ propinquiore stationum puncta viciniora sint opposito augis veræ, quàm in situ remotiore. Esto enim



punctum K, centrum mundi, quando à centro epicycli a distantissimum est, & ab ipso pũcto K, ducatur ad punctum e, quod est in medio semicirculi recta linea k e, epicycli circulum secans in f, & ea subijciatur motuum proportio, quam habet K f, ad dimidium f e. Planeta igitur in f stationarius erit: retrogradus autem in d. Esto autem centrum mundi b, quando centrum epicycli terris vicinissimum est, & connectatur recta linea b f, quæ in rectum producta

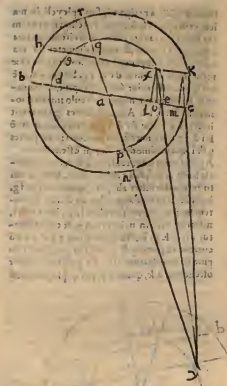
cta circuli circumferentiam attingat in g, & connectatur e g: planeta igitur seruata eadem motuum proportione, retrogradus erit in d: at stationarius non erit in f. Nam si est: erit igitur sicut K f, ad dimidium f e: sic b f, ad dimidium f g, & sicut K f, ad totam f e, sic b f, ad totam f g: & propterea concludemus (vt antea) duas rectas lineas b K & g e, parallelas esse, quod est impossibile. Ipsa enim recta linea b K ei, quæ in puncto e, circulum ipsum epicycli tangit, æquidistans est: & proinde stationis punctum non erit in f. Neque erit vltra f, nam si est vltra f, exterior igitur linea à centro b, ad punctum stationis ducta ad dimidiū interioris quæ intra circulum est, eam rationem habebit quam K f, ad dimidium f e: ea enim est motuum proportio per hypothesim, & idcirco sicut exterior linea a d totam interiorem, sic K f, ad f e. At maiorem rationem habet ipsa exterior ad totam interiorem, quæ



in puncto vltra f epicyclum secat, quam b f, ad f g: maiorem igitur rationem habebit K f, ad f e, quam b f, ad f g. Habeat autem b f ad f o minorem ipsa f g, eam rationem quam seruat K f ad f e, & connectatur e o: duo idcirco triangula b f k, & e o f, ostendemus (vt antea) æquiangula esse per 6. sexti, angulosque coalternos b K f, & f e o, æquales esse concludemus: propterea duas rectas b k & e o, parallelas esse, quod est impossibile. Et quia planeta retrogradus est in d, maiore existente motuum proportione, quam b d ad d a: stationarius autem esse non potest in f, neque in aliquo alio puncto inter f, & illud punctum in quo recta linea à puncto b, ducta epicyclum tangit: stationarius igitur erit inter d & f, & proinde stationum puncta viciniora erunt opposito augis veræ in situ viciniore, quam in remotiore.

Ex quibus palàm est, quòd maior vicinitas punctorum stationum non prouenit ex solo situ, aut propinquiore centro mundi, aut distantiore. Sed neque maior quantitas epicycli causa est, vt stationum puncta viciniora sint opposito augis veræ, si cætera ponantur paria. Intelligantur enim duo epicycli circa centrū a, & maioris diameter sit b c, minoris verò d e, ipsi autem b c, in vnius atque eiusdem maximi circuli plano parallelus agatur h k, minorem secans epicyclum in punctis f & g, & connectantur rectæ lineæ e f, & c k, quas quidem in rectum producemus, donec concurrant, sitque punctum, in quo concurrunt y: concurrere enim necesse est ad partes e & c. Nam à punctis f & K, rectis lineis deductis f l & K m, ad rectos angulos super b c, maior erit l e in minori circulo, quàm m c in maiori. Quod enim fit ex b m, in m c, ei quod ex k m, in se ipsam fit, æquum est. Item quod fit ex d l, in l e, ei quod ex f l, in se ipsam fit, æquum est per 3. & 35. tertij. At æquales sunt f l, & K m: quoniam f m parallelogramum est: quod igitur fit ex b m, in m c, ei quod ex d l, in l e æquum erit. Maior est autem b m, quàm d l: minor igitur erit m c, ipsa l e. Aequalis porrò auferatur l o, & connectatur f o. Angulus itaque l f o, angulo m K c, æqualis erit in duobus rectangulis triangulis f l o, & k m c, per 4. propositionem primi libri Euclidis: & proinde angulus l f e, ipso m K c, maior erit per communem sententiam. Et quoniam duo anguli l f K, & m K f, parallelogrammi f m recti sunt: angulo igitur l f e, detracto ab angulo l f K, angulo verò m c K, addito ipsi m K f: duo idcirco anguli e f K, & c K f, quorum vnus acutus est, & alter obtusus duobus rectis minores relinquentur, concurrent igitur ipsæ f e, & K c, rectæ lineæ

ad

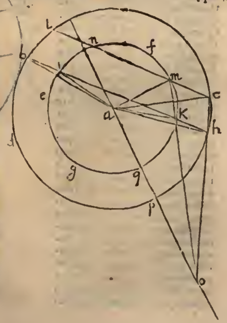


ad partes e, & c. Connectatur autem a y, quæ in rectum producatur vsque ad t, in maioris circuli circumferentia, huic verò oppositum punctum sit n, & eiusdem rectæ lineæ cum minori epicyclo inter sectiones sint p & q, & subijciatur y centrum mūdi, planetas verò in ipsis epicyclis eosdem omnino motus habere, & maiorē esse rationem motus planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli, quàm rectæ y p ad a p: & proinde multò maiorem quàm y n, ad a n. Sit aūt minoris epicycli planeta stationari⁹ in e, dico quod planeta maioris epicycli stationarius erit in c. Quoniā enim planeta minoris stationarius est in e: eandem igitur rationē habebunt motus planetæ in epicyclo ad motū cētri epicycli. & recta y e, ad dimidiū rectæ e f. Sicut aūt y e, ad totā e f, sic y c ad c k, propterea quod e c & f k æquidistātes sunt: igitur sicut y e, ad dimidium e f, sic y c, ad dimidiū rectæ c k: & idcirco sicut y c, ad dimidiū c k, sic motus planetæ in epicyclo maiori ad motū cētri epicycli.

Et proinde planeta maioris epicycli stationarius erit in c. At circūferētiæ e p, & c n proportionales sunt, eidem enim angulo subtenduntur n a c, quapropter e & c, stationū puncta in ipsis epicyclis, punctis p & n, pariter appropinquant. Non igitur quanto epicyclus maior fuerit (si cætera ponantur paria) tāto propinquiora erunt stationum puncta opposito augis veræ epicycli, & proinde causa non est maioris vicinitatis punctorum stationis. Quod autem vnū epicyclum intra alterum inclusimus, nostram hanc demōstrationem impedire minimè poterit. Separati enim intelligantur: eisdem tamen motibus moueri.

Et ostendemus in alia figura, quod in maiori epicyclo stationum pūcta viciniora esse possint perigæo epicycli, quam in minori.

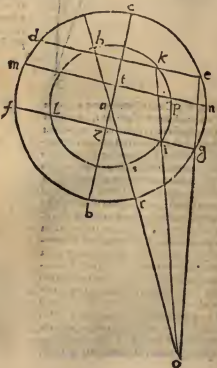
Sint enim circa cētrum a duo circuli descripti b c d & e f g, inæqualium epicyclorum. & præter ipsum centrum recta agatur linea b h, minorem circulum secans in i & k, cui æquidistans ducatur linea c l, distantior à centro, & ad eandem partem, minoremq; circulum secans in pūctis m & n, rectaq; linea connectantur m k & c h: quas quidem si in rectum producamus, concurrere necesse est ad partes h & K. Nā si sunt parallelæ: duo igitur anguli i K m, & b h c æqua



les erunt, exterior atque interior: rectæ autem lineæ connectantur a i, a b, a c, & a m: duplex igitur erit angulus i a m, anguli i K m, duplex etiam angulus b a c, anguli b h c per 20. propositionem 3. libri Euclidis, & propterea angulus i a m, æqualis erit angulo b a c, pars toti: quod est impossibile. Sed neque concurrunt ad partes e & m. Nam si ad eas partes concurrunt: angulus igitur i k m exterior trianguli maior erit interiore & opposito K h c, seu b h c. Quapropter angulus i a m, qui anguli i K m, duplex est, maior erit angulo b a c, duplo videlicet anguli b h c: pars igitur suo toto maior, quod rursus est impossibile, & hac etiam arte ostendere poteris in præcedenti figura concursum duarum rectarum e f & c K. Concurrent igitur ipsæ rectæ lineæ m K & c h, ad partes h & K. Sit autem earundem concursus in o, rectaq; connectatur linea a o, proximas epicyclorum circumferentias secans in p & q. Et intelligamus ipsos epicyclos eo pacto moueri, vt in vtroque eorum motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo eam semper rationem seruet, quam dimidium rectæ K m, habet ad rectam k o. Et quoniam maiorem rationem habet a q, ad q o, quàm dimidium rectæ k m, ad K o: planeta igitur minoris epicycli retrogradus erit in q, stationarius autem in K. Quoniam verò sicut m K ad K o, sic c h ad h o, per 3 propositionem 6. libri Euclidis: sicut igitur dimidium K m ad K o, sic dimidium c h ad h o.

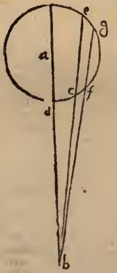
Maiorem porrò rationem habet a p ad p o, quàm dimidium c h ad h o: planeta igitur maioris epicycli retrogradus erit in p, sed stationarius in h. At quia punctum K, positum est inter b & h, terminos rectæ b h, quæ quidem extra centrum a, acta est: rectis igitur ductis lineis ab ipso a, ad K, & h recta a h rectæ a o, vicinior erit quàm a K: relinquitur enim K, extra triangulum a h o: & propterea circumferentia k q, maior est ea circumferentia ipsius minoris circuli, quæ similis est circumferentiæ h p, & proinde in maiori epicyclo stationis punctum vicinius est perigæo, quod demonstrandum erat. Et in alia deniq; figura ostendemus fieri posse, vt in minori epicyclo minus distent stationum puncta à perigæo ipsius epicycli, in maiori verò epicyclo longius. Intelligantur enim (vt antea) circa centrum a, duo circuli inæqualium epicyclorum, & agatur diameter b c, maioris epicycli super quam ad rectos angulos duæ rectæ lineæ ducantur d e & f g. Sitque d e, à centro ipso a distantior, sed f g propinquior: quarum quidem cum minori circulo intersectiones sint k h & i l. Aequidistantes igitur erunt ipsæ rectæ lineæ d e & f g: connectantur autem K i & e g, quæ necessario concurrent ad partes g & i, quemadmodum statim ostendemus.

Agatur enim inter centrum a & rectam d e, recta linea m n, ipsi d e æquidistans, sed quæ tanto interuallo distet ab ipso a, quanto distat f g, interuallis nempe æqualibus a t & a z. Ea autem secet minorem circulum in p, inter K & i, maiorem verò in n, inter e & g, & connectantur e n & K p. Rectæ igitur lineæ p k & e n, concurrent ad partes p & n, velut in precedenti figura demonstratum est. Et propterea maior ostendetur e k, quam n p, per 4. propositionem

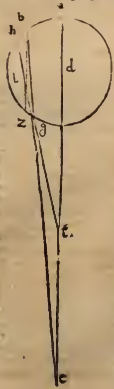


6.Euclid.at verò ipsa n p,rectæ g i, æqualis est: quod quidem per communem sententiam cõcludes.ex æqualibus enim t n & g z relinquũtur,detractis t p & z i æqualibus: quapropter recta e K, maior erit ipsa g i. at æquidistantes sunt: concurrent igitur rectæ k i & e g, ad partes g & i.Si enim parallelæ sunt: æquales igitur erunt rectæ lineæ e k & g i, per 34. propositionem primi libri,at maior ostensa est e k, ipsa g i.Cõcurrere autem non possunt ad partes K & e. nam si ad eas partes concurrerent, maior esset g i ipsa e K,per 4. propositionẽ 6. at minor ostensa est, & propterea ad partes g & i, concurrunt ipsæ rectæ lineæ K i & e g. Sit autẽ earum concursus in o puncto,à quo quidem ad centrum a,recta linea ducatur o a,proximas epicyclorum circumferentias secans in r & s. Et ponemus ipsos epicyclos eisdem motibus moueri atq; eo pacto,vt motus centri epicycli eam habeat rationẽ ad motũ planetæ in epicy. quàm dimidium k i, ad rectam i o, & propterea sicut dimidium e g ad g o.Nam sicut K i ad i o,ita e g ad g o,per secundam propositionem 6.Euclidis.Quapropter planeta minoris epicycli retrogradus erit in s perigæo,sed stationarius in i. At planeta maioris epicycli retrogradus erit in r, stationarius verò in g. Et quoniam si à puncto a in punctum g, recta linea ducta fuerit a g,rectam g z,ante g,secare non poterit,ne accidat impossibile contra vltimã cõmunem sententiam,duas rectas lineas superficiem non concludere:circũferẽtia igitur si minor erit ea quæ in eodem circulo similis est circumferentiæ g r,& proinde in minori epi.puncta stationũ viciniora sunt perigæo,quã in maiori:quod quidem in præsenti figura demõstrãdum suscepimus. Ex quibus cõcludes,quod maior quantitas epicycli causa nõ est (si cætera ponantur paria) maioris vicinitatis punctorum stationũ quod erat à nobis ostendendum.

Tarditas motus argumẽti,idest,tardior motus planetæ in epicycl. veræ causa est,vt puncta stationũ magis inuicẽ appropinquent. Esto enim centrum epicycli a,centrum mundi b: motus verò planetæ in epicyclo ad motum centri epicycli maiorem habeat rationem,quam b d,ad d a.Sed sit sicut b c,ad dimidiũ c e: planeta igitur retrogradus erit in d,stationarius verò in c. Dico itaq; ,quod si motus ipsius planetæ in epicyclo tardior positus fuerit,sic tamen, quòd maiorem adhuc rationem seruet ad motum cẽtri eiusdem epicycli,quàm b d ad a d, retrogradus etiam erit in d, sed stationis punctum erit inter c & d, atq; eo modo propinquius fiet opposito augis veræ eiusdem epicycli. Nam in ipso c puncto stationẽ facere non poterit:si enim faceret,recta b c,ad dimidium c e,maiorem haberet rationem,simul & minorem:quod est impossibile. Tardior enim motus planetæ in epi. ad eundem motum centri epicycli minorem habet rationem,quàm velocior:& proinde neque stationis punctum poterit esse f vltra c.Nã b f, ad dimidium interioris lineæ, quæ sit f g, maiorem habet rationẽ,quàm b c ad dimidiũ c e: & idcirco tardior motus planetæ in epicyc. ad eundem motum centri epicycli maiorẽ haberet rationem,quàm velocior:quod rursus est impossibile. Et propterea si argumenti motus ponatur tardior,stationis punctum erit ante c, vicinius nempe opposito augis veræ epicycl. Idem etiam concludes, si seruato eodem motu planetæ in epicyclo, motum centri epicycli, aliquanto velociorem posueris quàm antea. Nam vtrouis modo proportio minuatur,dummodo maior relinquatur,quàm ea quæ est rectæ b d,ad d a: planeta similiter retrogradus erit in d, & stationarius rursus ante c. Ex his igitur planè apparet Georgium Purbachium in theoricis causas minimè assignare maioris vicinitatis punctorum stationum, sed ita intelligi debere. In Saturno, Ioue & Marte, atq; in Venere, ipsarum stationũ supputatione cõpertum est, quanto centrũ epicycli opposito augis æquantis vicinius est, idest, quanto centrũ epicycli vicinius est centro mundi, tanto earundem stationum puncta viciniora esse opposito augis veræ



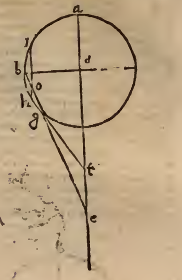
epicycli. Non quòd in vniuersum maior vicinitas centri epicycli minus inuicem distare faciat stationum puncta. Ostensum enim à nobis est, ex maiori centri epic. a centro mundi vicinitate aliquando prouenire maiorem distantiam punctorum stationum, aliquando minorē, & aliquādo parem. Cæterùm in quouis triū planetarum superiorum & in Venere, ea magnitudine comparatus est epicycl. & orbis eum deferentis semidiameter ea etiam eccētricitas: atq; tanta est diminutio proportionis velocitatis planetæ in epicy. ad motum centri epicycli in sitibus propinquioribus centro mundi: vt sicut centrum epicycli ipsi centro mundi appropinquat, sic puncta stationum viciniora fiunt opposito augis veræ epicycli. Atq; hæc ratio exacta est, & demonstrationibus comprobata ad situm augis æquantis, & mediæ longitudinis & oppositi augis. Ad alios autem situs facilioris supputationis gratia supponit Ptolemæ' arcus stationum & remotiones à centro mundi proportionales esse, quem Purbach. sequi videtur cum inquit: quanto centrum epicycli, vicinius fuerit opposito augis æquantis, tanto stationum puncta viciniora erunt opposito augis veræ epicycli. Mercurium verò excepisse constat: quoniam non quanto magis centrum epicycli opposito augis æquantis appropinquat, tanto minus distat à centro mundi, quemadmodum superius ostensum est in ipsius Mercurij theorica. Præterea quia contrariam legem in eo habent stationum puncta. Quanto enim cētrum epicycli Mercurij centro mundi vicinius est tanto ea magis distant ab opposito augis veræ epicycli. Nam ea magnitudine comparatus est huius planetæ epicyclus, & ea est eccentricitas, & eccentrici semidiameter vt ex maiori distantia cētri epicycli à centro mundi maior vicinitas pūctorum stationum proueniat, quēadmodum supputationes demonstrant. Neque hoc mirum videri debet: quum superius ostensum sit, vt aliquando maior vicinitas centri mūdi maiorem remotionem punctorum stationū ab opposito augis veræ epicycli efficere possit. Aduersus illud assumptum Ptolemæi, quòd in tribus planetis superioribus & in Venere sicut centrum epicycli centro mundi magis appropinquat, sic stationum puncta minus distēt ab opposito augis veræ epicycli: & proinde differentias stationum & remotionum à centro mūdi proportionales esse, contendit Geber fieri posse vt in eisdem planetis ad inæquales à centro mundi remotiones æquales sint stationum arcus: & idcirco æquales habeantur distantiæ punctorum stationum ab opposito augis veræ epicycli. Quem quidem Ioannes de Monteregio sequitur hac videlicet ratione ab ipso Gebro mutuata. Sit epicycli circulus a b g, cuius centrum sit d: mundi verò centrum sit e. Sitq; collocatus in media longitudine eccentrici, & ad eum situm stationis punctum sit g: rectæ verò lineæ connectantur e d & e g, quæ quidem vsque ad supremam epicycli circumferentiam in rectum producantur, e d ad a, augem veram epicycli, & e g ad b, ipsiq; a e æquidistans agatur b z, quam secet recta h t, per punctum g transiens (qualitercunque ceciderit) in pūcto l. Sic tamen vt sit d t maior, breuissima distantia centri epicycl. à centro mundi. Duo igitur triangula b l g & e g t, æquiangula erunt: & idcirco sicut b g ad g e, sic g l ad g t. Maior est autem g h quam g l: maiorem igitur rationem habebit g h ad g t, quam b g ad g e: & proinde dimidium



arcus g h ad g t, maiorem rationē habebit quā dimidiū g b ad e g. Intelligamus itaq; eūdē epic. recedere ab hoc situ lōgitudinis mediæ versus oppositū augis eccētrici: mot' igitur cētri epicycl. velocior erit in ōni situ ꝓpinquiore opposito augis. Et idcirco velocitas cētri epicycli maiorē habebit rationē ad velocitatē planetæ in epicyc. in situ propinquiore, quā in remotiore. Quando igitur centrū epic. a cētro mundi distiterit interuallo æquali rectæ d t maiorē rationē habebit in eiusmodi situ, quicūq; ille sit. velocitas cētri epic. ad ve

locitatem planetæ in epicyclo, quàm quando erat in media longitudine deferentis. At verò maiorē quoq; rationē ostensum est habere dimidium h g ad g t, quam dimidium b g ad g e: vnà igitur augentur motuum & linearum proportiones. Quamobrem posibile est, vt tātum addat proportio dimidij h g ad g t, super proportionem dimidij b g ad e g, quantum in distātia d t, proportio velocitatis centri epicycli, ad velocitatē planetæ in epicyclo addit super proportionem, quàm in distantia e d, velocitas centri epicycli habet ad velocitatē planetæ in epicycl. Et proinde in distantia d t, sicut dimidium rectæ h g ad g t, sic erit velocitas centri epicycli, ad velocitatē planetæ in epicycl. Tūc igitur stationis pūctū erit ipsum g sicut antea, quando epicycl⁹ erat in media lōgitudine deferentis. Supponitur aūt in hac demonstratione non solum e g: sed etiam t g, in omni situ inter mediam longitudinem & oppositum augis deferentis in rectum producta superiori parti occurrere epicycli aliter enim proportio dimidij h g ad g t maior non erit in situ propinquiore, quàm in remotiore imò verò minor.

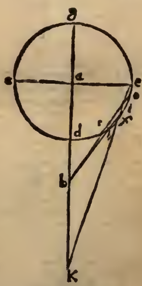
Esto enim in subiecta figura circuli quadrans a b, & linea t g, in rectum producta occurrat circumferentiæ epicycli in h puncto ante b, & excitetur ex ipso h, puncto recta linea h i rectæ a e æquidistans, cuius sectio cum e b, sit pūctum o: erit igitur sicut o g ad g e, sic h g ad g t propter æqualitatem angulorum & similitudinem triangulorum g o h & g e t: quapropter b g ad g e, maiorem rationem habebit, quam h g ad g t: & dimidium igitur b g ad ipsam g e, maiorem quoq; rationem habebit, quam dimidiū h g ad g t. Et idcirco in situ propinquiore non augebitur proportio dimidij interioris lineæ ad exteriorem: quinimò diminuetur. Idem ostendes si vtraq; e g & t g, circumferentiæ epicycli occurrat in inferiore quadrante. Et denique sit g, occurrat inferiori quadranti, quemadmodum in descripta figura sed e g. superiori ante i: similiter enim demonstrabitur maiorem rationem habere dimidiū b g ad g e, quàm dimidium h g ad g t. Sed etiam si concedamus quemadmodum assumunt puncta b & h, esse in medietate epicycli superiore: nondum tamen ostendunt illo syllogismo quòd posibile sit in ipsis planetis in situ propinquiore, & remotiore, stationem fieri in g. Quanquam enim dimidium rectæ b g ad g t, maiorem habeat rationē, quàm dimidiū b g ad g e: & quanto epicyclus propinquior fit opposito augis eccentrici, tanto dimidium lineæ interioris ad exteriorē maiorem rationem habet. Præterea quanquam ratio motus centri epicycli, ad motū planetæ in



epicyclo semper augeatur: non probant tamen quòd in vno atque eodem situ epicycli tātum addere posit in his planetis motuum proportio, quantū linearum, nisi id posibile dicant, quod dubium est, atq; incertum. Et incerta nihilomin⁹ est ratio Ptolemæi quòd in tribus planetis superioribus, & in Venere, quanto epicyclus vicinior est centro mundi, tanto arcus stationū maiores sint. Purbach. tamen Ptolemæū sequutus est. Quapropter cum receptū iam sit in tribus planetis superioribus & Venere quanto epicyclus vicinior est centro mundi, tanto puncta stationum viciniora esse perigeo epicycli, in Mercurio contrà, quanto epicyclus vicinior est centro mundi, tanto stationum puncta distantiora esse a perigæo epicycli. Putat Erasmus Reinoldus huius diuersitatis causam esse, quòd in tribus planetis superioribus, & Venere, proportio quam semidiameter epicycli habet ad extrinsecam lineam, quæ inter ipsum epicycli, & centrum mundi est, eam proportionē quam motus centri epicycli seruat ad ve

locitatem planetæ in epicyclo, minus excedit in situ propinquiore, quàm in remotiore: in Mercurio tamen contrarium accidere.

Nam in situ distantiore à terris proportio semidiametri epicycli, ad extrinsecam lineã inter ipsum epicyclum & centrum mundi, eam quam habet motus centri epicycli ad velocitatẽ planetæ in epicyclo minori differentia superat, quàm quando idem epicycl⁹ est in situ propinquiore. Quanto enim (ait) maior fuerit ea proportio, quæ relinquitur detracta proportione motuum à proportione linearum, tanto longius distare necesse est puncta stationum à perigæo epicycli: & quanto relicta proportio minor fuerit, tanto stationum puncta viciniora erunt. Cæterùm huiusmodi causam non rectè assignatam esse, in hunc modum ostendemus. Circulus c g d, circa centrũ a descriptus, in quadrantes diuidatur duabus diametris c e & g d, & in linea g d, in rectum producta duo sumãtur puncta, b propinquius centro, & k remotius, rectaq; cõnectatur linea k e, descripti circuli circumferentiam secans in f. Intelligamus igitur



eundem circulum cuiusdam epicycli esse, cuius longissima distantia à cẽtro mundi sit a K: breuissima verò æqualis supponatur rectæ a b. Proportionem porrò motus centri epicycli, ad motũ planetæ in epicyclo æqualem ponemus ei quam seruat dimidium rectæ e f ad rectam f K, eandemq; in omni situ.

Quapropter cum epicyclus fuerit in auge eccẽtrici, stationis punctum erit f. At quando fuerit in opposito augis stationis punctum erit inter d & f: hoc enim superius à nobis ostensum fuit. Esto igitur h, stationis punctum in situ oppositi augis, rectaq; connectatur linea b h, quæ quidem in rectum producta circumferentiæ epicycli occurret in puncto i, quadrãtis inferioris: neque enim punctum e, attingere potest, neque cadere inter ipsum e & g, ne dimidium interioris lineæ ad h b, maiorem habeat rationem quàm dimidium e f ad f k, quę quidem est ratio motus centri epicycli, ad motum planetæ in epicyclo.

Igitur sicut se habet dimidium e f ad f K, sic dimidiũ i h ad h b: vtraq; enim est proportio motus centri epicycli ad motum planetæ in epicyclo. Ipsa verò proportio minor est quàm quæ est d a ad d K, & ad d b. Cæterùm maiorem proportionem habet ipsa d a ad d b, minorẽ lineã, quàm ad d k maiorem. Et propterea si proportio motus cẽtri epicycli, ad motum planetæ in epicyclo, ex vtraque proportione d a ad d b, & d a ad d K, fuerit ablata: maior relinquetur proportio quando fuerit detracta ex ea quæ est d a ad d b, quàm quando ex ea quæ est d a ad d k. Sic igitur stationis punctum ad oppositũ augis eccentrici distantius erit à puncto d quàm f: non igitur in h, quod quidem est impossibile. Rursus si, quemadmodum in ipsis planetis superioribus, atque Venere fit, cẽtrum epicycli aliquanto velocius moueri in ipso opposito augis eccentrici posueris, quàm in auge, adhuc ostendemus, vbi maior relinquitur proportio, stationum puncta viciniora esse perigæo epicycli. Intelligamus enim ab ipso b, puncto ad punctum r, inter d & h, rectam lineam venire b r, quæ in rectum producta iterum epicyclum secet in puncto o inter e & i: sic tamen vt detracta proportione quam dimidium rectæ o r habet ad b r, ex ꝓportione d a ad d b, maior adhuc relinquatur proportio, quàm quæ relinquitur quando detrahitur proportio dimidij rectæ h i ad h b, seu dimidij f e ad f K, ex ea quæ est rectæ d a ad d K. Tunc verò ponemus centrum epicycli tanta moueri velocitate in opposito augis eccẽtrici, vt motus ipsius eam seruet proportionẽ ad motũ planetæ in epicyclo, quam di-

dimidium o r ad r b. Sic igitur stationis punctum erit r, quum in auge esset f. Propinquius itaque perigæo epicycli in opposito augis eccentrici, quàm in auge, etiam si celerius moueatur centrum epicycli in opposito augis. & maior relinquatur proportio in ipso opposito augis. Quanquam verò nullius planetæ epicyclus talis existat, qualem finximus: nostra tamen ratio nihilominus euidens est ad ostendendum minorem relinqui proportionem in opposito augis, quàm in auge, causam non esse iustã, ex qua proueniat maior appropinquatio punctorum stationum.

Quod autem sumpsimus, si à duabus inæqualibus rationibus æquales auferantur, maiorem relinqui à maiori quàm à minori, demonstrabitur hoc modo: habeat enim a ad b, maiorem rationem quam c ad d, & ab ipsa ratione quæ est a ad b, auferatur ea ratio quam e habet ad f: sicut autem e ad f, sic se habeat g ad h, ipsaq; ratio quæ est g ad h, ex ea auferatur quam c habet ad d. Dico, quòd maior relinquetur ratio ex ea quæ est a ad b, quàm ex ea quæ est c ad d. Sicut enim e ad f, siue g ad h, sic se habeat i ad b, & k ad d.

Ratio igitur a ad b ex ijs constabit, quæ a ad i, & i ad b. Similiter ratio c ad d, ex ijs constabit quæ c ad k. & k ad d: hoc enim ostensum est ab Eutocio Ascalonita super 2. libro de Sphæra & cylindro Archi. & propterea si ratio i ad b, ex ea auferatur quæ est ad b relinquetur ea quæ est a ad i: & detracta similiter ratione K ad d, ex ea quæ c ad d, relinquetur ea quæ est c ad K. Cæterùm maiorem rationem habebit a ad i, quàm c ad k.

Nam quoniam a primum ad b secundum, maiorem rationem habet quam c tertium, ad d quartum per hypothesim, b verò secundũ ad i quintum eandem rationem habet, & d quartum ad K sextum, per conuersam rationem: maiorem igitur rationem habebit a primum ad i quintum, quàm c tertium ad K sextum. Quod quidem eadem arte demonstrari poterit, qua vsus est Campanus ad ostendendum 31. quinti libri Euclidis: & proinde si a rationibus inæqualibus æquales auferantur rationes, maior relinquetur à maiori quàm à minori, quod fuit à nobis assumptum.

¶ *Tardi dicuntur planetæ & minuti cursu. &c.*

Annotatio quarta.

Prioris partis exemplum Sol est, cum ab auge in longitudinem mediam mouetur. In eo enim loco medius motus verum motum quam maximè superat. Sed ab ipsa media longitudine vsque ad oppositum augis Sol dicetur velox. Nam si ab auge ad longitudinem mediam linea veri motus in aliquo tempore non moueretur tardius quàm linea medij motus: igitur vel velocius, vel æquali velocitate moueretur. Quapropter in fine ipsius concepti temporis vel æquatio æqualis inuenta esset priori, quæ quidem inuenta fuerat in initio eiusdem temporis: aut ea minor, quorum vtrumq; est impossibile. Ostensum est enim in puncto longitudinis mediæ maximam haberi æquationem, & ab auge vsque ad eum locum perpetuo crescere. Similiter ostendetur quòd à longitudine media vsque ad oppositum augis linea veri motus velocius quàm linea medij motus moueatur. Atq; ex hoc concludes quòd in motu verò Solis fit transitus à minori in maius, sed non per æquale: habes præterea quòd à longitudine media ad oppositũ augis dicetur Sol velox quidem cursu, sed diminutus numero. Et aduerte quòd quanquam res ita se habeat, nihilo minus vera sunt quæ de motu Solis æquali & apparente superius annotauimus circa Theoricam Solis.

¶ *Triplex est ratio, cur Luna post coniunctionem quandoq; tardius, quandoq; citius appareat.*

Annotatio quinta.

De prima causa.

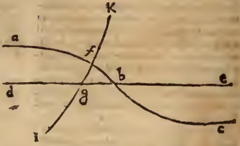
Ponamus solis & Lunæ coniunctionem in signis tardè descendentibus factam fuisse, ipsamq; Lunam latitudine carere. Dico, quòd citius apparebit luna à Sole digressa, quàm si in signis velociter

ter descendentibus ipsa coniunctio accideret. Nam cum Sol occidendo in horizonte fuerit, signaq; occupauerit recte descendentia, Luna ipsa à Sole digressa supra horizontem relinquetur. Quapropter zodiaci arcus inter eam & solem cum maiori æquinoctialis arcu descendet. Huic autem æquinoctialis arcui similis proportionalisue est arcus paralleli Lunæ, qui inter eã & horizontem intercipitur per 17. propositionem 2. libri Theodosij. vel per ea quæ demonstrauimus super decimaseptima 2. libri de Crepusculis: simul igitur descendent, & in eodem tempore. Sed si coniunctio acciderit in signis oblique descendentibus, zodiaci arcus inter Solem & Lunam priori æqualis cum minori æquinoctialis arcu, similiter & cum minori arcu paralleli loci Lunæ descendet. Ex quibus concludes, quòd si in signis recte descendentibus coniunctio fiat, longius intra noctem Luna ipsa ad occasum veniet, quam si facta fuerit in signis oblique descendẽtibus. Et quoniam astra quæ longius intra noctem ad occasum veniunt, melius videntur: minus enim à Solis splẽdore obtenebrantur: quæ autem post Solis occasum statim descendunt minime spectantur. Luna igitur citius videri poterit si coniunctio facta fuerit in signis recte descendentibus: tardius verò in ijs signis quæ obliquum habet descensum.

Ita puto autorem concludere velle lunam à sole digressam in climatibus Borealibus citius apparere. si signa occupauerit quæ sunt à principio Capricorni vsq; ad finem Geminorum.

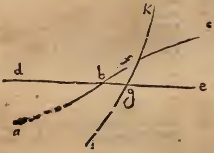
At (quod sumit) arcus eclipticæ ipsius semicirculi ascendentis in climatibus Borealibus rectè descendere certissimum ostendemus in hunc modum. Esto enim a b c, semicirculus eclipticæ descendens, a initium Cancri, b Libræ, c Capricorni, æquinoctialis verò d b e, & arcus f b ad b. punctum terminatus ascendat cum arcu g b, in horizõte obliquo k g i loci Borealis, in quo eleuatio æquinoctialis graduum sit 78. cum minut. 15. aut minor, idest in quo eleuatio poli graduum est 11. minu. 45. aut maior. Dico, quòd g b, maior est ipso b f.

Nam quoniam tres anguli interiores sphærici trianguli b f g, duobus rectis maiores sunt per 49. propositionem tertij libri Ioannis de Monteregio de triangulis: idcirco supposito angulo f b g, maximæ obliquitatis zodiaci graduũ 23. minu. ferè 30. duo igitur anguli g f b & f g b, iunctim gradibus 156. min. 30. maiores erũt: angulus verò f g b, graduũ supponitur 78. min. 15. aut minor: reliquus igitur angulus g f b, maior erit quam graduum 78. min. 15. Maiori autem angulo maius subtenditur latus per septimam primi Menelai: maior igitur erit arcus b g, ipso b f: & proinde idem b f, arcus quadrantis a b ad b, punctum terminatus rectè ascẽdit, in omni horizonte obliquo Borealis loci, in quo eleuatio poli Borealis graduum est 11. cum minu. 45. aut maior, dũmodo tanta non sit Borealis poli altitudo, vt propositus arcus b f, nec ortum nec occasum habeat in ipso horizonte: imò verò semper appareat. Oportet enim altitudinem Borealis poli supra horizontem complemento declinationis puncti f minorem esse, vt idem f in eodem horizonte in vna mundi reuolutione ortum habeat, atque occasum.

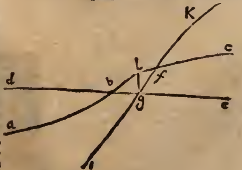


Et quoniam inter arcus quadrantis a b, qui proximior fuerit pũcto a. siue continui sint ipsi arcus; siue non continui, cum maiori æquinoctialis arcu ascendit, quàm qui ab eodem puncto remotior: quod quidem per 6. & 10. tertij libri Theodosij concludes. Omnis igitur arcus quadrantis a b, in prædictis horizontibus Borealiũ locorum rectè ascendit, idest cum maiori æquinoctialis arcu. Atqui in duobus quadrantibus eclipticæ a b & b c, æquales arcus qui ad punctum b, Autumnalem sectionem terminantur, æquales habent arcus ascensionum in vno atq; eodem horizõte, per 14 tertij libri Theodosij. Quapropter coadiuuante communi sententia, si ab æqualibus æqualia auferantur, statim concludes, quoslibet arcus eclipticæ duorũ quadratum a b & b c, æquales æqualiq; interuallo distantes ab ipso b, puncto Autumnalis sectionis æquales inter se habere ascẽsiones. Et proin

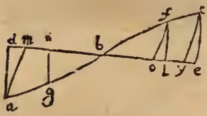
de omnis eclipticæ arcus in semicirculo descẽdente recte ascendit idest cum maiori æquinoctialis arcu. At verò in quo tẽpore oritur vnus arcus semicirculi descendẽtis, in eodem oppositus occidit ascendentis semicirculi: omnis igitur arcus semicirculi ascẽdentis in climatibus Borealibus cum maiori æquinoctialis arcu descendit, quemadmodum autor supposuit, quod demonstrandum erat. Quod autem Capuanus antiquus expositor hunc textum de apparitione Lunæ exponens ait: Pisces & Arietem maximas habere descensiones in sphæra obliqua, allucinatio est. Vtrũ verò omnis eclipticæ arcus semicirculi descendentis oblique occidat, idest, cum minori æquinoctialis arcu, deinceps examinabimus. Esto enim a b c semicirculus, eclipticæ ascendens d b e, æquinoctialis a initium Capricorni, b Arietis, c Cancri, & in obliquo horizonte K g i loci cuiusuis Borealis ascendat arcus b f, quadrantis b c, cum arcu æquinoctialis b g. Dico quod b g, minor est ipso b



f. Nam quoniã angulus b g i eleuationis æquinoctialis est: acutus igitur erit, reliquus autem angulus b g f, obtusus. Atqui duo latera b g. & b f, trianguli f b g. vno semicirculo minora sunt: angulus igitur b g i, exterior ipsius trianguli f b g, interiore b f g, maior erit: & idcirco ipse angulus b f g acutus erit, quapropter sub tensum latus b g, latere b f, quod quidem obtuso angulo subtenditur b g f, minus erit. Et quoniam æquales arcus ad punctum b, terminati ipsorũ quadrantum eclipticæ a b, & b c, cum æqualibus arcubus æquinoctialis ascendunt velut antea demõstrauimus de ijs qui ad sectionẽ autũnalẽ terminãtur. Et in quo tempore arcus eclipticæ semicirculi ascendentis super horizontẽ ascendunt, in eodem oppositi arcus alterius semicirculi descendunt: omnes igitur arcus semicirculi eclipticæ descendentis, qui ad Autumnalem sectionem terminantur, oblique descendunt idest cum minoribus æquinoctialis circuli arcubus, quod erat in primis ostendendum. Sumpsimus porrò duos arcus b g, & b f, vno semicirculo minores esse, quod statim demonstrabimus. Nam quoniam angulus d g i, eleuationis æquinoctialis acutus est, reliquus igitur angulus b g f, obtusus erit. Excitetur itaque ex g, puncto arcus circuli maximi g l, inter æquinoctialem & eclipticam, qui ad ipsum punctum g, rectos angulos efficiat cum æquinoctiali: quod quidem illico efficies si per idem g, & alterum æquinoctialis polum maximum circulum duxeris, secundum Theodosij præceptum in primo libro. Quoniam itaque angulus b, maximæ obliquitatis zodiaci acutus est: latus igitur l g, rectanguli trianguli b l g, minus erit quadrante. At latus b l rectum subtendens angulum minus est quadrante: igitur & reliquum latus b g, rectum sustinens angulum quadrante quoque minus erit. At verò ipse arcus b f, quadrante maior non est: igitur ipsa duo latera b f & b g, trianguli b f g, vno semicirculo minora sunt: quod quidem fuerat assumptum.



Sed esto c e, arcus Coluri inter c initium Cā-
cri & æquinoctialem: quadrans idcirco erit b
e, propterea quòd idem Colurus in eclipticam
& æquinoctialem incidens, & à polis ipsorum
veniens rectos angulos efficit ad c & e. Veniat
igitur per f, eclipticæ punctum arcus maximi
circuli à polis æquinoctialis, qui ipsum æqui-
noctialem secet in l. In triangulo itaq; rectan-
gulo b l f, quoniam latus b l, minus est quadrā-
te: angulus idcirco b f l acutus erit. Rectus est
autem angulus f l b: latus igitur b f, maiori an-
gulum subtensum ipso b l, maius erit. Quapro-
pter arcus f c, qui relinquitur ex quadrante b
c, arcu l e, qui relinquitur ex quadrante b e, mi
nor erit. Esto autem arcus e y, ipsorum f c, &



le differentia, & per ipsa c & y puncta arcus
maximi circuli scribatur c y. Qui quidem obli
quum horizontem referet in eo loco Boreali,
in quo angulus eleuationis æquinoctialis acu-
to angulo c y e, æqualis est. Punctum itaq; ecli
pticæ c, cum puncto æquinoctialis y, orietur
in eodem horizonte. Veniat autem punctum
eclipticæ f, ad eundem horizontem, quem in
eo situ circulus referat f o, cum puncto æqui-
noctialis o. Arcus igitur eclipticæ f c, cum ar-
cu æquinoctialis o y ascēdet. Atqui maior est
o y ipso f c, nam l y æqualis est eidem f c:
igitur o y, maior quàm f c. & proinde rectè as
cendit arcus f c, in ipso eodem horizonte, in
quo eleuatio æquinoctialis angulo c y e æqua
lis est. Esto autem a g, arcus æqualis arcui f c,
qui in ipso eodem horizonte obliquo cum ar-
cu æquinoctialis ascēdat m n. Et quoniam ipsi
f c & a g, æquales arcus æqualibus distant in-
teruallis a puncto b, sectionis Vernæ, æquales
idcirco habebunt ascensiones o y & m n: quē-
admodum superius demonstrauimus de arcu-
bus semicirculi descendentis. Quare si f c po-
suerimus signum Geminorum, erit a g Capri

corni signum, rectèque ascendent in ipso ho
rizonte obliquo c y.

At vero in quo tempore signum Geminorum
ascendit, in eodem Sagittarius descendit: & in
quo ascendit Capricornus, in eodem descen-
dit Cancer. Duo igitur signa Cancri & Sagit
tarij cum maioribus arcubus descēdunt in ip-
so eodem horizonte obliquo. Idem ostendes
de quouis alio arcu terminato ad initium Can
cri aut Capricorni. Et idem similiter ostendes
de ijs omnibus, qui partes fuerint illorum ar-
cuum eclipticæ, qui quàm maximè à suis ascē
sionibus rectis superātur, etiam si ad initia Cā
cri, aut Capricorni minimè terminentur, quē-
admodum in libro de Ascensionibus signorum
prolixius conscripsimus. Signum itaque Ge-
minorum in eleuatione poli Borealis graduū
12. cum arcu æquinoctialis ascendit graduum
31. minu. ferè 23. signum verò Libræ cum Gr.
30. minu. 23. Sagittarius igitur descendet in eo
dem horizonte cum Gr. 31. minu. 23. Signum
tamen Arietis cum Gr. 30. minu. 23. & ad lati-
tudinem vsque graduum 15. cum maiori æqui
noctialis arcu signum Geminorum ascendit,
quam Libræ: & proinde rectius descendet Sa-
gittarius quam Aries. Sed hæ latitudines mi-
nores sunt latitudine medij primi climatis: sen
tentia autem Autoris de locis Borealioribus
certissima est. Qui quoniam censet tardiorem
descensum causam esse citioris apparitionis:
minimè igitur negare debet in locis vicinis æ-
quinoctiali circulo tardius apparere Lunam in
Ariete, aut Piscibus, quam in Cancro, aut Sa-
gittario: de qua quidem re infra disputabimus.

De secunda causa,

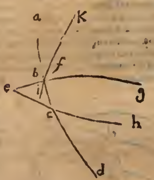
Annotatio sexta.

LVna etiam citius appare-
bit post coniunctionem (in
quit autor) si latitudinem
habuerit Borealem: tardius
enim descendet, tardior au
tem descēsus Lunæ post So
lis occasum (iuxta Autoris
sententiam) causa est citio
ris apparitionis. Id autem certissimum com-
peries in ijs Borealibus locis, quæ à tropico Cā
cri vsque ad circulum arcticum posita sunt. Nā
in

In ijs quæ inter eundem tropicum & circulum æquinoctialem sita sunt, contrarium accidere potest: nempe vt Luna latitudinem Borealem habeat, & citius descendat: interdū verò simul descendet cum gradu eclipticæ in quo existit, & interdum tardius. Prioris partis demonstratio hæc est. Esto e b g ecliptica, & e c h æquinoctialis, quorum sectio Verna sit e, sitq; a b c d, Occidentalis pars horizontis Borealis loci cuius latitudo maxima zodiaci obliquitate minor non sit: punctum verò eclipticæ b, cū æquinoctialis puncto c simul descendat: Lunæ verò locus sit b, videlicet sine latitudine post ipsius cum Sole coniunctionem.

Igitur quoniam loci latitudinem posuimus maxima zodiaci obliquitate minorem non esse: complementum idcirco altitudinis poli complemento maximæ obliquitatis zodiaci maius non erit.

Angulus porrò e c b, complementi altitudinis



poli est in ipso eodem horizonte a b c d, & angulus b e c, maximam subtēdit zodiaci obliquitatem: duo igitur anguli b e c, & e c b, vno recto angulo maiores non sunt, & quoniam tres interiores anguli sphærici trianguli e b c, duobus rectis maiores sunt: angulus igitur c b e, recto angulo maior erit, atque contrapositus a b g, cum sit ei æqualis angulo etiam recto maior erit. Veniat itaq; à polo eclipticæ Boreali ad b, quadrans maximi circuli qui sit k b: cadet igitur ipse K b, inter a b, & b g, propterea quòd angulus a b g obtusus ostensus est, & angulus K b g, rectus est per.19. primi Theodosij. Luna igitur in b, descendit cum puncto c, sed si inter b & K posita fuerit, vt in f, latitudinis nempe Borealis, tardius ad horizontem Occidentalē veniet, quàm b aut c: multò autem tardius quàm si Australem latitudinem haberet.

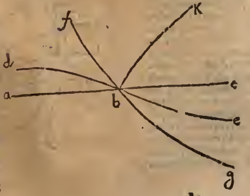
Id enim statim concludes, si quadrantem b K, ad zodiaci polum Australem prolongaueris, ipsamq; Lunam in puncto i collocaueris: tardius enim descendit b quam ipsum i, quare & multò tardius f, quàm idem i.

At quoniam in descripta figura locum Lunæ posuimus b, extra eclipticæ & æquinoctialis sectiones, ponamus modò æquinoctialis a b c, & eclipticæ d b e, Autumnalem sectionem, idest, initium Libræ esse b, horizontis verò Occidentalis pars esto f b g, & multò facilius ostendemus Lunam positam in b, sine latitudine citius descendere, tardius verò, si in eodem gradu existeret cum Boreali latitudine.

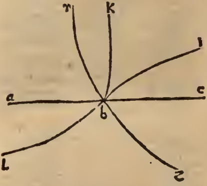
Quoniam enim angulus a b f, complementi est altitudinis poli: acutus igitur erit, & idcirco reliquus f b c obtusus. Quare obtusior adhuc erit angulus f b e, qui ex concursu fit horizontis cū ecliptica. Veniat itaq; à polo zodiaci Boreali maximi circuli quadrans K b, qui rectos angulos efficiet cum ipsa ecliptica ad b.

Cadetque ipse quadrans k b, inter f b, & b e.

Et propterea si Luna posita fuerit inter k & b, cum latitudine videlicet Boreali, tardius descendet quàm in b, etiam si loci latitudo maxima zodiaci obliquitate minor sit, queadmodū ex hac cōcluditur demōstratione. Angulus enī a b f, in ōni obliquo horizōte acut⁹ existit, qui



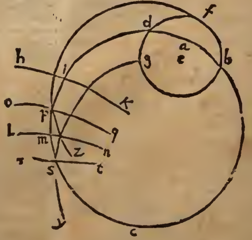
ve.ò ex duobus rectis relinquitur, obtusus est: & propterea angulus f b e, obtusior adhuc erit, & idcirco quadrans b K, cadet inter f b, & b e. Rursus ponamus a b c æquinoctialem, eclipticam verò l b i, punctum sectionis Vernæ b, partem Occidentalem horizontis r b z. Sitq; poli altitudo maxima zodiaci obliquitate maior, & erit idcirco angulus a b r, minor angulo cõplementi maximæ obliquitatis zodiaci. Quapropter duo anguli a b r, & a b l, iuncti vno angulo



recto minores sunt: & propterea reliquus angulus r b i, obtusus erit. Ducto itaque quadrante b K ad ipsum b, rectos angulos faciente cũ b i: cadet igitur ipse quadrãs inter b r, & b i, & id circo si inter b & k luna posita fuerit, tardius descendet quã b. Cæterùm si loci latitudinẽ maximæ solis obliquitati æqualẽ posuerimus, angulũ l b r, rectũ esse consequẽs erit: & idcirco ipse circulus horizontis per polos eclipticæ trãsibit. Quapropter si lunã posueris in initio Arietis, siue latitudinem habeat Borealem, siue Australem, vnà descendet cum

b. Cum Luna verò extiterit in signis Australibus, ea demonstrandi arte vti oportebit, qua in prima figura vsi sumus, triangulum constituentes ad sectionem Autumnalem. Porrò vt posteriorem assumpti partem demonstremus, circulum maximum a b c d, horizontem intelligamus eorum locorum quæ sunt inter æquinoctialem, & circulum Cancri polum mundi Borealem e, circulus verò descriptus propter motum primæ sphæræ ab eclipticæ Boreali polo sit d f b g, sintq; d & b, ipsius arctici circuli & horizontis intersectionum puncta: Orientalis horizontis semicirculus sit a b c, Occidentalis verò a d c. Zodiaci autem polo in intersectione b constituto, ecliptica in Occidentali horizonte positionem habeat h i K, in d verò positionem l m n: at in f puncto sub horizonte, positionem o p q in g. deniq; puncto quouis supra horizontem positionem habeat r s t. Dico quod Luna in i aut m, non citius aut tardius occidet, quam si latitudinem haberet, vel Australem, vel Borealem. Nam quoniam circulus horizontis à polo eclipticæ veniens eclipticam secat in i & m: ipse igitur horizontis circulus, latitudinis circulus erit: & ꝓpterea luna ipsa in i aut m non citius aut tardius occidet, quam si latitudinem haberet aut Australem, aut Borealem.

Sed

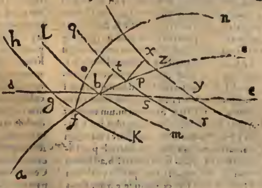


Sed ponamus Lunam in p, dico quod tardius occidet quam si latitudinem haberet Borealē, citius verò quam si latitudinem haberet Australem. Quoniam enim polo zodiaci Boreali in f constituto, circulus eclipticus positionem habet o p q. Veniat igitur ab ipso f, circulus maximus ad p, qui ad z, prolongetur versus Australem zodiaci polum: ipse igitur circulus f p z, latitudinis circulus erit. Quando autē punctum p, occidentalem horizontem attingit, quoduis aliud punctum inter f & p, sub horizonte iam conditum est: quæ verò sunt inter p & z nondum occidunt. Luna igitur in p, constituta tardius occidet, quàm si latitudinem haberet Borealem: citius verò quam si latitudinem sortiretur Australem. Et ponamus deni que lunā in s. Dico, quòd citius occidet, quàm si latitudinem Borealem haberet, tardiꝰ quam si latitudinem haberet Australem. Nam quoniam polo zodiaci Boreali in g constituto, circulus eclipticæ positionem habet r s t: veniat igitur ab ipso g, circulus maximus ad s, qui prolongetur ad y, versus alterum zodiaci polum. Ipse igitur circulus g s y, latitudinis circulus erit. Quando autem punctum eclipticæ s, horizontis semicirculum Occidentalem attingit, quoduis aliud punctum quadrantis g s, adhuc sup. horizontem relinquitur: quæ verò sunt inter s & y, sub ipso horizonte iā condita sunt. Luna igitur in s constituta, cuius occidit, quàm si latitudinem haberet Borealem, tardius verò si latitudinem Australem sortiretur: quod quidem demonstrandum suscepimus. Itaque hæ duæ causæ propter quas Luna citius apparet post ipsius cum Sole coniunctionem, & tertia quoque de motu velociori, in vnam causam concurrunt, ea est tardius ad occasum venire. Atque ad eum modum Arabes Lunæ apparitionem definiunt, per tempo a videlicet gradusúe æquinoctialis, quæ post Solis occasum sub horizonte descendunt: nobis tamen aliter videtur. Potius enim Solis occultationem sub horizonte causam esse putamus, propter quam Luna interdum citius, interdum tardiùs appareat post ipsius cum Sole coniunctionem, quàm maiorem aut minorem descensum arcus eclipticæ inter ipsa luminaria.

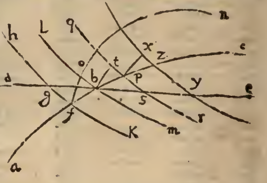
Nam nisi tardior descensus maiorem postulauerit Solis occultationem, quamuis longius intra noctem terminetur: causa non erit vt Luna citius appareat. Contingit autem æqualium arcuum eclipticæ pares descensus inæquales postulare Solis occultationes. Contingit etiam interdum, æquales zodiaci arcus inæquales habere descensus: cæterùm maiori descensui minorem occultationem respondere. Tardior porrò descensus maius temporis spatium intra noctem fluxum esse indicat, sed maior Solis occultatio maiorem ostendit circa horizontem obscuritatem: ex qua quidem prouenit, vt astra quæ circa horizontem sunt, melius à nobis videantur.

Contingit autem (fateor) Lunam interdiu conspici: cæterùm eo tempore distantior est à Sole, & plenior lumine.

Esto igitur a b c semicirculus eclipticæ ascendens, d b e æquinoctialis, b sectio Verna, locus Solis f, locus verò Lunæ b, post ipsorum coniunctionem, semicirculus Occidentalis obliqui cuiusuis horizontis in quo loci latitudo maior est maxima Solis declinatione esto h g f K, æquinoctialē secans in g, & eclipticam in f. Arcus itaque æquinoctialis b g, descēsus erit arcus eclipticæ f b, quo depresso ipse obliquus horizon positionem habeat l b m. Veniat autem à puncto n, horizontis polo ad horizontem l b m, circuli maximi quadrās, qui vsque ad f, descendat Solis locum sub horizonte, ipsumque horizontis circulum l b m, secet in o: non enim secabit in b, nec infra b, quia polus horizontis supra c, consistit,



Erit itaque arcus o f, Solis occultatio sub horizonte arcui f b respondens, sub eodem horizonte depressio, rectosq; efficiet angulos cum ipso circulo l o m, ad punctum o. per 19. primi Theodosij. Et intelligamus deinceps aliam Solis & Lunæ coniunctionem in qua locus Solis sit b, Lunæ verò p: sintq; duo arcus f b & b p, æquales inuicem, & cum Luna ad occasum peruenerit, ipse idem obliquus horizon propositionem habeat p q r, æquinoctialem secās in s: arcus autem occultationis Solis in eodem temporis momēto sit b t, rectos efficiēs angulos cum horizonte ad punctū t, quippe quod à polo ipsius horizontis veniat. Duo igitur eclipticæ arcus f b, & b p, æquales sunt, & arcus descensionum eorundem videlicet b g, & b s, æquales sunt, per 14. tertij libri Theodosij. cæterum arcus occultationis Solis f o, & b t, inæquales ostendemus, nempe b t, minorem ipso f o. Duo enim anguli b p t, & b p s, duobus rectis sunt æquales, tres verò anguli interiores trianguli b s p. duobus rectis maiores sunt: detracto igitur communi angulo b p s, minor relinquetur angulus b p t, duobus angulis p b s, & p s b, simul sumptis per communem sententiam. Quorum vnus videlicet p b s, maximæ obliquitatis zodiaci est: alter verò qui est p s b, complemēti altitudinis poli in proposito obliquo horizonte. Atqui angulus f b o, duobus angulis æqualis est simul sumptis, angulo nempe f b g, maximæ obliquitatis zodiaci, & angulo g b o, complementi altitudinis poli in eodem horizonte: angulus igitur b p t angulo f b o, minor est. Duo autem triangula f o b, & b p t, angulos ad t & o, puncta rectos habent: igitur sicut sinus totus se habet ad sinum rectum anguli b p t: sic sinus lateris b p ad sinum lateris b t. Similiter sicut sinus totus ad sinum rectum anguli o b f, sic sinus lateris f b, ad sinum lateris f o: maiorem autem rationem habet sinus totus ad sinum anguli b p t; quàm ad sinum anguli f b o, quia minor ostensus est angulus b p t angulo f b o, vtroque acuto existente: maiorem igitur rationem habebit sinus lateris b p, ad sinum lateris b t, quam sinus lateris f b, ad sinum lateris f o. At æqualia sunt per hypothesim duo latera f b, & b p: & proinde eorum sinus æquales erunt: minor igitur erit sinus lateris b t, vt pote ad quem maior habetur ratio, ipso sinu lateris f o, ad quem minor. Atqui ipsa latera b t & f o, minora sunt quadrantibus: igitur arcus b t, minor erit ipso f o. Sunt itaq; arcus eclipticæ æquales, & ascensiones æquales habent. Cæterum occultationes Solis inæquales sunt, quod demonstrandum suscepimus. Ipsa porro latera b t, & f o, minora esse quadrantibus demonstrabis: quoniam angulus f b o, mi-

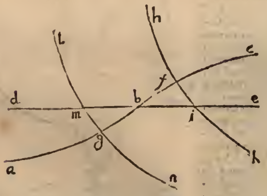


nor est recto, similiter & angulus b p t.

Præterea ponamus arcum zodiaci p z, æqualem rursus ipsi f b aut b p. & intelligamus aliam Solis & Lunæ coniunctionem in qua quidem Solis locus sit p sub horizonte, & Lunam digressam esse á Sole arcu p z, ad occasum q; venire cum puncto æquinoctialis y, in ipso eodem horizonte, qui positionem habeat z y: erit igitur s y, descensio arcus p z, maior quidem descensione arcus f b aut b p: propterea quòd ipse arcus p z a sectione Verna distantior est. Deducatur autem ex puncto p, arcus maximi circuli p x rectos facient angulos cum horizonte in puncto x. Et eadem demōstrandi arte, qua paulò ante vsi sumus angulum p z x, ostendemus minorem esse angulo f b o: & proinde arcum occultationis Solis p x, minorem esse arcu occultationis f o. Sunt itaque f b, & p z, arcus zodiaci æquales, inæquales habentes descensus: quibus etiam respondent Solis occultationes inæquales, videlicet vbi maior est descensus, ibi minor est Solis occultatio, quòd erat à nobis demonstrandum.

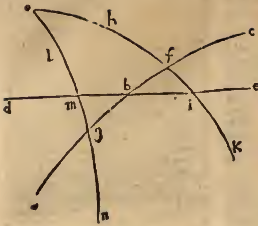
Certissimum autem putamus citius Lunam apparere post ipsius cum Sole coniunctionem, si ipsorum distantia semicirculi eclipticæ ascendentis

dentis fuerit: tardius verò si semicirculi descẽdentis, quemadmodum autor scripsit: non tamen propterea quòd maiores sint descensus in vno semicirculo quàm in altero vt ille asseruit, sed quia sol descendendo occultior erit sub horizonte cum distantia ipsius a Luna semicircu li ascendentis fuerit: minus autem occultus si descendentis semicirculi. Et quoniam maior hæc aut minor Solis occultatio ex angulis prouenit qui ex concursu fiunt eclipticæ & horizontis obliqui: vbi enim istiusmodi angulus minor fuerit, ibi Solis occultatio minor erit, quemadmodum ex ijs quæ superius demõstrauimus, perspicuum est: operæpretium igitur erit demonstrare quòd omnis angulus Occidẽtalis Borealisq; qui ex concursu fit semicirculi eclipticæ ascendentis cum semicirculo Occidentali obliqui horizontis maior est omni angulo, qui ex concursu fit ipsius semicirculi horizontis cum semicirculo eclipticæ descendenti. Quod quidem facile ostendemus, si demonstratum fuerit in primis, quòd anguli huiusmodi qui ad puncta eclipticæ fiunt, quæ paribus interuallis ab alterutra sectione Aequatoris distant, æquales sunt inter se. Esto enim a b c, semicirculus eclipticæ ascendens,



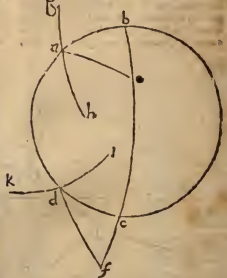
d b e æquinoctialis, b sectio Verna, & sint f & g duo ipsius semicirculi eclipticæ puncta, quæ paribus interuallis distent ab ipsa sectione b, veniatque per f, obliquus horizon h f i k, qui ad ipsum f punctum angulum efficiat a f h, Occidentalem Borealemque: cum autem punctum g, ad occasum venerit, idem obliquus horizon positionem habeat l m g n, angulum efficiens a g l, Occidentalem Borealemque. Dico quod duo anguli a g l, & a f h, æquales inuicem sunt. In sphærico enim triangulo b f i, sicut se habet sinus rectus anguli b i f, complementi altitudinis poli ad sinum rectum anguli i b f, maximæ obliquitatis zodiaci, sic sinus rectus lateris b f, ad sinum rectum lateris f i. In triangulo rursus sphærico b g m, sicut sinus rectus anguli b m g ad sinum anguli g b m, sic sinus b g, ad sinum g m. Atqui duo anguli b i f, & b m g, quorum vnus est complementi altitudinis poli: alter verò altitudinis Aequatoris æquales sunt: igitur sicut sinus b f ad sinum f i, sic sinus b g ad sinum g m: & quoniam duo arcus b f & b g, æquales sunt per hypothesim: igitur sinus recti duorum arcuum f i, & g m, æquales erunt per quintum librum Euclidis. Et quoniã ipsi arcus f i, & g m, minores sunt quadrantibus: sunt enim latitudines occasuum punctorum f & g, partes videlicet quadrantum horizontis, qui sunt inter meridiani sectiones, & ipsam atque i puncta: duo idcirco arcus f i, & g m, æquales inuicem erunt. Concurrant autem in puncto o Boreali ipsi duo horizontes qui pro vno atque eodem sumuntur. Nam nihil interest vtrum horizonte immobili existente sphæra moueatur, an sphæra quiescente horizontem mobilem feceris. Et quoniam duo anguli d m o, & d i o, complementi altitudinis poli Borealis æquales sunt: duo igitur latera m o, & i o, sphærici trianguli m o i coniuncta vni semicirculo æqualia erunt lateri autem m o arcum addemus g m, sed à latere i o, arcum subtrahemus f i: & erunt rursus vni semicirculo æquales duo arcus g o, & f o: quapropter in sphærico triangulo g o f angulus

a g



b g o, angulo a f o, æqualis erit, ideſt angulus a g l, angulo a f h æqualis. Poteris autem neglecta ratione ſinuum (ſi libet) duos arcus f i, & g m, æquales inuicem oſtendere. Duo enim arcus b i & b m, æquales ſunt p 14. tertij Theod. igitur f i, & g m, æquales erunt per 4. primi Menelai.

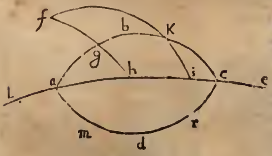
Idem ſimiliter demonſtrabis, & eadem prorſus arte de angulis qui fiunt in ſemicirculo deſcendenti. De iis verò qui fiunt ad initium Capricorni, & finem Geminorum, quoniam nullum trianguli latus hemicyclium eſſe poteſt: aliam igitur conſtruemus demonſtrationem ad hunc modum. Obliquus horizon eſto a b c d, polus mundi Boreus, qui manifeſtus eſt, eſto e, occultus verò f, ſemicirculus Occidentalis horizontis eſto b d c: reliquus autem ſit Orientalis, & Occidente a Cancri initio, habeat zodiacus poſitionem g a h, Occidente autem d Capricorni initio, habeat ipſe zodiacus poſitionem K d i. Dico, quod exterior angulus b a g, Occidentalis Borealisq; qui ad punctum a, efficitur angulo a d k qui ad d. & Occidentalis etiam eſt, atq; Borealis æqualis eſt. Scribatur enim per a & e, maximus circulus, item per f & d, & meridianus agatur b e c f. In duobus itaq; ſphericis triangulis a b e & d c f, quoniam meridianus per polos horizontis venit, angulos rectos efficiet e b a, & f c d: duo autem latera b e, & c f, æqualia ſunt, Eſt enim b e, eleuatio poli manifeſti, c f verò depreſſio occulti poli, duo præterea latera a e, & f d æqualia, complementa enim ſunt maximarum zodiaci obliquitatum. Reliqua idcirco latera cum reliquis angulis inter ſe æqualia erunt, per vltimam propoſitionē tertij libri Ioānis de Monteregio: angulus igitur b a e, angulo c d f æqualis eſt. Quod etiam ex proportione laterum & angulorum concludere poteris, in hunc modum. Nam quoniam duo latera a e, & b e, duobus d f, & f c, alterū alteri æqualia ſunt, & ſinus laterum & angulorum eandem ſeruant proportionem: igitur ſicut ſinus totus ad ſinum anguli b a e, ita ipſe ſinus totus ad ſinum anguli c d f: acuti porrò ſunt ipſi anguli b a e, & c d f, quia latera oppoſita minora ſunt quadrātibus, æquales igitur erūt iidem anguli.



Recti ſunt autem duo anguli g a e, & f d I, quoniam arcus a e, & f d, producti per polos eclipticæ veniunt: detractis igitur æqualibus angulis b a e, & c d f, reliqui anguli b a g, & c d i, æquales inuicem erūt per communem ſententiam. Atqui angulus c d i, cōtrapoſito a d k æqua

æqualis est: duo igitur anguli b a g, & a d k. Occidentales Borealesq; qui ad ipsa initia Cancri & Capricorni fiunt, ex concursu eclipticæ & horizontis æquales sunt, quod demonstrandum relinquebatur.

Nunc verò facile erit demonstrare, quòd omnis angulus Occidentalis Borealisq;, qui ex cõcursu fit semicirculi eclipticæ ascendentis cũ semicirculo Occidentali obliqui horizontis maior sit omni angulo Occidentali Borealiq;, qui ex concursu fit ipsius semicirculi horizontis cum semicirculo eclipticæ descendẽti. Esto enim circulus a b c d ecliptica, semicirculus ipsius Borealis a b c: Australis verò c d a, æquinoctialis l a e, sitq; a initiũ Arietis, c Libræ, b Cancri, d Capricorni. Semicirculus itaque ascendens erit d a b, descendens autem b c d. Dico, quòd omnis angulus Occidentalis, Borealisq;, qui ex concursu horizontis obliqui fit cum ipso circulo eclipticæ, ad puncta semicirculi ascẽdẽtis d a b, maior est omni angulo similiter Occidentali Borealiq;, qui fit ad puncta semicirculi descendentis b c d. Horizon enim obliquus f g h, in Occidentali parte angulum efficiat f g a, Occidentalem Borealemq; cum



ecliptica ad punctum g. semicirculi ascendentis, primi nempe quadrantis: in puncto autem k, secundi quadrantis angulum efficiat f K g similiter Occidentalem Borealemq; positionẽ habens f k i: duo autem puncta h & i ea sint, in quibus ipse horizon æquinoctialem intersecat. In triangulo itaq; f h i: quoniam duo anguli a h f, exterior videlicet, & h i f interior æquales sunt, quippe quòd anguli sint complementi altitudinis poli in eodem horizõte: duo igitur latera f h & f i, coniuncta vni semicirculo æqualia erunt. Et propterea duo latera f g, & f K, trianguli f g K, vno semicirculo minora erunt: ex quibus concludes quòd exterior angulus f g a, interiore f K g, maior erit. Et hac arte demonstrabis quòd huiusmodi anguli ab a in b, & à b in c, perpetuò decrescant, angulosq; primi quadrantis angulis secundi quadrantis maiores esse: à puncto autem c in d, & à d in a, in semicirculo nempe Australi huiusmodi angulos perpetuò crescere. Sumatur præterea in quadrante c d punctum quoduis r. Dico, quòd angulus qui fit ad g. punctum quoduis quadrãtis a b, maior est eo qui fit ad r. Distent enim K & r, paribus interuallis à puncto c Libræ initio. Igitur duo anguli Occidentales Borealesq; ad ipsa puncta K & r, æqualia erũt, per ea quæ superius demonstrauimus. At verò angulus qui ad g, maior est eo qui ad K: maior est igitur angulus qui ad g, eo qui ad r: & proinde angulus qui fit ad punctum quoduis primi quadrantis angulo qui fit ad quoduis punctum semicirculi descendentis maior erit. Et sumatur præterea punctum quoduis in quadrante d a, quod sit m. Dico, quòd angulus qui fit ad ipsum m, maior est omni angulo qui fit in semicirculo descendenti. Distent enim m & g, paribus interuallis ab ipso a, puncto Arietis initio: quapropter anguli ad m, & g æquales erunt. Atqui maior est angulus qui ad g, omni angulo qui fit in semicirculo descendenti. Omnis itaq; angulus factus in semicirculo ascendenti Occidẽtalis Borealisq; maior erit omni angulo Occidentali Borealiq; semicirculi descendentis. Et quoniam quemadmodum anguli ab a in c, per b perpetuò decrescunt: ita ij qui sunt in punctis à c, in ipsum a per d, perpetuò crescunt. Angulus itaq; qui fit ad initium Arietis omnium maximus erit: qui verò ad initium Libræ omnium minimus. Continet autem qui ad initium Arietis maximam zodiaci obliquitatem cum complemento altitudinis poli, sed qui ad initium Libræ is erit qui relinquitur detracto angulo obliquitatis zodiaci ex angulo complementi altitudinis poli. Et propterea Luna initium Arietis occupan

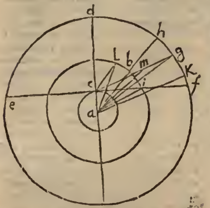
parte atque in horizontis parte Occidentali constituta, maxima erit Solis occultatio sub ipso horizonte post coitum: minima verò in initio Libræ. Et quia horizontis & eclipticæ inclinationes ex vtraq; parte æquales inuicem sunt, quod illico patefiet, si in ipsis intersectionibus polos intellexeris maximi cuiusdam circuli per fines quadrantum venientis: anguli igitur Occidentales atque Orientales vtriusque semicirculi eclipticæ ascendentis, atque descẽdentis, qui cum horizonte obliquo fiunt, ea lege commutabuntur, vt Orientales vnius Occidentalibus alterius æquales sint. Orientalis itaque angulus in initio Arietis minimus, sed in initio Libræ maximus. Et propterea Luna in initio Arietis existente, & in Orientali horizontis parte ante ipsius cum Sole coniunctionem, minima erit Solis sub horizonte occultatio: maxima verò in initio Libræ. Igitur sicut noua Luna post coitum vesperi post Solis occasum, ea in Ariete existente citius apparet, ita senescens ante coitum manè ante ortum Solis ob eandem causam citius idest multo ante ipsum coitum occultabitur. In Libra verò contrarium. Quod si aut citas aut tardas nouæ Lunæ apparitiones, veterisq; occultationes, non ad Solis occultationes (vt nostra fert opinio) sed potius ad celeres aut segnes ascensus, atque descensus arcuum eclipticæ inter ipsa lumina ria referre velis, quemadmodum Geor. Purba. & Arabes: nouam igitur Lunam post coitum in Capricorno & Geminis quam citissimè apparere inquies, in Virgine verò & Libra tardissimè: veterem autem ante coitum in Piscibus & Ariete citissimè occultari, sed in Cancro & Sagittario tardissimè. Motus porrò Lunæ velocior sicut post coitum distantiam à Sole prolõgat, efficitque vt noua citius appareat, ita ante coitum distantiam contrahit: & vetus idcirco Luna tardius occultetur. Borealis etiam Lunæ latitudo causa est in his climatibus Borealibus, vt noua citius appareat, tardiusque idest non multò ante coitum vetus atque senescens occultetur. Concurrent igitur tres autoris causæ, vt in eodem die in quo Luna vetus est, noua vesperi videatur, quod si duæ tantum, secundo die apparebit: si verò vna sola, tertio die nõ autem vt in vno atque eodem die, in quo manè ante ortum Solis vetus Luna videtur, vesperi noua appareat. Nam coniunctionem fieri in semicirculo eclipticæ ascendenti æquè causa est vt noua Luna citius appareat, ac vetus citius occultetur longiorique tempore ante coitum lateat. At minimè occultari oporteret veterem Lunam, ne dicam tardius, vt manè in eodem die ante coitum videatur, vespereque post ipsum coitum noua appareat. Quod si autor putauit illud contingere posse, quemadmodum ipsius verba enunciare videntur, quodque nonnulli se conspexisse affirmant: perperam tamẽ asseruit à tribus illis causis vnà concurrẽtibus prouenire. Albategnius autem Astronomorum diligentissimus singulas causas enarrans citæ apparitionis Lunæ post coitum tres alias adiecit. Nam habendam esset rationem (inquit) diuersitatis aspectus vt arcus zodiaci cognoscatur, qui inter locum Lunæ visum & Solem occidentem comprehenditur, & distantiam quoq; ipsius Lunæ a terra metiendam, item & veram intercapedinem inter Lunam & Solem. Cum enim Luna à Sole distat Grad. 180. plenitudinem sui luminis ostendit: & quoniam 12 in 15. faciunt 180. interuallo igitur ipsorum luminarium per 15. diuiso, luminis digiti ex partitione venient, idest duodecimæ. Et denique cõcludit Lunam post coitum infra spacium vnius diei naturalis videri non posse: igitur multò minus concedet veterem & nouam in vno artificiali die conspici.

¶ *De diuersitate aspectus.*

Annotatio septima.

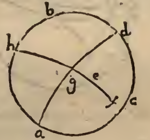
Centrum terræ sit a, Planetæ visus in supero hemisphaerio b, locus vnde aspicitur in superficie terræ c. Igitur constituto triangulo a b c, ipsius planum extendatur vsque ad firmamentum, in quo punctum supra verticem, terminus videlicet lineæ a c, in rectum productæ esto d, & horizontis linea in eodem plano sit recta e f. Producatur autem a b & c b, vsque ad g & h, in firmamento: ipse igitur planeta videbitur in g, sed eius verus locus erit in h. Apparens itaque distantia à zenith erit d g: vera porrò d h: & idcirco diuersitas aspectus in circulo alti

altitudinis erit arcus g h. Excitetur aūt à pūcto a recta linea a K, vsque ad firmamentum, rectæ c g parallela: & quoniā recta a c, terræ semidiameter insensibilis quātitatis est respectu a K: arcus igitur g K, insensibilis censebitur quantitatis in circulo d f e: & propterea arcus h K, æqualis existimabitur arcui g h, diuersitatis aspect⁹.



At verò angulus c b a, coalterno b a K, ipsum arcum h K subtendenti æqualis est. Idem itaque angulus c b a, aspectus diuersitatem diffiniet in ipso d f e, altitudinis circulo, si in centro eiusdē circuli constitutus fuerit. Maximus autem erit hic angulus diuersitatis aspectus in horizonte, quāroq; ab eo distātior fuerit, tāto minor erit. Ponatur enim planeta in i, horizontis puncto, rectaq; connectatur linea a i, veri loci. Dico, quòd angulus a i c, diuersitatis aspectus in horizonte angulo a b c, diuersitatis aspectus ipsius eiusdem planetæ supra horizōtem maior erit. Et ponatur rursus idem planeta in alio loco altiore vt in l, rectæq; connectantur lineæ a l, c l: maior igitur erit angul⁹ a b c, angulo a l c. Quæ quidem eadem prorsus arte demoustrabis, qua superius in Theorica Solis vsi fumus, ad ostendendum diuersitatem æqualis motus & apparētis, idest medij & veri motus, in puncto longitudinis mediæ maximam fieri: quanto autem Sol opposito augis vicinior fuerit, tanto minorem esse. Hæc enim facile concludes, si punctum a finxeris centrum eccentrici Solis, c mundi centrum & lineam: idcirco c i mediæ longitudinis esse. At quòd quantò astrum distantius fuerit à cētro mūdi, tanto minorem habeat aspectus diuersitatem, statim intelliges si à centro mundi a, rectam lineam duxeris ad punctum m, positū inter b & g. Et quoniam in triangulo a b m, exterior angulus c b a, interiore oppositoq; a m b maior est: planeta igitur visus in m, minorem habebit aspectus diuersitatē: & proinde maior erit diuersitas aspectus planetæ propinquioris quàm remotioris, quod erat ostendendum.

In nonagesimo gradu eclipticæ ab ascendente nulla fit diuersitas aspect⁹ in longitudine, quia ipse nonagesimus gradus eclipticæ semper est in circulo per zenit, & polos eclipticæ procedēte. Esto enim horizōtis circulus a b c, cuius polus e, segmentum eclipticæ supra horizontē positum sit a d, & veniat à polo zodiaci f, circulus maximus per e, eclipticam secans in g, & horizontem in h. Dico, quòd g est nonagesimus gradus ab ascendente. Nam quoniam horizontis & eclipticæ circuli se inuicem per æqualia secant per 15. propositionem primi libri Theod. semicirculos igitur a b d, & a g d, per æqualia secabit ipse circulus f g h, per polos vtriusque veniens per 12. propositionem secundi libri ipsius

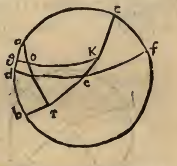


Theodosij: & propterea a g, quadrās erit: & ꝑinde punctū g, 90. grad. erit: ab ascendente, in quo quidem nulla diuersitas aspectus in longitudine cōtinget: propterea quòd ipse idem circulus maximus f g h, sub quo astrum videtur à polis eclipticæ venit. Diuersitas tamen aspectus tūc habebitur in latitudine, quæ quidem non alius arcus erit, quàm ille quem superius diuersitatē aspectus simpliciter dictam, siue in circulo altitudinis definiuimus.

Animaduertendum est præterea, tantā esse di-

 stan

stantiam inter nonagesimum gradum eclipticæ ab ascendente & meridianum, secundum diuisiones horizontis, quãta est amplitudo ortus ascendentis. Circulus enim a b f, sit meridianus d e f semicirculus æquinoctialis, b e c semicirculus horizontis, segmẽtum eclipticæ inter meridianum & horizontem sit g k, punctum a, sit polus horizontis, & circulus maximus a o r, per polos eclipticæ & horizontis veniens eclipticam secet in o: horizontem verò in r: igitur o K & K r, eclipticæ & horizontis segmenta quadrãtes erunt per 15. primi Theodosij, & 12. secundi: & erit idcirco punctum o, nonagesimus gradus ab ascendente. Rursus quoniam meridianus a b f, per polos æquinoctialis & horizõtis venit: igitur d e, & b e, æquinoctialis & horizontis segmẽta quadrantes erunt, per easdem Theod. propositiones 15. videlicet primi, & 12. secũdi. A duobus itaque quadrantibus K r, & b e, cõmunem auferemus arcum e r, & æquales relinquentur duo arcus e k, & b r. Est autem e K amplitudo



ortus ascendentis: b r verò distantia inter nonagesimum gradum ab ascendente & meridianũ, secundum diuisiones horizontis. Igitur tanta est distantia inter 90. Gr. ab ascendente & meridianum per horizontem quanta est amplitudo ortus ascendentis. Et idcirco cum amplitudini ortus ascendentis æqualis reperta fuerit astri distantia à meridiano per horizõtem, nulla erit ipsius astri in eo situ diuersitas aspectus in longitudine. Quod quidem Ioãnes de Monteregio iustè admonuit in libro de cometa, problemate. 5.

¶ *De Latitudine & declinatione.*

Annotatio octaua.

Recentiores Astronomi vera loca siderum in concauo sphæræ nonæ, aut primi mobilis assignant. Sideris autem declinationẽ arcum maximi circuli diffiniunt, per polos mũdi siue æquinoctialis venientis, inter verum locum ipsius astri & æquinoctialem. Astri enim cuiuscuis declinationem ex altitudine ipsius meridiana, & ex inuenta loci latitudine in quo obseruatio fit, notã efficiunt. Cæterùm latitudo stellæ arcus erit maximi circuli per polos eclipticæ octauæ sphæræ venientis, inter verum locũ eiusdem stellæ & ipsam eclipticã octauæ sphæræ. Nam quoniam stellarum fixarum latitudines quas Hypparch. & Ptol. multis antea seculis obseruarunt, tametsi octauam ipsam sphærã fateãtur trepidationis motu agitari, inuariatas sumunt: ipsas igitur fixarum stellarum latitudines ad eclipticam octauæ sphæræ referri necesse est, non ad eclipticam nonæ, aut primi mobilis. Idem sentit Purbac. cum ait Solem latitudinem non habere. Et quia verum locum obseruati sideris fixi in sphærico triangulo inuestigant, cuius vnum latus maximæ Solis declinationi æquum est: aliud verò complementum latitudinis est eiusdem astri, & tertium deniq; declinationis complemẽtum, eum quidem angulum reddẽtes notum, qui ad polũ zodiaci octauæ sphæræ efficitur: palàm igitur est inuentam ea arte distantiam ad pũctum tropici æstiui in quo maxima Solis declinatio contingit, referẽdam esse, non ad initium Cancri primi mobilis: & proinde initium computationis motus stellarum fixarum à sectione Verna sumi, non ab initio Arietis primi mobilis. Et quoniam tã errantes quam inerrantes stellæ vnũ atque idẽ principium in tabulis habere debent, à quo ipsarum motus computentur: sectio igitur Verna illud principium erit secundũ recẽtiores Astronomos, mobile quidem atq; vagum: quod nos minimè probamus. De hoc plura scripsimus in libro superiori cap. 4. de declinatione Solis.

¶ *Tres planetæ superiores latitudinem aliã habent ex parte superficiei planæ epic. & reliqua.*

Annotatio nona.

Quo-

QVoniam centrũ epic. in planó deferẽtis cõsistit: scribit aũt Purbac. epic. superficiẽ à superficie deferẽtis quãdo que declinare: idcirco fortasse quispiã suspicabitur, interdũ ipsa epic. & deferẽtis plana se inuicẽ secare, alterumq; ab altero declinare: interdũ verò vnà cõiungi, cũ re vera eadẽ epic. & deferẽtis plana semper se inuicẽ secent: nunquã verò cõiungãtur. Et quia reliqua etiã huius motus accidẽtia non satis ab ipso autore sunt expressa: hãc igitur theoricã latitudinis ab epic. puenientis lucidius enarrabimus, ad hũc videlicet modũ. Cẽtro epic. in nodo capitis collocato, plana ipsius epic. supficiei in plana eclipticæ superficie cõsistet: tantũ verò diameter augis veræ in superficie deferẽtis erit, in cõmuni nẽpe sectione plani eclipticæ & plani deferẽtis. Deinde verò epicyclo, à nodo soluẽte diameter augis veræ declinare incipit à superficie deferẽtis: recedet enim aux vera versus superficiẽ eclipticæ: oppositũ verò augis in oppositã partẽ. Diameter etiã lõgitudinũ mediarũ, quæ axis huius motus existit, superficiẽ deferẽtis intersecabit, semiaxis enim Oriẽtalis inter ipsas superficies eclipticæ & deferẽtis relinquetur: semiaxis uerò Occidentalis extra vtrãq; superficiẽ, superficiei tamẽ eclipticæ æquidistãs erit. Ipsa igitur epic. superficies ad deferẽtis superficiẽ inclinata erit, itẽq; ad eclipticæ superficiẽ in partẽ oppositi augis. Atq; ita cẽtro epic. procedẽte, aux vera, & oppositũ ipsius à superficie deferẽtis magis, atq; magis recedẽt: axis tamen huius motus ad eandẽ perpetuo accedet, eclipticæ nihilominus æquidistãs, quousq; centrũ ipsius epic. ad punctũ deferẽtis perueniat, quod maximè ab ecliptica declinat. Tunc enim diameter augis veræ à superficie deferentis quã maximè declinabit: diameter verò longitudinũ mediarũ in ipsa superficie deferentis collocabitur. Ab hoc loco in nodũ caudæ, diameter augis veræ ad superficiẽ deferentis ppetuò accedet: diameter aũt lõgitudinũ mediarũ eandẽ rursus intersecabit, cæterũ permutatim. Nã occidẽtalis ipsius semidiameter inter eclipticæ & deferẽtis superficies relinquetur, Oriẽtalis verò extra vtramq; superficiem, ipsiq; eclipticæ superficiei (vt antea) æquidistans erit, Centro itaq; epic. ad nodũ caudæ perueniente, ipsius epic. superficies iterũ collocabitur in superficie eclipticæ, & diameter augis veræ in superficie deferentis. Moto autem per reliquum semicirculũ Australem, oppositum augis veræ à superficie deferentis ad Australem partem declinabit, & reliqua contingent accidentia, velut anteà. Et quoniã centro epic. in nodis existẽte ipsius superficies simul est cum superficie eclipticæ, sed extra ipsos nodos ad eam inclinata est, superficiem verò deferentis semper intersecat: axis igitur super quo epic. mouetur in longitudinem, bis tantũ in vna centri epicy. reuolutione axi eclipticæ æquidistans erit, videlicet cum ipsum epic. centrum in nodis fuerit: axi aũt eccẽtrici nũquam erit æquidistãs.

Annotatio decima.

QVoniã cẽtrũ epic. in superficie deferentis existit, & ipsius epic. plana superficies deferẽtis superficiẽ semper intersecat: recta igitur linea ipsarũ superficierũ cõmunis sectio epic. diameter erit. Cẽtro itaq; epic. extra nodos existente ea medietas superficiei epic. quæ punctũ augis continet, superior videlicet inter duas superficies deferentis & eclipticæ cõprehenditur: inferior verò in qua oppositũ augis extra vtramq; superficiem relinquetur. Dum igitur planeta in inferiori medietate epic. versatur, polus remouetur ab ecliptica, quàm deferens ab eadẽ. Quare nõ semper planeta inter deferentem & eclipticam reperietur, quemadmodum Gerardus Cremonensis putauit. Centro autem epic. in pũcto deferentis maximæ latitudinis existente, eiusmodi cõmunis sectio diameter erit lõgitudinum mediarum: in aliis verò locis alia diameter erit. Et proinde medietas superficiei epic. vel superior quæ inter superficies deferentis, & eclipticæ cõtinetur, vel inferior quæ extra vtrãq; relinquitur, nõ erit vna atq; eadẽ in omni situ epicycli.

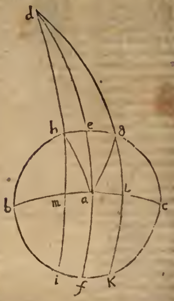
¶ *Octaua sphæra triplex inest motus.*

Annotatio prima.

DE motu octauæ sphæræ secundum Alphõsum plura scripsimus in libro superiori capite de Declinatione Solis. Et quoniã illius theorica à Georgio Purbac. lucidissimè enarrata est pauca tantum in præsenti annotabimus.

 Quòd

Quod ecclíptica octauæ paruos circulos secet in alternas portiones æquales,facile ostẽdes.Ipsi enim parui circuli æquales sunt per 33.propositionẽ.1.lib.Theod.sunt etiam æquidistantes per 2.secũdi lib.& idcirco alternæ eorundẽ portiones æquales erũt per 22.ipsius secundi lib. Porrò vt intelligas,quando æquatio motus acce.& rece.motui nonæ addenda est,& quando detrahẽda,alterũ polũ parui circuli ponemus a,& ipsios parui circuli atq; alipticæ nonæ Occidentalẽ intersectionẽ b,Orientalẽ verò c,& veniat à pũcto d,Boreali polo ipsius eclipticæ nonæ circulus maximus per a,paruũ circulũ secãs in e & f,angulus igitor cũ ea rectos efficiet, per 20.propositionẽ 1.lib.Theod.& propterea paruus ipse circulus in quadrãtes sect⁹ erit b e,e c,c f,& f b.Veniãt etiã ab ipso polo d,per duo pũcta parui circuli g & h,quorũ distantiæ ab e,æqoales siot,maximi circuli,qui eundẽ circulũ ipsum paruũ ex altera parte intersecẽt in k & it eclipticã verò nonæ in l & m.Ecliptica igitur nonæ & circulus d g K,se inuicẽ ad rectos angulos secabunt per 19.propositionẽ.1.lib.Theod. transit igitur ecliptica nonæ per polos circuli d g K,per 17.trãsit etiã per polos parui circuli: & idcirco arcũ g c K,per æqualia diuidet in pũcto c,& arcũ g l K,per æqualia etiã in puncto l, per 12.secũdi Theod.A quadrãtibus igitur e c,& c f,detractis æqualibus circũferentijs g c,& c K,doo arcus e g,& f k,æquales relinquentur p cõmunẽ sententiã.Eadem arte cõcludes doos arc⁹ e h,& f l,æquales esse:quapropter quatuor arcus e g,f k,e h,& f i,æqoales erũt inter se per cõmunẽ sententiã.Veniãt aũt à puncto a ad g,& h,maximorũ circulorũ arcus a g,& a h:duorũ igitur sphæricorũ triangulorũ a g d,& a h d,duo anguli d a g,& d a h,propter æqualitatem duorũ arcuũ g e,& e h,æquales inuicẽ erũt:lat⁹ aũt a g lateri a h,æqoũ est,& latus a d,ambobos triãgulis cõmune:duo igitur anguli a d g,& a d h,æquis lateribus cõtenti æquales iouicẽ erunt per 4.primi Menelai.Et idcirco duo arcus eclipticæ nonæ a l,& a m,eisdẽ subtensi æquales inuicẽ erunt.Est aũt a l,æquatio mot⁹ acce.& re. quãdo caput ôctauæ sphæræ est in g aut in K,& est a m,æquatio ipsius motus quando ipsum caput est in h aut in i.Quando igitur motus acce.& re.fuerit arcus e g aut e c k,aut e c i,aut e c h,eadẽ habebitur in tabula æquatio.Additur aoiẽ ipsa æquatio motui nonæ quando caput est in K,quanquã in eo loco proprio motu regrediatur.Nã quando erat io c,addebatur totus arcus arcus a c,in K:igitur regressionis arcus erit c l,quo detracto ex a c,relinquetur arcus a l,

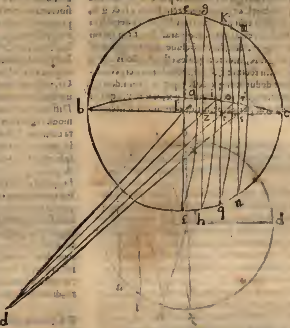


motui longitudinis adhuc addendus.At propterea detrahitur ipsa æqoatio,quando caput est in h,quanquã in eo loco in cõsequẽtia progrediatur:quoniã quãdo erat in b,auferebatur totus arcus a b,à motu nonæ.In h igitur progressionis arcus in consequẽtia erit b m:quo detracto ex a b,relinquetur arcus a m,adhuc auferẽdus à moto lõgitudinis.Ipso portò capite Arietis octauæ moto per primũ quadrantẽ parui circuli,videlicet ab e in c,crescũt quidem æqoationes.sed inæqualib.cremẽtis:ipsarũ enim æquationũ differentiæ perpetuò minores fiunt.Arcos enim e g.g k,& k m æquales ponantur,ipsumq; caput Arietis octaoæ in g & K & m,& circulus maximos per polos eclipticæ nonæ & pũctũ g veniens,circulũ paruu rursos intersecet in h,eclipticã verò ipsius nonæ in l:qui aũt per k,in q intersecet paruũ circolũ,sed eclipticã nonæ in o.Ille deniq; qui per m,eundẽ circulum paruũ rursus intersecet in n:at ipsam eclipticã nonæ in r.Erit itaq; arcus a i,æquatio mot⁹ e g,& erit arcus a o æquatio motus e K:arcus verò a r,æquatio motus e m.Aio igitur arcũ o r diffe-

ren

rentiā videlic. æquationū a r & a o minorē esse arcu i o, qui differentia est æquationū a o & a i, & ipsum deniq; arcū i o minorē esse quā a i. Recta enim linea b c, cōmunis sectio existit ipsius parui circuli atq; plani eclipticæ nonæ. Circulus aūt maxim⁹ e a f, veniēs per punctū p, quod sphæræ centrū sit, ipsum planū eclipticæ nonæ secet sup recta linea p a, paruū verò circulū sup recta e f quarū quidē rectarū linearū intersectio est l, ipsius parui circuli centrū. Maxim⁹ itē circulus g i h, planū eclipticæ nonæ secet super recta linea p i, paruū verò circulū super recta g h, quarū quidē rectarū linearū intersectio sit punctū z. Præterea maximus circulus K o q, ipsum eclipticæ planū secet sup recta linea p o, paruū aūt circulū sup recta K q, quarū rectarū intersectio esto pūctū t. Et maximus deniq; circulus m r n, eclipticæ planū secet sup recta linea p r, paruū verò circulū super recta m n quarū rectarū linearū intersectio sit pūctū s. Et quoniā recta linea p l, centrū sphæræ cū cētro parui circuli cōnectit, perpēdicularis igitur est super ipsius parui circuli plano p 7. ꝓpositionē 1. lib. Theod. & propterea rectilineus angulus p l c, rectus erit per 2. definitionē 11. lib. Eucl. Triangulū itaq; rectangulū intelligemus p l t, in plano eclipticæ nonæ, cuius quidē lat⁹ p t, recto angulo subtēsum latere p l, acutū angulū subtēdēte p t l, maius erit p 19. 1. Eucl. reliquū verò acutū angulū l p t, recta linea p z, per inæqualia secat. Nā si recta ipsa linea p z, angulū l p t, in duos æquales angulos secat l p z, & z p t: igitur sicut est p t ad p l, sic erit t z ad z l, p 3. propositionē 6. lib. Eucl. Atqui maior ostēsa est p t ipsa p l: igitur & t z, maior erit quam z l, quod quidē est impossibile. Nā quia t z, à cētro distātior est, minor erit quā z l: & proinde recta linea p z, angulū l p t, per æqualia minime secat sed per inæqualia, maiorq; erit angul⁹ l p z, maius basis segmentū respiciēs ipso z p t, min⁹ segmentū respiciēte. Si enim angulus l p z angulo

z p t, minor est: totū igitur angulū l p t, in duos æquales angulos secabimus per 9. ꝓpositionē 1. lib. Eucl. rectaq; idcirco linea ipsum angulū l p t, dispescēs cadet inter z & t: & propterea itērū impossibile cōcludemus per eandē 3. sexti, nēpe partē segmenti t z, multò maiorē esse ipso segmēto z l: quod rursus est ipossibile. Quamob

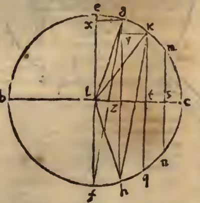


rē recta linea p z angulū l p t, p inæqualia secabit, maiorq; erit l p z quā z p t: & idcirco eclipticæ arcus a i arcu i o, maior erit p vltimā ꝓpositionē 6. lib. Euclid. Similiter demōstrabitur, quoniam in triāgulo s p z angulus p z s obtusus est, exterior nempe atq; oppositus recto angulo p l z: angulus verò z s p acutus: maius idcirco esse latus p s latere p z. Atqui recta linea t s, quoniam à centro distantior, minor est quā z t: recta igitur linea p t angulū z p s, per inæqualia secabit, maiorq; erit angulus z p t angulo t p s. Et propterea arcus i o, arcu o r maior erit. Crescūt itaq; æquationes motus acces. & reces. quadrantis e c, per inæqualia crementa: ipsarum enim æquationum differentiæ magis atque magis contrahuntur ab a in c, quod demonstrandum suscepimus.

Lē-

Lemma.

QVod autem sumpsimus rectã lineã l z, maiorem esse recta z t, ipsamq; z t, maiorem recta t s, facile concludemus, hac videlicet arte. Rectæ lineæ cõnectãtur f g, & h K, & quoniam duo arcus e g, & l h, æquales ostensi sunt per 12. secundi Theodosij, angulus igitur e f g coalterno f g h, æqualis erit per 27. ꝓpositionẽ 3. lib. Eucl. Et propterea rectæ lineæ e l, & g h, parallelę erũt per 27. primi. Similiter demõstrabis duas rectas g h, & K q parallelas. Et ꝑ ipsam deniq; 27. tertij libri cõcludes, duos angulos e f g, & g h K, inter se æquales esse. A pũctis aũt g & h, in rectas e f, & g h, rectæ lineæ perpẽdiculares deducãtur g x, & K y, per 12. primi: duo igitur triangula rectangula f g x, & h K y, æquiangula erũt per 32. primi, & comunem sententiã:



& idcirco latera habebunt proportionalia p 4. sexti, sicut f g ad h K, sic g x ad K y. Rectæ aũt lineæ cõnectantur l g, l h, & l K: maior igitur erit angulus f l g angulo h l K: & idcirco maior erit f g quã h K, per 24. propositionẽ primi: & propterea maior erit recta g x quã k y. Atqui parallelæ sunt rectæ l z, & g x, quoniã anguli a d l, & x recti sũt. Similiter parallelæ sũt K y, & z t, quia anguli ad z & y recti quoq; sũt: in parallelogrãmis igitur l g, & z k, latus g x, lateri l z æquũ est præterea latera K y, & z t, æqualia erũt per 34. primi. Maior porrò ostensa est recta g x, quam K y. Et ꝓpterea maior erit l z, quã z t: & eadem a te concludes maiorem esse z t, quam t s, quod in demonstratione fuit assumptum.

Quemadmodũ itaq; capite Arietis octauæ moto per quadrantem e c, æquationes crescunt minoribus perpetuò deferentijs, ita per quadrãtẽ c f, ipsæ æquationes decrescunt maioribus ꝑpetuò differẽtijs. Quoniã verò ipsum Arietis octauæ caput per quadrantem mouetur f b, ita crescunt æquationes, quemadmodũ per e c, & per b e rursus maioribus differentijs decrescũt, quẽadmodum per c f. Motus itaque inerrantium siderum ex motu nonæ & trepidatione octauæ prouenientis capite Arietis octauæ moto à puncto b, vsque ad e, velox est augens velocitatem. Inde verò ad c, velox est diminuens velocitatẽ. Inde per quadrantem c f, tardus est, tarditatem augens vsq; ad punctũ h, quod à puncto f, distat Gr. 21. in ipso enim gradu 21. ante f, capite octauæ existente, inerrãtes stellæ stationariæ erũt. Differentia enim æquationũs in ipso h, quemadmodũ tabula per grad. extensa ostendit, minuta continet 8. & se. 49. quantus est motus nonæ in annis 20. At medius motus accef. & recef. in ipsis annis 20. paulò maior est quã vni⁹ gradus. A gradu igitur 21. ante f, vsq; ad 20. ante idem f, caput Arietis octauæ ꝓprio motu regreditur, sed motu nonæ tantundem progreditur: & propterea inerrantes stellæ stationariæ videbũtur in ipso tempore. Inde verò ad f retrogradæ erũt augentes regreßionem. Et ab f vsq; ad gradum 20. post idem f, retrogradę quoq; erũt, regreßionem diminuentes. A 20. in 21. rursus stationariæ erunt. Inde verò vsq; ad b, iam in cõsequentia mouebuntur: motus tamen earum tardus erit, diminuens tarditatem.

❡ *De motu octauæ sphæræ secundũ Thebith.*

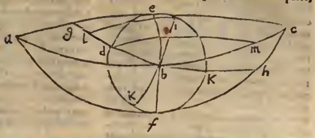
Annotatio secunda.

CIrculus a b c, sit ecliptica fixa, b punctũ caput Arietis ipsius, polus videlicet parui circuli d e f, in quo caput Arietis mobilis eclipticæ versatur. Veniatq; per idẽ b, arcus maximi circuli e b f ad rectos angulos super ipsam eclipticã fixã a b c, paruũ circulũ secans in e & f. Sintq; a b, & b c quadrantes, punctũ a initium Capricorni, & c initiũ Cãcri. Et erunt idcirco a & c, poli circuli e b f, per primum librũ Theodosij. Veniat etiã per a & e maximus circulus a e, quem necesse est trãsire per punctũ c, per 15. propositionem ipsius primi libri Theodosij. Igitur quoniam a & c, poli sunt circuli e b f, duo segmenta a e, &

e c,

ec,quadrãtes erunt,& anguli quos ipse circulus a e c,efficit cum e b f recti erũt:quapropter poli eiusdem circuli a e c,in circulo erũt e b f, per 17. Secat itaq; circulus ipse e b f,circulum a e c, transitq; per eius polos:secat etiã paruũ circulũ d e f,& trãsit per eius polos:& ꝓpterea ipsi duo circuli a e c,& d e f,in ipso eodẽ puncto e se cõtingent per quartã propositionẽ secũdi lib. Theod. Scribatur similiter per a, & f,maximus circulus a f c,qui eundẽ circulũ paruum tanget in ipso f. Circulus porrò æquinoctialis circulũ a e c,secet in g, Occidentali parte:circulum verò a f c in h,Orientali parte,& paruũ circulum in d & k. Et eclipticã mobilem ponemus a e c,dum caput Arietis ipsius est in puncto e,contactu Boreali:& quoniã a e,& e c,quadrantes sunt:erit igitur initiũ Cãcri ipsius mobilis eclipticæ in c: Capricorni verò in a. Idem continget,quando fuerit idem caput Arietis in Australi contactu f: & proinde capita Cancri,& Capricorni mobilia simul erunt cum capitibus fixorum. Separat aũt ecliptica mobilis ab æquinoctiali in situ a e c arcum b g,qui maxima est distantia mobilis sectionis à fixa sectione b,in situ verò a f c,arcũ b h. Aequales sunt aũt ipsi arcus b g, & b h. Quod quidem facile concludes in duobus triãgulis rectãgulis b f h, & b e g. Contrapositi enim anguli f b h,& e b g,æquales sunt,& duo latera b f,& b e æqualia:igitur reliqui anguli, & reliqua latera æqualia inuicem erunt, Latus igitur b g lateri b h,æquum erit per primum lib. Menelai, quod etiam per sinuum rectorum rationes concludere poteris. Acuti sunt enim anguli qui ad b: & quoniam latera b e,& b f,minora sunt quadrantibus:anguli igitur b g e,& b h f,acuti erunt. At verò in triangulo b f h,sicut sinus totus ad sinũ complementi arcus b f,sic sinus anguli f b h, ad sinum complementi anguli f h b. In triangulo similiter b e g,sicut sinus totus ad sinum cõplementi lateris b e,sic sinus anguli e b g, ad sinum complementi anguli b g e: æquales igitur concludes sinus rectos angulorum f h b,& b g e.
Et quoniam sicut sinus totus ad sinum anguli f h b,sic sinus lateris b h,ad sinum lateris b f. Itẽ sicut sinus totus ad sinum anguli b g e. sic sinus lateris b g,ad sinum lateris b e,æquales sunt aũt sinus recti laterum b f,& b e:æquales igitur erũt sinus laterum b h,& b g,& quia totus arcus g h, vno semicirculo minor est:duo igitur arcus b g & b h,æquales inuicem erunt.

Continet aũt vterq; eorũ gradus decem & 45. minuta:totus igitur g h,graduũ erit 21. min. 30. cui alter respondet æqualis in Orientali parte,



ex alterno contactu circuli parui descripti circa caput Libræ eclipticæ fixæ: & propterea autor scribit cuiusque quantitatem esse circiter 21. Gr.& min. 30.

Veniat aũt per b, circulus maximus ad rectos angulos super æquinoctialem,qui circulũ paruũ secet in i, & K: erit igitur arcus d i, quadrãs ipsius parui circuli,capite verò Arietis mobilis eclipticæ in i posito,secet ipsa mobilis ecliptica æquinoctialem in l. Erit itaque arcus i l,maxima æquatio octauæ sphæræ,maximaúe distãtia capitis Arietis mobilis eclipticæ à sectione ipsius eclipticæ cum Aequatore, quam æqualẽ ponit arcui b g,graduum videlicet 10. min. 45. Inæquales enim sunt ipsi arcus b g,& i l. Cæterùm æquales censentur,quia duo anguli e g b, & i l b,maximarum declinationum mobilis eclipticæ ad situs e & i, insensibiliter differunt. Duorum igitur rectangulorum triangulorũ b e g, & i b l, duo latera e b, & i b,æqualia sunt,& duo anguli g e b,& l b i recti:duo verò ãguli ad g & l,maximarum declinationum æquales supponuntur, propter insensibilem eorum differẽtiam:idcirco latera b g,& i l,rectos angulos eorundem triangulorũ subtẽdentia æqualia erũt per primum librum Menelai.

Quod etiam per sinuũ rectorum rationes ostendere poteris. In triangulo enim rectãgulo b e g, sicut sinus totus ad sinum anguli b g e, sic sinus lateris b g,ad sinum lateris b e. In triãgulo prætera rectangulo i b l,sicut sinus totus ad sinum anguli i l b, sic sinus lateris i l, ad sinum lateris b i:& quoniam duo anguli b g e,& i l b,æquales

sup

supponũtur: igitur ficut finus b g, ad finum b e, fic erit finus i l, ad finũ b i: & permutatim ficut finus b g, ad finum i l, fic finus b e, ad finum b i. Aequales funt aũt b e, & b i: igitur finus b g, & i l, æquales erunt, & quia vterque ipforũ arcuũ b g, & i l, quadrante minor eft: æquales igitur erunt, quod erat oftendendum.

Dum caput Arietis eft in contactu e, maxima declinatio eclipticæ mobilis maior eft maxima declinatione fixæ: duo enim arc⁹ b c, & e c, quadrantes oftenfi funt: arcus igitur g c, quadrãte maior erit: & duo idcirco arcus b c, & g c, cõiuncti vno femicirculo maiores funt: & propterea exterior angulus c b h, interiore atque oppofito c g b, trianguli b g c, minor erit. ipfe verò idem angulus c b h, maximæ declinationis eft eclipticæ fixæ: angulus verò c g h, maximæ declinationis eft eclipticæ mobilis dum caput Arietis eft in cõtactu e. In fitu igitur e, maior eft maxima declinatio mobilis quàm fixæ, quod erat oftendendum.

Sed ponatur caput Arietis mobilis in pũcto d, fectionis Aequatoris & parui circuli. Dico, quòd minor erit maxima declinatio mobilis quàm fixæ. Secet enim ecliptica mobilis in eo fitu eclipticam fixam in m: quadrãs igitur erit arcus d m: & erit idcirco ipfum punctum m, maximè declinans, initium nempe Cancri in ipfo fitu: arcus autem b m, minor eft quadrãte, pars videlicet quadrantis b c: in triangulo igitur b m d quoniam duo latera b m, & d m, coniuncta vno femicirculo minora funt, maior erit angulus exterior m b h, interiore oppofitoq; b d m: at verò ipfe angulus m b h, maximæ declinationis eclipticæ fixæ eft: angulus autem b d m, maximæ declinationis mobilis: in fectione igitur Aequatoris & parui circuli exiftente capite Arietis mobilis, minor eft maxima declinatio mobilis quàm fixæ, quod erat oftendendum.

Annotationũ in Theoricas Planetarum Georgij Purbachij, Finis.

CONIMBRICÆ.

Ex Officina Antonij de Maris.
Anno. M.D.LXXIII

DE ERRATIS ORONTII FINAEI, REGII MATHEMATICARVM LVTETIAE PROFESSORIS.

Qui putauit inter duas datas lineas, binas medias proportionales sub continua proportione inuenisse, circulum quadrasse, cubum duplicasse, multangulum quodcunque rectilineum in circulo describendi, artem tradidisse, & longitudinis locorum differentias aliter quàm per eclipses lunares, etiã dato quouis tempore manifestas fecisse.

PETRI NONII Salaciensis
Liber vnus.

SECVNDA EDITIO.

CONIMBRICAE
Excudebat Antonius à Marijs.
Anno. 1573.

QVAE PRAETER ARGVMENTORVM Orontij confutationes in hoc libro continentur.

¶ Platonis inuentum de duobus medijs proportionalibus inueniendis, & cubo duplicando.

Archimedis demonstratio perquàm lucida de ratione circunferentiæ ad diametrum cum veris numeris. Nam qui in libro ipsius Archimedis nuper impresso continentur, corrupti sunt.

Qua ratione differentia longitudinis locorum ex motu Lunæ sit elicienda.

Definitionum quinti libri elementorum Euclidis explicatio.

Horizontalium & Verticalium horologiorum ratio, atq; constructio.

Præcipuarum tabularum directionum Ioannis de Regio monte demonstratio, & vsus.

PETRVS NONIVS SALACIENSIS

Ad Lectorem.

VELIM CANDIDE LECTOR, TE in primis admonitum, me non insectandi studio, sed veritatis aperiendæ gratia, hoc opusculum edere statuisse. Quid enim magis conuenit mathematico, quàm veritatis ipsius quam profitetur, atque disciplinæ patrocinium? Cũ autem sit boni viri officium, non artem quam tenet occultare: sed omnia potius in communem vtilitatem conferre: tum vel maxime id facere debet, cum videt homines studiosos, aliquorum ductu erroribus implicatos. Quod multis fortasse accidit, qui autoritate permoti Orontij Finæi, multa sibi persuadent, quæ quam falsa sint, nostra diligentia facilè cerni potest. Orontij enim errores pauci sunt: sed adeò insignes vt dissimulandi non sint. Solùm enim errat, cùm mathematicas demonstrationes conficere audet: sed raro audet: nisi Orontij fortasse demonstrationes appelles, quas omnino palàmq; à Theone, & Campano mutuatus est: quorum tamen non meminit. In his enim errare non poterat, nisi prius aut Theon, aut Campanus errassent. Sed Theon nunquam labitur, Campanus autem in libro quinto cum definitiones exponeret, vehemẽter hallucinatus est: igitur & Orontius. Quem ego iam ante annos tredecim, per literas admonere statueram, vt cõsultius & maturius inuenta sua probaret, antequàm foràs emitteret. Sed mutaui consilium, quoniam id magis eorum officium esse putaui, qui in eadem vrbe, in qua idem Orontius Mathematicas publicè docet, iisdem artibus, & disciplinis instructi sunt. Cæterum cum nondum videam illum, vel aliorum admonitione, vel sponte sua, ab institutis erratis esse reuocatum: sed potius nouorum accessione, pristina peccata cumulasse: non id dissimulandum vlterius existimaui. Meus igitur animus est, huic incõmodo subuenire: atque omnes illos errores breuiter explicare. Hæc autem ab Orontio, eo animo accipi velim, quo ego accipiam, quoties acciderit, vt aliquis mihi errores meos indicet. Est enim proprium imbecillitatis humanę, sæpe labi: quod mihi contingere posse arbitror. Boni autem viri munus esse puto, non aliorum peccata dissimulare: sed potius omnes homines si fieri posset, ab inscitiæ tenebris, in lucem veritatis asserere.

Vale.

DE ERRATIS ORONTII FINAEI DELPHINATIS, QVI PVTAVIT INTER DATAS DVAS LIneas, binas medias proportionales sub continua proportione inuenisse, circulum quadrasse, Cubum duplicasse, Multangulum rectilineum quodcunq; in circulo describendi artem tradidisse, & longitudinis locorum differentias aliter quàm per eclipses lunares, etiam dato quouis tempore manifestas fecisse,

PETRI NONII SALACIENSIS

Liber vnus.

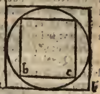
PERLATVS est ad me modò Orontij Finęi Mathematici nouus quidam liber de circuli quadratura inscript⁹. In quo quinq; illa problemata difficillima se dissoluisse iactat, quæ per omnes ætates & æuo longissimo à doctissimis viris, magna industria assiduoq; labore atq; meditatione cõquisita, nondũ tamen sunt inuenta. Vnum est, quonam modo cubicum corpus duplicari debeat, forma non variata. In quo Græci olim philosophi plurimum insudarunt. Sed cum nulla inueniendi Methodus eis succurreret, Hippocrates Chius primus inspexit, cubi duplicationem tum demum posse inueniri, cum inter duas lineas rectas, quarũ maior dupla esset minoris, duæ medię proportionales sub continua proportione inuentæ fuissent. Et proinde in aliud problema non minus difficile sunt deuoluti, in cuius inuestigationem non pauci se conuerterunt, Eratosthenes, Plato, Architas, Hieron, Philon Bysantius, Apollonius Pergeus, Diocles, Pappus & alij. Quorum demonstrationes ideo non probãtur, quod per eas non sine alicuius mechanici instrumenti adminiculo ipsæ medię proportionales inueniri posſint. Tertium difficillimũ problema est, quanam arte circulus in quadratam formam sit redigendus? In eo enim magna fuit magno Archimedi solicitudo, mittamus Hippocratem, Brisonem & reliquos mathematicos ante Aristotelem. Fecitq; ille quantum potuit; sed exactam circuli quadraturam inuenire non potuit. Solũ nanq; demõstrauit, æqualẽ esse circulũ rectangulo, triangulo cuius alterũ latus rectũ angulum continẽs, est eiusdem circuli semidiameter, alterum verò circunferentiæ æquale. Rectam autem lineam circunferentiæ æqualem non inuenit: sed certissimè comperit, quòd ipsa circunferẽtia cũ diametro collata minorem habeat rationem, tripla sesquiseptima, sed maiorem tripla super decupartiente septuagesimas primas. Vt si diameter circuli supponatur partium æqualium. 497, erit circunferentia maior quàm 1561. minor tamen quàm 1562. Igitur ex ea ratione circunferentię ad diametrum, certa circuli quadratura colligi non poterit, sed valde propinqua, & quæ eadem methodo qua vsus est Archimedes, propius ad metam accedere posſit. In quarto problemate non minor est difficultas. In eo enim inuestigandum proponitur quomodo in circulo regularis quæcunq; rectilinea figura sit describenda. Euclides enim solum tradidit artem describendi in circulo triangulum æquilaterũ, quadratum, pentagonum, hexagonum, & subinde quintidecagonum, octogonum præterea, decagonum, & duodecagonum, cæterasq; figuras, in quibus laterum numerus duplicato semper augetur. Quòd si aliquo ingenio triangulũ isosceles constitueretur, vnũquenq; eorũ angulorum qui sunt ad basin reliqui triplum habens, possemus vtiq; in circulo rectilineũ septem æqualium laterum describere, subtenderet enim minor eius angulus septimam circunfe-

gentiæ partem. Et si triangulum Isosceles constitueretur, vtrunq; eorum angulorum qui sunt ad basin reliqui quadruplum habēs, possemus haud dubiè rectilineum nouem æqualium laterum in circulo describere, Subtenderet enim minor angulus nonam circunferētiæ partem. Quod item facilè describeretur, si tertiam partem circunferentiæ circuli quam latus æquilateri trianguli subtendit, in tres iterum partes diuideremus. Sed nondum hæc sunt inuenta, & propterea heptagonum, nonagonum, & reliquas deinde rectilineas regulatesq;. figuras describere nescimus, in quibus laterum numerus duplicato semper augetur. Vltimum problema vt est arduū atq; difficile, ita eius inuestigatio vtilissima. Inquirendum enim proponit, quonam pacto differentiæ longitudinis locorum siue meridianorū interualla, aliter quā per lunares eclipses, & dato quouis tēpore cognoscantur. Nam locorum latitudines videlicet distantiæ ab æquinoctiali circulo, non solum meridiano tempore deprehendi possunt, verū etiam quolibet alio, quemadmodum excogitatum est à nobis. Sed longitudinis differentias nemo hactenus inuenire potuit, aliter quā per lunares eclipses, aut itinerum dimensionē quæ incerta est. At vero cum raro fiant eclipses, & ob globosam terræ figuram fieri non posit, vt in omnibus locis orbis eædem conspiciantur, id propterea locorum situs qui potissimū his duobus concluduntur, ac difiniuntur, plerunq; ignorantur. Cæterū Orontius Finæus hæc omnia inuenisse putat, clarissimeq; demōstrasse: atq; idcirco diuina prouidentia factum (inquit) vt quæ præclara sunt ac difficilia, in sua differantur tempora, illisq; destinentur inuentorib⁹, quos solus Deus ad hæc nouit esse delectos. Ego verò eum puto insanisse, aliter enim primos errores suos ante duodecim annos commissos agnouisset, & proindè hos nouos ingentesq; formidasset, quos in hoc libello apertissimè explicabo.

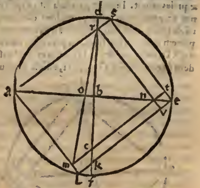
Modus Orontij Finæi ad inueniendum inter duas datas rectas lineas, binas alias sub eadem ratione continue proportionales.

CAPVT. I.

PVTAT ORONtius Finæus quod non solū cubus duplicaretur, verum etiam circulus facilè quadrari posset, si inter duas datas rectas lineas binæ mediæ proportionales sub continua proportione inuentæ fuissent. Ob id igitur cum propositū circulum quadrare liber, inter a b, latus quadrati circa datū circulū descripti, & b c latus quadrati in eodē circulo descripti, binas medias proportionales in hunc modum inuestigare conatur.



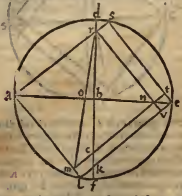
Constituantur inquit a b, & b c, latera ad rectum angulum qui sub a b c, & centro b, interuallo autem b a, circulus describatur a d e f, vtraq; deinde a b, & b c, in continuum rectūq; producatur, donec ad puncta d, e, f, in circūferētiā ipsius circuli applicētur.



Erunt igitur a e, & d f, eiusdem circuli diametri, in eius centro b, ad rectos angulos sese inuicem dirimentes. Tunc verò recta linea c f, reliqua pars semidiametri b f, per extremam ac mediam rationem diuidatur, vt sit c K, maius segmentum, sed K f, minus. Sic igitur vt f c, ad c k, ita c K, ad K f, Erit idcirco linea b k, (inquit Orontius) secunda proportionalis linea. Cōnectatur autem e k, quæ in rectū producta circuli circunferentiam attingat in puncto l. Deinde cōnexa a l, ipsi e l, per pūctum c, parallela ducatur recta m n, quæ lineam

a l, fecet in puncto m, semidiametrum verò b e, in puncto n. Lineam itaq; b n, tertiam dicit esse proportionalem: vt sit sicut a b, prima linea ad b K, secundam, ita eadem b k, ad b n, tertiã, & in eadem quoque ratione ipsa b n, ad b c. quartam lineam. Ad quod demonstrandum à semidiametro b d, lineam b r, abscindit æqualem ipsi b K; & cõnexa m r, quæ diametrum a e, secat in puncto o, atque recta a r, cõnexa quæ in rectum producta circuli circunferentiam attingat in puncto s; tandem ab ipsis r, & s punctis, ad n, & e, rectas ducit r n, s e, & reliqua vt in ipsa figura continentur.

His ita constructis in hunc modum ratiocinatur. Quoniam a b, ipsi b e, est æqualis, atque b r, ipsi b k, & qui circa b, consistunt anguli inuicem æquales, bina igitur triangula a b r, & e b k, duo latera duobus lateribus æqualia habẽt alterũ alteri: & angulos sub æquis lateribus æquales. Quapropter basis a r, basi e k, & reliquus angulus b a r, reliquo b e k, atq; reliquus a r b, reliquo b k e, per quartam primi elementorum est æqualis. Recta igitur linea a e, incidens in a s. & l e, rectas lineas, alternos angulos æquales efficit. Idcirco parallela est a s, ipsi l e, per. 27. propõnem ipsius primi libri elementorũ, & ipsi m n. itidem parallela est per. 30. propõnem eiusdẽ primi libri. In parallelas autem a s, & l e, recta incidens a l, interiores & ad easdem partes angulos a l e, & l a r, efficit duobus



rectis æquales per. 29. propõnem ipsius primi elementorum. Atqui rectus est angulus a l e. per. 31. propõnem tertij elementorum, rectus igitur & angulus l a r. Et eodem modo angulus l e s, rectus ostendetur, quòd etiam angulus a s e, rectus existat per eandem. 31. propõnem tertij elementorum. Et proinde a l, ipsi e s parallela est per. 28. primi elementorum. Rectangulum est igitur atq; parallelogrãmum ipsum a l e s, quadrilaterum. At verò quoniam in a r, & m n, parallelas recta incidit a n, angulus igitur a n m, alterno n a r, est æqualis. Similiter quoniam in easdẽ parallelas recta incidit m r, erit angulus a r m, alterno angulo r m n, æqualis per. 29. primi elementorum. Anguli præterea qui circa o, verticẽ sub a o r, & m o n, continentur, æquales sunt per. 15. eiusdem primi libri. Aequiangula sunt igitur a o r, & m o n, triangula, & quæ igitur circum æquales angulos sunt latera, inuicem proportionalia, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur per quartam sexti eorundem elementorum. Sicut igitur a o, ad o r, sic n o, ad o m. Similis ergo rationis sunt a o, & o n, atque ipsa r o, & o m, latera. Praeterea cum sit, vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, & qui sub a o m, & n o r, continentur anguli sunt per. 15. primi elementorũ inuicem æquales. Triangula igitur a o m, & n o r, vnũ habent angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera reciproce proportionalia. Aequum est itaque triangulum a o m, ipsi triangulo n o r, per. 15. propõnem sexti elementorum. Et quoniã bases a m, & n r, in æqualibus triangulis æquales subtendunt angulos, similis igitur (inquit) coguntur esse rationis. Atqui a o, & o n, nec non r o, & o m, similis quoq; sunt rationis, est enim vt a o, ad o r, sic n o, ad o m. Proportionalia itaq; sunt eorundem triangulorum a o m, & n o r, latera. Et proinde ipsa triangula sunt inuicem æquiangula, & æquales habẽt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, per quintam sexti elementorũ. Nam sicut in triangulis æquiãgulis, similis rationis sunt quę æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam ipsius sexti, sic in triangulis quorũ latera sunt proportionalia, similis rationis latera æquales versa vice subtendunt angulos. Angulus itaq; a m o, ipsi o r n, atque reliquus m a o, reliquo o n r, est æqualis. In rectas ergo lineas a m, & n r, rectæ incidentes lineæ a n, & m r, efficiunt alternos angulos inuicẽ æquales. Parallela est igitur n r, ipsi a m, atque ipsi e s, itidem parallela per. 27. & . 30. primi elementorum. Parallelogrãmum est itaque ipsum a m n r, quadrilaterum. Ait quod & rectangulum. Anguli enim qui ad puncta a & m, continentur recti sunt, & qui ex opposito igitur cõsistũt anguli a r n,

&

& m n r, sunt recti per 34. ipsius primi elementorum. Vtrunque igitur a l e s, & a m n r, ac ipsum consequenter e t n v, quadrilaterum parallelogrãmum est atque rectangulum. Et proinde triangula a r n, & r n c, rectangula sunt, & qui ad r, & n, puncta consistunt anguli recti, quod in primis Orontius demonstrandum susceperat.

His præostensis cõcludit b r, & b n, rectas lineas esse medio loco sub eadẽ ratione cõtinue proportionales inter ipsa a b, & b c, supradictorum quadratorum latera, sicut quidem a b, ad b r, sic eadem b r, ad b n, & ipsa b n, ad b c. Cum enim triangulum a r n, sit rectangulũ, & ab angulo recto qui ad r, in basin a n, demissa perpẽdicularis b r: est igitur ipsa b r, media proportionalis inter ipsius basis segmenta a b, & b n, per corollarium octauæ sexti elementorum. Sicut igitur a b, ad b r, sic eadẽ b r, ad ipsam b n. Rursum quoniam triangulum r n c, est itidem rectangulum, & ab angulo recto qui ad n, in basin r c, demissa perpẽdicularis b n, est igitur eadem b n, media proportionalis inter ipsius basis segmenta r b, & b c, per idẽ corollarium octauæ sexti elementorũ. Sicut ergo b r, ad b n, sic eadẽ b n ad b c. Atqui præostensum est vt a b, ad b r, sic eadẽ b r, ad b n. Et sicut igitur per vndecimam quinti elementorũ a b, ad b r, sic ipsa b n, ad b c. Datis ergo binis quadratorum lateribus a b, b c, quorum alterum in dato circulo, alterum vero circa, descriptum est, duas medias rectas lineas sub eadem ratione cõtinue proportionales ea arte inuenit Orontius, scilicet b r, atq; b n, quod faciendum susceperat.

Orontij corollarium.

SI has (inquit) binas lineas rectas, inter ipsa prædictorũ quadratorũ latera continue proportionales, mechanico promptissimoq; reperire volueris artificio, sic pendẽter facito. Fabricetur in primis ex dura quapiã & electa materia gnomon quidam ipsi r e m, similis. Constitutis deinde prædictorum quadratorum lateribus, supra scripto modo datis, cuiusmodi sunt a b, & b c, ad rectũ angulum, atq; ad eas partes in quibus ad rectũ conueniunt angulum, in directum vtrinq; productis, veluti sunt b d, & b e, linea diagonalis e n, ipsius rectanguli parallelogrãmi e t n v, in directum ipsius b c, hoc est longioris productæ ad amussim collocetur, cogaturq; interius gnomonis latus venire in punctum c, ipsius lateris minoris limitem, immota semper e n, diagonio ab eiusdem b e, rectitudine. Nam reliquum & interius ipsius gnomonis latus secundam lineã proportionalẽ tibi secabit ex minore producta, interior autem eiusdem gnomonis angulus qui ad n, ipsam tertiam earundem quatuor linearum continué proportionalium simul limitabit.

Orontius de cæteris lineis rectis.

QVanuis autem præmissa linearum proportionalium adinuentio ipsis proposito rum quadratorum lateribus, quorum alterum circa, alterum vero intra circulũ describitur, peculiariter inseruire videatur, poterit nihilominus datis quibuscunq; lineis rectis inæqualibus, inter quas duas medias lineas rectas sub eadem ratione cõtinue proportionales inuenire operæprecium fuerit, indifferenter accommodari, immutato paululum solo constructionis exordio. Non enim semper diuidetur excessus maioris lineæ supra minorem proportionaliter, veluti c f. in ipsa antecedentis figuræ descriptione, sed tam diu solummodo, quamdiu minor datarum linearum dimidium maioris superauit. Vbi nãq; minor linea dimidium fuerit eiusdem maioris, vel ipso dimidio minor, secũda linea proportionalis qualis fuit b k, aut b r, in eadem præcedenti figura, alia ratione disquirenda est, atq; toties varianda inuestigationis formula, quoties eadem minor linea variam partem quotam fecerit ipsius maioris, à numero pariter pari denominatam: aut inter earundem partium quotarum distinctiones limitata ceciderit. Quo facta complenda erit figura, vti supra descriptum est. Nam cætera vnà cum ipsa demonstratione ex omni parte manẽt eadem. Hæc autem (inquit) constructionum primordia hic sigillatim enarrare, superuacaneum ac inutile duximus, quoniam latus quadrati in circulo descripti dimidio lateris eius quadrati quod eidem circulo circunscribitur, semper est maius.

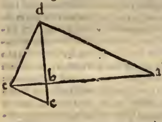
Hæc est Orontij Finæi inuentio atq; demonstratio de duabus medijs proportionalibus, eisdem verbis atq; serie, quam nos ex libro

de circuli quadratura fideliter transcripsimus, nihil enim immutandum statuimus, sed deinceps examinandum.

Modus Platonis ad inueniendum inter duas datas lineas binas medias continue proportionales, quem Orontius partim imitatur, partim perficere conatur.

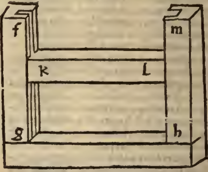
CAP. II.

CVM proponeret Plato inter datas duas lineas, binas medias proportionales sub continua proportione inuenire, & alii philosophi varias methodos tentarent, inspexit ille inter datas duas lineas a b, b c, binas medias proportionales facile posse assignari, si ipsis a b, b c, ad rectum angulum a b c, constitutis, in rectumque productis ad partes b, ab earum deinde terminis a & c, rectæ quædam lineæ in vtrasque ducerentur, quæ cum tertia linea ipsas coniungente, rectos angulos efficerent. Producantur enim a b, b c, in d, & e, & supponatur ab a, & c, rectas lineas ita duci in ipsas



a b, b c, productas, vt ad earum quædam puncta quæ sint d, & e, cum tertia linea d e, ipsas a d & c e, coniungente, rectos angulos efficiant a d e, c e d. Dico quòd b d, & b e, inter datas lineas a b, b c, mediæ sunt proportionales, sub continua proportione. Nam in triangulo rectangulo a d e, angulus qui sub a d e, rectus existit, linea vero d b, ad rectos angulos secat basin a e, in puncto b, igitur per corollarium octauæ sexti elementorum ipsa b d, media proportionalis est inter a b, b e. Similiter triangulũ d e c, rectũ angulum habet qui sub d e c, & linea b e, ad rectos angulos secat basin d c, idcirco ipsa perpẽdicularis b e, media est proportionalis inter d b, b c. Sicut igitur a b, ad b d, ita b d, ad b e, & sicut b d, ad b e, ita b e, ad b c. Quapropter per 11. quinti Euclidis quatuor lineæ a b, b d, b e, b c, continue sunt proportionales sub eadẽ ratione ipsius b d, ad b e, & idcirco ipsæ b d, b e mediæ sunt proportionales inter duas a b, b c, quod demonstrandum erat.

Cæterum quoniam Plato certa & indubitata demonstratione modum consequi non potuit, quo rectæ lineæ ducerentur ab a, & c, pũctis in lineas b d, & b e, & ad ea puncta in quibus cum tertia linea eas coniungente, recti anguli efficerentur, mechanico saltẽ instrumẽto quodam, opificioq; idem molitus est. Succur-



rit igitur illi huiusmodi inuentio. Construatur ex dura quauis materia gnomon f g h, & excauetur alterum eius crus f g, canalisque in eo fiat quadrata forma, cui cõmittatur regula k l, sic vt moueri possit modò in f, & modò in g, semper tamen cruri g h, æquidistans. Ita enim ad rectos angulos adhærebit ipsi f g. Hoc autem cõmodius fiet, si eidem g h, alia regula h m, ad rectos angulos coaptetur, affigaturque, quæ item canalem habeat cui alterum caput regulæ K l, cõmittatur. Nã eo modo ipsa regula k l, neutiquam vacillabit, sed recta ac vniformis mouebitur. His ita constructis, si inter datas duas lineas a b, b c, binas medias proportionalis inuenire libeat, ipsis rectis lineis ad rectũ angulum coniunctis instrumentum sic coaptetur, vt latus cruris g h, contigat punctum c, & regula K l, attingat punctum a: angulus g, iaceat super b e, & angulus K, super b d. Regula igitur g h, positionem habebit c e; regula k l, positionem d a, & f g, positionem e d, idcirco anguli a d d, & c e, recti erunt & proinde sicut a b, ad b d, ita b d, ad b e, & b e, ad b c.

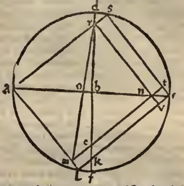
Hunc Platonis modum, & reliquorũ quoque philosophorum Eutocius Ascalonita tradidit,

didit, super secundo libro de sphæra & Cylindro Archimedis, & Georgius valla in opere illo magno expetendorum ac fugiendorum. Nouissime autem vir eruditus Ioannes Vernerus Norumbergensis eos omnes modos multo luci dius enarrauit. Cæterum Orontius Finæus sine vllo mechanico artificio, rectas lineas ducere conatur à punctis a, & c, in lineas b e, & b d, & ad ea ipsarum puncta d, & e, in quibus cum recta d e, eas coniungente recti anguli efficiuntur, quod Plato non potuit. Præterea ad Platonis imitationem gnomonem construit, quo ipsos rectos angulos ad eadem puncta efficere possit, & proinde binas medias proportionales inuenire, & cætera quæ deinceps operæpretium erit examinare.

Orontium Finæum hallucinatum esse circa inuentionem duarum mediarum proportionalium, ob ignorantiam elementorum geometricorum sexti libri Euclidis. CAP. III.

Reprehensio prima.

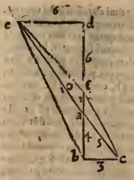
Repetita Orontij Finæi demonstratione atque figuratione, vt apertius eam cõfutemus, verbũ verbo respondebimus. Igitur concedimus quadrilaterũ a l e s, parallelogrãmũ esse atq; rectãgulũ. Preterea fatemur bina triangula a o r, & m o n, æquiangula esse, & proinde quæ circũ æquales angulos sunt latera proportionalia, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtẽdũtur, velut quarta propõ. libri sexti elementorum ostendit. Et idcirco sicut a o, ad o r, sic n o, ad o m, similis ergo rationis sunt a o, & o n, atque r o, & o m, ipsorum triangulorum a o r, & m o n, latera. Nec dubitamus angulos qui sub a o m, & n o r, continentur, æquales esse. Simul etiam cõfitemur triãgula a o m, & n o r, quæ vnũ angulum vni angulo ad verticem æqualẽ habẽt, & latera circum ipsos æquales angulos reciproce proportionalia, æqualia esse, quod secũda pars. 15. sexti Euclidis demõstrat. Cæterum quum infert, quoniam bases a m & n r, in æqualib⁹ triãgulis a o m, & n o r, æquales subtendunt angulos, similis igitur cõguntur esse rationis, hoc negamus cõsequi. Et quum addit, a o, & o n, nec non r o, & o m, similis sunt rationis, quoniam sit vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, Sanè concedimus proportionalia esse & similis rationis ipsa latera in similibus triangulis a o r, & m o n: hoc enim iam fuerat ostensum. Sed ex hoc peperã colligit proportionalia esse triangulorum a o m, & n o r, latera.



Quod pro vero cum recepisset, deinde licuit inferre per quintam sexti elementarum, ipsa triangula a o m, & n o r, æquiangula esse, & tandem concludere quadrilaterum a m n r, parallelogrãmum esse atque rectangulum: in quo multis modis culpandus est Orontius. Nã si modò ostenderat triangula a o m, & n o r, latera habere reciprocè proportionalia a o, o m, & r o, o n, quoniam sit vt a o, ad o r, sic reciprocè n o, ad o m: quomõ ex templò in eisdem triangulis eidem innixus fundamento, quod sit videlicet sicut a o, ad o r, sic n o, ad o m, eadem latera colligit proportionalia esse, similisque rationis, & proinde ipsa triangula æquiangula esse atque similia, quæ reciproca paulo ante demonstrauerat? Quod si tam leui sophismate capiebatur, bina triangula similia a o r, & m o n, latera habent proportionalia a o, o r, & n o, o m circum æquales angulos qui sub a o r, & m o n. Atqui eadẽ latera in duobus triangulis a o m, & n o r, æquales cõtinẽt angulos qui sub a o m, & n o r, triangula ergo a o m, & n o r, latera proportionalia habent, circũ æquales angulos qui sub a o m, & n o r, & ob id non modò reciproca sunt, verum etiam similia. Animaduertere debuisset, triangula a o m, & n o r, non posse reciproca esse simul atque similia, nisi latera lateribus æqualia essent, quod neq; assumpserat, neq; probauerat. Sic igitur factam argumentationem

nem examinasset, diluisset que, & ab errore liberatus fuisset. Praeterea cōtuendū erat, si idcirco duo triangula a o m, & n o r, iudicanda forēt similia atq; aequiangula, propterea quòd bina quaedā alia triangula a o r, & m o n, circa se habent similia, cū quibus videlicet latera cōmunia habent, quae ad verticem aequales continent angulos, quum hoc item accidere necesse sit omnibus triangulis, quorum duo anguli sunt aequales, & latera eos continentia reciprocè proportionalia, iam igitur omnia triangula vnum angulum vni angulo aequalem habentia, & latera reciprocè proportionalia circa ipsos aequales angulos, non solū forēt aequalia, velut.15. sexti elementorum demonstrat, verum etiam similia atque aequiangula, quod falsum esse demōstrabimus. Secet enim linea quaecunque, vt a n, lineam r m, in pūcto o, (vt vtamur ea quae iam descripta est figuratione) ponanturque sub quacūque libuerit ratione proportionales, vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, sintq; ipsae quatuor lineae inaequales: & cōnectantur a m & n r, fient igitur triangula a o m, n o r, laterum reciprocè proportionaliū aequalia per 15. sexti elementorum, cōnectantur a r, & m n, fient idcirco bina triāgula a o r, & m o n, aequiangula per sextam eiusdem sexti, & laterū proportionalium quae circum aequales angulos, similisque rationis quae aequalibus angulis subtenduntur per quartam. Deinde ratiocinemur vt Orōtius, & eisdem suis verbis vtamur: sicut igitur a o, ad o r, sic n o, ad o m: similis ergo rationis sunt, a o, & o n, atque ipsa r o, & o m, latera. Praeterea cum sit vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, & qui sub a o m, & n o r, continentur anguli sunt per.15. ptimi elementorum aequales, triangula igitur a o m, & n o r, habent vnū angulum vni angulo aequalē, & quae circū aequales angulos latera. reciprocè proportionalia, aequum est itaque triangulum a o m, ipsi triangulo n o r, per.15. sexti elementorum. Et quoniam bases a m, & n r, in aequalibus triangulis aequales subtēdūt āgulos, similis igitur cogūtur esse rōnis. Atqui a o, & o n, nec nō r o, et o m, similis quoque sunt rationis, est enim vt a o, ad o r, sic n o, ad o m: proportionalia itaque sunt eorundem triangulorum a o m, & n o r, latera, & proinde ipsa triangula sunt inuicem aequiangula, & aequales habent angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur per quintam sexti elemētorum. Angulus itaque a m o, ipsi o r n, atque reliquus m a o, reliquo o n r, est aequalis. Hactenus vt Orontius ratiocinati fuimus, sed pergamus nos. Quoniam in duobus ipsis aequiangulis triāgulis a o m, & n o r, aequalis est angulus a m o, ipsi o r n, atque reliquus m a o, reliquo o n r, igitur per quartam sexti vt a o, ad o n, ita m o, ad o r. At verò ex hypothesi & permutata proportione sicut a o, ad o n ita r o, ad o m, idcirco vt m o, ad o r, sic r o, ad o m, per vndecimam quinti elementorum. Sūt autem ex hypothesi inaequales m o, & o r, igitur m o, ipsa o r, simul est maior & minor quod est impossibile. Fallax est idcirco Orontij syllogismus. Adde quod duo triangula a o m, n o r, quum reciproca sint, aequalia erunt, sed si similia sunt & latera vnius lateribus alterius sunt inaequalia, inaequalia erunt eadem triangula, est enim eorum ratio duplex quā similis rationis latera per.19. sexti. Orontius autem illo suo sillogismo nihil minus probare conatur, eadem triangula similia esse, simul atque reciproca, cum latera sunt inaequalia, quām cum sunt aequalia, nam si vnum concluderet, & alterum etiam concluderet. Atqui non sūt simul aequalia ac inaequalia ipsa triangula: non sunt igitur similia sed reciproca tantum. Et propterea inspicienda erat habitudo laterum proportionalium, se se inuicem secantium, vt a n, & r m. Nam si in duobus triangulis a o r, & m o n, sicut a o, ad o r, ita foret ipsius m o, ad o n, tunc profectò duo triangula a o m, & n o r, aequiangula haberentur atque similia, non autem reciproca, essent enim duo latera a o, & o m, duobus o r, & o n, proportionalia. Caeterum hoc Orontius neque assumpsit, neque assumere debuit, propterea quod in ipsis duobus triangulis a o r, & m o n, angulus a r m, alterno r m n, est aequalis, & reliquus n a r, reliquo a n m, aequalis. Similis ergo rationis latera sunt quae aequalibus angulis subtenduntur, vt a o, ad o r, sic n o, ad o m, non igitur sicut a o, ad o r, ita m o, ad o n. Quapropter reciproca ostenduntur triangula a o m, & n o r, non similia. Hanc autem similium triangulorum & reciprocorum dissentientem naturam ac legem exemplo quopiam manifestius explicabimus, vbi triangulorum latera, lineae fuerint rationales. Describatur rectangulum triangulum a b c, rectum habens angulum, qui ad b, latus a b sit.4. pedum, b c, trium: idcirco a c, erit quinq; pedum per.47. propositionem primi elementorum. Producatur a b, vsque ad d, sitque

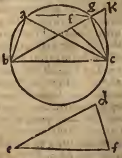
a d,



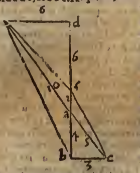
a d, octo pedũ, & à pũcto d, recta linea excitetur d e, rectũ faciẽs angulũ cũ ipsa a d, & producatur c a, donec concurrat cum d e, in puncto e. Quoniam anguli a d b, & d, recti sunt, & qui ad verticem sunt æquales, æquiãgula igitur sunt triangula a b c, a d e, per. 32. propositionẽ primi elementorum. idcirco similia sunt & latera habẽt proportionalia per quartã sexti. Erit igitur d e, sex pedũ, & a e, decẽ, Seceтur autẽ à linea a d, pars a f, duorũ pedũ, & cõnectatur c f, e f. Duorũ itaq; triãgulorũ a b c, a f e, reciproca sunt latera quæ circũ æquales angulos b a c, e a f. Nã sicut a b. 4. ad a f, 2. ita a e, 10. ad a c, 5. Idcirco æqualia sũt ipsa a b c, & a f e, triangula per. 15. propositionẽ sexti, sed latera proportionalia nõ habẽt, neq; æquiãgula sunt. Etenim angulus e f a, maior est interiore e d f, per 16. propositionẽ primi elementorũ, & maior igitur angulo c b a, reliquus vero a e f, minor est angulo a e d, & minor igitur angulo a c b, per cõmunem sententiam. Nõ sunt igitur æquiangula, triangula a b c, & a f e, neq; latera habẽt proportionalia. Si enim latera habẽt proportionalia, æquiangula sunt per quintã sexti atqui æquiangula nõ sunt, idcirco neq; latera habent proportionalia. Cõnectantur autẽ e b, & c f, bina igitur cõstituta erũt triangula a b e, & a c f, similia. Equidẽ sicut a b, ad a f, ita a e, ad a c, & permutatim sicut a b, ad a e, ita a f, ad a c. Quapropter proportionalia sũt a b, & a e, latera ipsis a f, & a c, anguli autem b a e, & c a f, ipsis proportionalib9 lateribus cõtẽti sũt æquales per. 15. primi elemẽtorũ, æquiangula sunt igitur triãgula a b e, & a c f, per sextã sexti, & latera habẽt proportionalia quæ circũ æquales angulos, & similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtẽdũtur. Ita demũ bina latera a b, a e, triãguli a b e, proportionalia ostẽsa sũt binis laterib9 a f, a c, triãguli a c f, nõ reciproce proportionalia: sed duo latera a f, a e trianguli a f e, reciproce proportionalia sunt duob9 a b, b c, trianguli a b c, nõ tamen simpli-citer dicũtur proportionalia. Latera enim figuratũ proportionalia dicũtur apud Euclidẽ quãdo eadẽ est ratio inter latera vnius figuræ, quæ inter latera alterius: & ob id si permutetur proportio, ambo termini antecedẽtes sunt in vna earũ, & ambo termini cõsequẽtes in altera. Vt in duobus triãgulis a b e, & a c f, duo latera a b, & a e, ipsis a f, & a c, proportionalia dicũtur, quoniã in triangulo a b e, sicut a b, ad a e ita a f, ad a c, in triangulo a c f. Et propterea si permutemus, ãbo antecedẽtes erũt in vno triãgulo, & ambo cõsequẽtes in altero: sicut enim a b, ad a f, ita a e, ad a c. Itaq; a b & a e, fiũt antecedẽtes, sed a f, & a c, cõsequẽtes. Reciproce vero proportionalia latera figurarũ dicuntur, quando in vtraq; figura alterũ latus est antecedẽs, & alterũ consequẽs, & reciproce referũtur vnius figuræ antecedẽs ad alterius figuræ consequens. Vbi igitur duo latera duobus lateribus æqualia fuerint, non solum dicentur proportionalia, sed etiam reciproce proportionalia: sed si fuerint inæqualia, fieri nullo modo poterit vt simul sint proportionalia & reciproce proportionalia, vt paulò ante demõstrauimus. Sed cũ hallucinetur Orontius omnia hæc cõfundit, & falsa theoremata pro veris, dubia pro certis enũciat. Id genus est illud eius pronũciatũ, sine vlla probatione positum. Et quoniam bases a m, & n t, in æqualibus triangulis æquales subtendunt angulos, similis igitur cogũtur esse rationis. Itaque sentire videtur, quod si in duobus æqualibus triangulis vnus angulus vni angulo æqualis fuerit, ea latera quæ ipsos æquales angulos subtendunt, & reliqua latera in eadem erunt ratione. Aliter enim intelligi non potest quomodo bases duorum triangulorum similis rationis dicantur, nisi saltem duo reliquorum laterum in eadem sint ratione ipsarũ basiũ. Sed si ita velit esse in vniuersũ, planẽ decipitur. Tũc enim bases proportionales erũt aliis eorũdẽ triangulorũ laterib9, cũ æquales inuicẽ fuerint, quinimo & reliqua latera reliquis laterib9 æqualia erũt, sed si inæquales supponãtur bases, necesse nõ est latera laterib9 ẽ eadẽ rõne esse.

Sint enim duo triangula a b c, & d e f, æqualia, quorum duo anguli b a c, & e d f, æquales supponantur, & bases etiam b c, & e f, æquales angulos subtendentes, dentur æquales. Dico duo reliqua latera trianguli a b c, duobus reliquis lateribus triãguli d e f, æqualia esse, & proinde latera vnius trianguli lateribus alterius in eadem basium ratione nempe æqualitatis esse,

Circa triangulum enim a b c, circulus describatur per quintam propositionem quarti elementorum Euclidis, & ex tribus rectis lineis quæ sint lateribus trianguli d e f, æquales, super linea b c, quæ vni earum est æqualis triangulum construatur ad partes b a c, per. 22. propositionē primi libri. Necesse est igitur constructum triangulum in eodē circulo descriptū esse? Nam si non, cum duo ei' anguli sint ad b, & c, pūcta, aut reliquus igitur



angulus non attingit ipsius circuli circunferētiam, aut prætergredietur eandem. Si non attingit, sit igitur huiusmodi triangulum b f c, duo itaque anguli e d f, & c f b, æquales erunt per octauam primi. Atqui angulus b a c, ipsi angulo e d f, æqualis est ex hypothesi: igitur duo anguli b a c, & c f b, sibi inuicem sunt æquales per cōmunem sententiam. Producatur recta b f, donec attingat descripti circuli circunferētiā in puncto g, & cōnectatur c g, duo igitur anguli b a c, & b g c, qui in eodem segmento sunt b a g c, sibi inuicem sunt æquales, per. 21. propositionē tertij libri. Id propterea æquales sunt duo anguli c f b, & b g c, per cōmunē sententiam, sed angulus c f b, cum sit exterior, maior est interiore atq; opposito b g c, trianguli c f g, igitur impossibile. Iam verò si dicatur ex tribus rectis lineis, quæ lateribus triāguli d e f, sunt æquales constructū triangulū pertransire circuli circunferentiā, sit igitur huiusmodi triangulū b K c, secetq; latus b K, ipsā circuli circūferentiā in g, ideirco cōnexa g c, ostēdemus eodē modo angulū b a c, æqualē esse angulo k, & eidē angulo k, angulū c g b, æqualē esse per cōmune sentētiā: & quonia ipse angulus c g b, exterior est, & K, oppositus atq; interior in triangulo g c k, erit iccirco maior atque æqualis quod est impossibile. Quapropter necesse est constructū triangulū in eodē descripto circulo inscriptū esse. Sit itaq; cōstructū triangulū ipsi circulo inscriptū b g c, & cōnectatur a g, igitur ipsū triangulū b g c, triāgulo d e f, æquū est per octauā & quartā primi elemētorū. At verò triangulū a b c, eidē triangulo d e f, æquū est ex hypothesi, iccirco æqualia sunt duo triangula a b c, & b g c, per cōmunē sententiā. Et quoniā in eadē sunt basi b c, propterea parallelæ sunt a g, & b c, rectę lineę per. 39. eiusdē primi libri. Angulus igitur a g b, coalterno g b c, per. 29. propositionē eiusdē primi elemētorū est æqualis. Atqui idē angulus a g b, æqualis est angulo a c b, per. 21. propositionē tertij, cōsistūt enim in eadē circūferentia a g c b, duo iccirco anguli g b c, & a c b, æquales sunt per cōmunē sentētiam: duæ igitur circūferentiæ a b & g c, æquales sūt per. 29. tertij: & recta a b, rectæ g c, æqualis est per. 29. Addita igitur circūferentia a g, duabus æqualibus circūferentijs a b, & g c, duæ idcirco circūferētiæ b a g, & a g c, æquales erūt per cōmunē sententiā: & propterea rectæ lineæ b g, & a c, æquales erunt per ipsā. 29. tertij elemētorū. Itaq; æquilaterū est triangulū a b c, triangulo b g c, est etiā triangulū d e f, æquilaterū eidē triangulo b g c, æquilaterū est igitur triangulū a b c, triangulo d e f: & propterea latera vnius lateribus alterius in rōne æqualitatis proportionalia sunt, queāmodū & bases, quod primò demōstrandū erat. Sed hoc in vniuersū accidere quibuscūq; triāgulis æqualibus vnūq; angulū vni angulo æqualē habētibus, necesse non est. Nā in ante scripta figuratione duo triangula a b c, & a f e, æqualia sunt, bases tamen b c, & e f, æquales subtēdētes angulos qui ad a, in eadē ratione laterū non sunt. Est enim sicut d e, ad b c, ita d a, ad a b, ob similitudinē triāgulorū a d e, & a b c. Atqui d a, ad a b, maiorē rationē habet quā a f, ad a b per octauam quinti: igitur d e, ad b c, maiorē habet rationē quā a f, ad a b, per. 13. propositionē eiusdē quinti libri. Præterea cū per. 19. propositionē primi maior



sit e f, ipsa d e, maiorē idcirco rationē habebit e f, ad b c, quàm d e, ad eandem b c, per octauam quinti. Habuit autem d e, ad b c, maiorem rationem quàm a f, ad a b, igitur multo

maiorem

maiorem rationem habebit e f, ad b c, quàm a f, ad a b, per artem demonstrandi duodecimam. Et propterea ipsę bases e f, & b c, æqualium triangulorum a f e, & a b c, in eadem ratione non sunt ipsorum laterum a f, & a b. Similiter demonstrabitur easdem bases atque duo latera e a, & a c, in eadem ratione non esse. Maiorem enim rationem habet e f, ad b c, quàm d e, ad b c: est autem sicut d e, ad b c, sic e a, ad a c, ob similitudinem triangulorũ a d e, a b c: igitur e f, ad b c, maiorem habebit rationem quàm e a, ad a c, quod demonstrandum erat. Et multo facilius eadem demonstrari possunt demonstratione ducente ad incômodum. Nam si est vt e f, ad b c, ita a f, ad a b, igitur permutatim sicut e f, ad a f, sic b c, ad a b. Atqui vterque duorum angulorum a e f, & b c a, minor est recto, & æquales sunt anguli qui ad a, igitur æquiangula sunt ipsa triangula a b c, & a f e, per septimam sexti: sed demôstratum est æquiangula non esse, idcirco impossibile. Item si sit sicut b c, ad e f, ita a c, ad a e, igitur permutatim sicut b c, ad a c, sic e f, ad a e: & quoniam vterque duorum angulorum c b a, & e f a, recto minor non est, æquiangula idcirco erunt per eandem septimam sexti ipsa triangula a b c, & a f e, quod est absurdum. Et propterea æqualium triangulorum bases non continuò si angulos subtendãt æquales, similis erunt rationis. Sed Orontius putauit quòd similis cogerentur esse rationis, & idcirco concludit per. 5. sexti triangula a o m, & n o r, æquiangula esse & æquales habere angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur, nempe angulum a m o, ipsi o r n, æqualem esse, atque reliquum m a o, reliquo o n r. Ex his itaque concludere possumus Orontij syllogismum non demonstrationem, sed meram esse hallucinationem. & proinde circa inuentionem duarum mediarum proportionalium, ob ignorantiam elementorum geometricorum sexti libri Euclidis errasse, velut ostendendum susceperamus.

Orontium Finæum errasse circa inuẽtionem duarum mediarum proportionaliũ, ob imperitiam artis demonstrãdi. CAP. IIII.

Reprehensio secunda.

SED ob id acrius etiam obiurgandus est Orôtius, quòd si iam ex Aristotelis libris demonstrandi artẽ non didicerat, nihilominus ex vsu quotidiano cum demonstrationes ex librorum Euclidis à Theone & Campano mutuaretur, eandem artem consequi poterat. In his enim nulla principia sumuntur, quæ non destinentur in conclusionem, nihil construitur quod non deseruiat demonstrationi. At Orontius multo aliter. Inuestigaturus enim inter datas duas lineas binas medias proportionales, diuisit primò excessum maioris supra minorem per extremam ac mediam rationem, maius deinde segmentum minori duarum propositarum adiecit, & compositam lineam secundam proportionalẽ constituit, cũ huiusmodi tamen diuisionis in tota sua demôstratione, nullã prætereà mentionẽ facturus esset. Quid igitur opus erat illa diuisione, si eam non amplius in probatione cômemoraturus erat? Aut quomodo ex ea medias proportionales elicit, si non propterea quòd excessus ille ita diuisus fuerit, aut ipsa demôstrationis cõclusio, aut intermedia aliqua propositio ad eam inferendam colligatur? Quapropter si non probatur cõclusio per eã diuisionẽ, neq; refertur in eam, neq; itẽ cum ea vllum habet responsum, nihil minus præstiterit ad medias proportionales inueniẽdas, differẽtiam maioris atq; minoris in quaslibet partes siue æquales siue inæquales secare, quã per extremã ac mediã rationẽ. Adhuc enim licitũ foret per notã diuisionis atq; quadrantis finẽ, rectã quandã lineam ducere, & huic aliã a quidistantẽ per minoris lineæ extremũ, & reliqua cõstruere velut Orontius fecit. Et proinde nihil magis infringeretur demôstratio, aut infirmaretur, quã si modo illo suo cõficeretur: quin imo idẽ relinqueretur modus, eadẽq; method⁹ si modò methodus appellãda sit falsa illa, sed parũ fallax argumẽtatio. Innumera igitur atq; diuersa inæqualiaq; bina media proportionalia, inter datas duas lineas collocarentur, quod est absurdum. Et propterea manifesto liquet argumento, errasse Orontium circa inuentionem mediarum proportionalium, ob ignorantiam artis demonstrandi, quod ostendendum susceperamus. Absurdi explicatio facilis est. Inter duas lineas rectas b f, & b c, iuxta Orontij traditionem binæ mediæ proportionales sunt b K, & b n. Sed diuidamus nos differentiam c f, non per extremam ac mediam

rationem, sed in partes æquales c z, & z f, & construatur deinde figura ad eius imitationẽ: ducatur enim recta linea per punctum z, & quadrantis finem vbi est e, atque ei æquidistans agatur per c, recta quædam linea quæ semidiametrum b e, necessariò secabit, & æqualis abscisæ ponatur b i, & reliqua deinceps cõstruantur: atque valeat Orontij ratiocinatio ad ostendendum b K, & b n, medias esse proportionales inter b f, & b c. Igitur valebit vt demonstremus b z, & b i, medias quoque proportionales inter easdem haberi, nihil enim immutamus quod demonstrationem variare possit. Nam siue diuidatur differentia f c, per extremam ac mediam rationem in puncto k, siue in partes duas æquales in z, ostẽdetur nihilominus quadrilaterum circulo inscriptum parallelogrãmum ac rectangulum esse. Deinde verò ex similibus triangulis, eadem prorsus arte qua vsus est Orontius duæ rectæ lineæ b z, & b i mediæ proportionales demonstrabuntur inter ipsas b f, & b c. Hoc autem absurdum esse in hunc modum ostendemus. Habet enim b f, ad b z, maiorem rationem quàm eadem b f, ad b K, per octauam quinti elementorum Euclidis: atqui sicut b f, ad b z, sic b z ad b i, & sicut b z, ad b i, sic b i, ad b c: sicut autem b f, ad b k, ita b k, ad b n, & sicut b K, ad b n, sic b n, ad b c. Igitur maiorẽ rationem habet b i, ad b c, quam b n, ad b c, per duodecimam propositionem quinti eorundem elemẽtorum. Et propterea maior erit b i, ipsa b n, per decimam propositionem eiusdẽ quinti, pars suo toto quod est impossibile.

Euidenti ac necessaria ratione conclusis, duas rectas lineas, quas Orontius Finæus medias proportionales constituit, veras non esse: sed alteram superare iustam magnitudinẽ, alteram non implere.

CAP. V. Reprehensio tertia.

SIT a b, vel ei æqualis b f, latus quadrati circa oblatum circulum descripti: b c, latus quadrati in eodem circulo descripti. Et diuidatur c f, harum duarum lineaũ differentia, per extremam ac mediam rationem, sitq; maius segmentum c K. Affirmat Orontius si ponamus b f, primã quatuor linearum continuè proportionaliũ, & b c, quartam, lineam b K, secundam esse proportionalem, primam vè duarum mediarum. Nos tamen euidẽti ratione, per rationales quãtitates ostendemus, ipsam b k, minorem esse secũda linea proportionali. Linea enim a b, latus quadrati circa oblatum circulum descripti, diametro eiusdẽ circuli æqualis est: & proinde diametro inscripti quadrati æqualis: igitur sicut diameter inscripti quadrati ad latus eiusdem quadrati, sic a b, aut b f, ad b c: est autem ea ratio dimidium rationis duplæ. Ponamus igitur c f, differentiam diametri & lateris eiusdẽ quadrati esse 4: erit idcirco b f. 8. p̄ ℞ 32: & erit b k 2. p̄ ℞ 20. p̄ ℞ 32. Et quoniã $5\frac{21}{32}$ minor est radice numeri 32. cum sit ℞ $31\frac{1017}{1024}$ erit idcirco $13\frac{21}{32}$ minor ipsa b f, prima linea. At vero $4\frac{9}{19}$ est ℞ $20\frac{5}{361}$ erit igitur $4\frac{9}{19}$ paulo maior radice numeri 20. Præterea $5\frac{23}{35}$ est ℞ $32\frac{4}{1225}$ maior idcirco est $5\frac{23}{35}$ radice numeri 32. Coaceruẽtur hi numeri 2. $5\frac{23}{35}$ $4\frac{9}{19}$ eritque eorum summa $12\frac{87}{665}$: maior igitur quam b K. Quapropter b f, ad b k maiorẽ habet rationem quam $13\frac{21}{32}$ ad $12\frac{87}{665}$. Reducantur $13\frac{21}{32}$ & $12\frac{87}{665}$ ad vnã andẽq; denominationẽ: igitur sicut $13\frac{21}{32}$, ad $12\frac{87}{665}$ ita 290605 ad 258144. Et proinde b f, ad b k, maiorẽ habet rationẽ quã 290605: ad 258144. Horũ numerorũ cubi sũt. 24541960163195125 & 17202283700649984. quorum ratio maior est ratione 17, ad 12. Atqui 17, ad 12 maiorem habet rationẽ dimidio rationis duplæ, cum sint eorum quadrata 299. & 144. in maiori ratione quàm dupla, cubi igitur ad cubũ ratio multo maior est dimidio rationis duplæ: & proinde cub⁹ ad cubũ maiorẽ habet rationem quã b f, ad b c. Habet autẽ cub⁹ ad cubũ triplã rationẽ quàm lat⁹ ad latus: habet etiã linea b f, ad lineam b c, triplam rationẽ quàm eadem b f, ad secundam proportionalem: cuborum igitur latera in maiori sunt ratione quàm linea

b f

b f, & secunda proportionalis. Atqui demonstratum est b f, ad b K, maiorem habere rationem quàm latus cubi maioris ad latus cubi minoris, & maiorem igitur rationem habebit b f, ad b K, quàm eadem b f, ad secundam proportionalem. Quapropter maior erit secunda pro-



portionalis ipsa b k. Item quoniam quatuor magnitudinum proportionalium sicut prima ad secundam, sic tertia ad quartam, idcirco per permutatam proportionē sicut prima ad tertiam, ita secunda ad quartam: est autem b e, quarta linea proportionalis: & b e, æqualis est primæ: igitur sicut secunda linea proportionalis ad b c, quartam: ita b e, ad tertiam. Atqui maior ostēsa est secunda proportionalis quàm b K, propterea maiorem habebit rationem secunda proportionalis ad b c, quartam quàm b k, ad eandem b c: & maiorem igitur rationē habebit b e, ad tertiam, quàm b k, ad b c. At vero sicut b K, ad b c, sic b e, ad b n, ob similitudinem triãgulorum k b e, & b c n: ergo maiorem rationem habebit b e, ad tertiam, quàm eadem b e, ad b n: quapropter minor erit tertia linea proportionalis ipsa b n. Itaque sicut b k, non implet iustam magnitudinem secundę, sic b n, superat tertiam, quod demonstrandum suscepimus. Subijcitur autem modus quo vsi sumus ad ostendēdū b f, ad b K, & 8 p̄ ℞ 32, ad 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32, in eadem esse ratione. Reliqua verò facilia sunt atque in promptu ijs qui in elementis versati sunt.

Sic b f, diameter quadrati, & b c, latus eiusdē: excessus autem c f, diuidatur in puncto k, per extremam ac mediam rationē: sitque c K, maius segmentum, & f K, minus. Dico quòd sicut b f, ad b K, sic 8 p̄ ℞ 32, ad 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32.

c f, 4, eius dimidium. 2
Eorum quadrata 16. & . 4.

Erit igitur c k, ℞ 20 m̄ 2.
Auferatur ℞ 20 m̄ 2, à 4.
Relinquetur f k 6 m̄ ℞ 20.

Sit b f 2.
Erit igitur b c ℞ 2.
c f, vero 2 m̄ ℞ 2.

2 m̄ ℞ 2. | 2. 4.
8.

2 m̄ ℞ 2.
×
2 p̄ ℞ 2. communis multiplicator

4 m̄ 2. Duæ enim aliæ multiplicationes transuersæ se se in te imunt.
Igitur diuisor est 2.

8.
2 p̄ ℞ 2.

16 p̄ ℞ 128, diuidēd⁹. Igitur 8 p̄ ℞ 32, quart⁹ t[illegible]

Positio prima.

¶ Ponatur enim primò c f, 4, æqualium partium, igitur eius dimidium 2. Duo igitur quadrata, videlicet totius c f, & eius dimidij collecta, erunt 20. Idcirco c K, maius segmentum erit ℞ 20 m̄ 2. Quapropter f K, minus segmentum relinquitur 6 m̄ ℞ 20.

Positio secunda.

¶ Sed ponatur tota b f, 2, erit igitur b c latus eiusdem quadrati ℞ 2, cum sit medium proportionale inter 2, & 1. Auferatur ℞ 2, à 2. relinquetur excessus c f, 2 m̄ ℞ 2.

¶ Nunc verò quoniam qualium partium est f c, 2 m̄ ℞ 2, talium est b f, 2: igitur qualium est eadem f c 4, talium inuenta erit ipsa b f. 8 p̄ ℞ 32, per cōmune documentum quatuor quantitatū proportionaliū. Ducto enī 4, tertio termino proportionis in 2, secundum terminum, fient 8: deinde diuiso 8, per 2 m̄ ℞ 2, primum terminū, venient ex partitione 8 p̄ ℞ 32, quartus proportionis terminus.

Itaq; qualium partium est c f. 4, talium est b f. 8 p̄ ℞ 32: & quoniā qualiū est c f 4. taliū est f K 6 m̄ ℞ 20, auferemus igitur 6 m̄ ℞ 20, ab 8 p̄ ℞ 32, & relinquetur b K. 2 p̄ ℞ 20. p̄ ℞ 32. Igitur sicut b f, ad b k, sic 8. p̄ ℞ 32, ad 2 p̄ ℞ 20, p̄ ℞ 32, quod erat ostendendum.

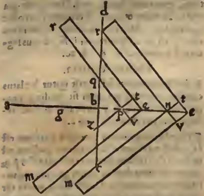
Quod maior cubus ad minorem, maiorē habeat rationem quam 17. ad 12, non dubitabis, si ipsum cubum maiorem multiplicaueris in 12, & productum diuiseris per 17. Venient enim ex partitione. 173237 3658578 4794 $\frac{2}{17}$ Idcirco sicut 17, ad 12; sic maior cubus ad hūc numerū, q ex partitione prouenit. Atqui excedit idē numerus cubū minorē; igitur cub⁹ maior ad minorē maiorē habebit rationē quàm 17. ad 12.

Orontij Finæi instrumentum non veras indicare medias proportionales.

CAP. VI.

Reprehensio quarta.

EX prædictis facile constabit gnomonicum instrumentum Orontij Finæi, veras medias proportionales præstare non posse. Esto enim constructus gnomon ipse r e m: & offerantur duæ rectæ lineæ g b, b z, ad rectū angulum



g b z, coniunctæ, quarū maior g b, sit latus quadrati circa circulū quendam descripti, & b z, minor sit latus quadrati in eodem circulo descripti: oporteatq; inter ipsas g b, & b z, binas medias continue proportionales hoc gnomonico instrumento inuenire. Igitur velut Orō-

b f, 8 p̄ ℞ 32.
Auferatur f k, 6 m̄ ℞ 20
Relinquetur b k,
2 p̄ ℞ 20 p̄ ℞ 32.

tius docet, eo modo coaptetur instrumentū, vt diagonalis linea e n, in directū ipsius b e, hoc est longioris productæ ad amussim collocetur: cogaturque interius gnomonis latus n m, venire in punctum z, minoris lineæ b z, limitē, immota semper e n, ab eiusdem b e, rectitudine. Tunc enim secundum Orontij doctrinam, reliquum & interius gnomonis latus r n, positionem habebit r p, & ex minore linea producta lineam secabit b q, secundam proportionalem: interior autem gnomonis angulus tertiam proportionalem b p, indicabit.

Sed nos hæc falsa esse demonstrabimus in hunc modum. Sint enim inter a b, & b c, inuentæ b r, & b n, in ea figuratione ex qua constructus gnomon deductus est: recta igitur linea b e, in rectas incidens p q, & n r, æquos angulos facit q p e, interiorem, & r n e, exteriorem. Igitur parallela est p q, ipsi r n: & idcirco æquiangula similiaque sunt triangula b p q, & b n r. Similiter æquiangula sunt atque similia bina triangula b p z, & b n c: quapropter sicut b r, ad b n, sic b q, ad b p: & sicut b n, ad b c, sic b p, ad b z. Est autem ex hypothesi linea b r, æqualis lineæ b K, in prædicta figuratione: non attingit autem ipsa b k, iustam magnitudinem secundæ proportionalis, sed b n, superat tertiam: idcirco multò minorem rationem habet b r, ad b n, quam vera secunda proportionalis ad veram tertiam. Et propterea maiorem rationem habebit b n, ad b c, quàm vera tertia ad b c, quartam: & maiorem item rationem habebit a b, prima ad b r, quàm eadem a b, ad veram secundam. Quoniam verò a b, ad b c, & g b, ad b z, in eadem sunt ratione: vtraq; enim dimidium rationis duplæ, diametri videlicet ad latus eiusdem quadrati; idcirco non sunt b q, & b p, mediæ proportionales inter ipsas g b, & b z. Quin potius b q, ad b p, minorem habet rationem, quàm vera secunda ad veram tertiam, & g b, ad b q, maiorem quam prima ad veram secundam, & b p, ad b z, item maiorem habet rationem, quàm uera tertia ad b z, quartam. Non potest itaque Orontij instrumentū, inter latera duorum quadratorū binas medias proportionales

præs-

præstare, quod demonstrandum suscæpimus.

Aduertendum est autem multum intercesse inter Platonis instrumentum & Orontij gnomonem. Nam per Platonis instrumentum, in vniuersum inter duas quascunque rectas lineas binæ mediæ proportionales inueniuntur, quamuis nulla præcesserit inuentio mediarum proportionalium inter duas alias eiusdem rationis lineas. Sed si per Orontij gnomonem inter datas duas linas, binas medias proportionales comperire velis, præmittenda est certissima inuentio duarum proportionalium inter alias eiusdem rationis. Tunc verò poteris inter quascunque duas consimimilis rationis, binas medias proportionales inuenire, alioqui non. Non potest enim gnomonicum illud instrumentum rectè construi, nisi duæ mediæ continuè proportionales inter aliquas eiusdem rationis lineas inuentæ fuerint, quod Orontius non est consequutus. Sed si iam consequutus esset, præstaret tamen per 12. propositionem sexti libri Euclidis quæstioni satisfacere, aut generali instrumento Platonis vti, quam quocunque alio particulari. Ex hoc autem cognosces solum gnomonem non sufficere, ad binas medias proportionales inter datas duas lineas in vniuersum capiendas, etiam si rectè fabricaretur. Nam si proponas tibi inter duas a b, & b c, inuentas esse duas medias b r, & b n, & deinde variaueris a b, iamque constitueris g b, primum duarum propositarum, atque inuestiges inter g b, & b c, duas medias proportionales, non alias denuo indicabit gnomon, quam ipsas b r, & b n, quæ inter a b, & b c, inuentæ fuerant, quod est absurdum.

Orontium Finæum in vniuersum errasse circa inuentionem duarum mediarum proportionalium inter datas duas lineas, quarum minor dimidium maioris superat. CAP. VII.

Reprehensio quinta.

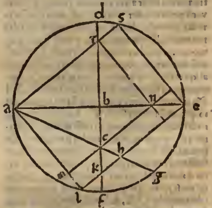
IAM verò neq; video quomodo sit excusandus Orontius, qui vel putat omnes lineas quarum minor dimidium maioris superat, incommensurabiles esse, aut quænam dicantur commensurabiles, & quænam incommensurabiles ignorat. Nam de cæteris lineis rectis inquit, quod quamuis latera quadratorum non sint, quorum alterum circa, alterum verò intra circulum describitur, si tamen minor earum dimidium maioris superauerit, poterunt nihilominus inter ipsas, eadem arte qua vsus est, binæ mediæ proportionales sub continua proportione inueniri. In quo etiam vehementer errasse ostendemus. Proponantur enim duæ rectæ lineæ b f, & b c, inter quas oporteat binas medias proportionales sub continua proportione inuenire. Sitque earum maior b f, pedum 125. minor vero 64. sic igitur minor dimidium maioris superabit. Diuidatur excessus c f. per extremam ac mediam rationem, maius segmentum sit c K, minus verò k f. Itaque iuxta Orontij præceptum de cæteris lineis rectis, erit recta b K, secunda proportionalis: quod per principia euidentissima falsum esse demonstrabimus. Etenim binæ magnitudines b f, & b c, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum: commensurabiles igitur sunt ipsæ magnitudines b f, & b c, per sextam propositionem decimi elementorum Euclidis, quapropter & b c, ipsi c f, commensurabilis erit per 15. propositionem eiusdem decimi libri. Hoc etiam liquidissimè constat detracto numero 64. à 125. relinquetur enim c f, 61. Atqui c f, & c K, adinuicem rationem non habent quàm numerus ad numerum, velut ostensum est à Campano super 16. noni libri elementorum, & quod etiam liquet ex sexta decimitertij, incommensurabiles igitur sunt ipsæ c f, & c K per octauam propositionem decimi. Erant autem commensurabiles b c, & c f: idcirco b c, & c k, incommensurabiles sunt per decimam tertiam propositionem eiusdem decimi libri, aut per lemma duodecimæ, tota igitur b k, ipsi b c, erit incommensurabilis per decimam sextam eiusdem decimi: & b f, etiam eidem b k, incommensurabilis per decimam tertiam. Quapropter si b f prima, incommensurabilis est b k, secundæ, erit b K, secunda incommensurabilis tertiæ, & tertia quoque incommensurabilis b c, quartæ. Sed est b f, 125. & secunda proportionalis 100, tertia vero 80, & quarta b c 64. igitur commensurabiles sunt per sextam propositionem decimi, non autem incommensurabiles. Itaque falsum est Orontij præceptum, de inuentione duarum mediarum continuè proportionalium, inter duas datas lineas quarum

rum minor dimidium maioris superat, Quoniam verò cum latera cuborum rationem habent sesquiquartam, cuborum ratio minor est dupla, est autem ratio sesqui quinta minor sesquiquarta, & sesquisexta minor sesquiquinta, & reliquæ deinceps rationes super particulares minores sunt, reliquorum igitur cuborum ratio quorum latera rationem habent super particularem sesquiquarta minorem, multò minor erit dupla. Minor igitur eorum cuborum numerorum, quorum latera rationem habuerint superparticularem sesquiquarta minorē, dimidium maioris superabit, cadentque inter ipsos cubos numeros duo medij continuè proportionales numeri, per duodecimam propositionem octaui libri elementorum. Et propterea si ponamus duas lineas b f, & b c, rationem habere duorum quorumcunque numerorum cuborum, quorum latera rationem habent superparticularem sesquiquarta minorem, cadent inter b f, & b c, duæ mediæ proportionales, ipsæque quatuor lineæ cōmensurabiles erunt. Sed Orontius cogetur concedere eas esse incommensurabiles est enim nostra demōstratio vniuersalis. Et non solum hoc licebit inspicere, vbi latera cuborū numerorū rationē habuerint aut sesquiquartā, aut aliā minorē super particularem, sed etiam vbi rationē habuerint superpartientem sesquiquarta minorem. Sic enim cuborum ratio minor erit dupla, & proinde eorum minor dimidium maioris superabit. Est autem sicut numerus ad numerum, sic recta linea ad rectam lineam, quod verè assumitur in corollario sextæ propositionis decimi elementorum: quapropter si ponatur recta linea ad rectam lineam, rationem habens sicut est ipsorum cuborum numerorū ratio, necesse est medias proportionales commensurabiles esse. Errauit igitur Orontius turpiter in re tam clara, tamque manifesta: & propterea quænam sint commensurabiles magnitudines, & quænam incōmensurabiles ignorasse videtur.

Orontium Finæum etiam errasse circa inuentionem mediarum proportionalium inter duas rectas lineas, quarum maior dupla est minoris: & proinde cubū minime duplicasse, euidenter demōstratur. CAP. VIII.

Reprehēsio sexta.

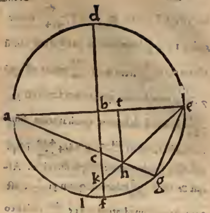
CVBVM duplicaturus Orontius cuius latus est b c, duplam lineam a b, ad rectum coniūxit angulum qui ad b, & super b, centro interuallo autem a b, circulum descripsit a d e f, ipsasque lineas a b, b c, in rectū produxit vsque ad descripti circuli circunferentiam, & per a, & c,



rectam duxit lineam quæ ipsius circuli circunferentiam attingit in puncto g. Inquirit deinde binas medias proportionales, inter ipsas a. b, & b c, in hunc modum. Rectam c g, diuidit in puncto h, per extremam ac mediam rationem, vt sit g h, maius segmentum, & c h, segmentum minus. Tūc verò per e, & h, rectam lineam ducit e h, quæ eiusdem circuli circunferentiam attingit in puncto l, & semidiametrum b f, secat in k: lineam præterea c n, parallelam ducit ipsi e k, quæ semidiametrum b e, secat in n. Postremò ex b d, lineam b r, abscindit æqualem ipsi b k, & reliqua construit quemadmodum in primo problemate. Ait igitur b k, aut b r, secundam esse proportionalem, & b n, tertiam: sicut quidem a b, ad b r, sic b r, ad b n, & b n, ad ipsam b c: idque demōstrari posse, quemadmodum in ipso primo problemate. Et proinde cubum à linea b n, tertia proportionali descriptum propositi cubi cuius latus est b c, duplum esse affirmat. Cæterū hic Orontij modus cum nulla alia ratione probetur, similiter impro-

Improbabitur, quemadmodum tertio capite atque quarto, primi problematis demonstrationem confutauimus. Et præterea quoniam fortasse putauit Orontius, quòd si iam sua ars falsa esset, mendatium tamen foret inextricabile, per principia idcirco certissima ac euidentissima statim ostendemus lineam b k, maiorem esse secunda proportionali, lineam verò b n, tertia proportionali minorem: ob id igitur descripti cubi ex b n, ad cubum ex b c, rationem esse dupla minorem.

Esto enim b f, dupla ipsius b c, & diuidatur e g, in puncto h, per extremam ac mediam rationem, sitque g h, maius segmentum, & recta e h, producta in l, secet b f, in k. Aio b K, maiorem esse secunda proportionali.



Positio prima.

Sit primum e g, 8. Et quoniam æquiangula sunt, rectangula triangula a b c, a e g, latera igitur habent proportionalia quæ circũ æquales angulos. Est autem a b, dupla ipsius b c, igitur & a g, dupla est rectæ e g, idcirco ipsa a g, est 16, ideoque diameter a e, ℞ 320, & b e, semidiameter ℞ 80, recta verò b c, dimidium semidiametri ℞ 20. Quapropter recta a c, rectũ subtendens angulum qui ad b, erit 10: relinquitur ergo c g, 6: & g h, segmentum maius ℞ 45 m̃ 3; reliquum vero segmentum c h, 9 m̃ ℞ 45 & a h, 19 m̃ ℞ 45.

e g, 8.
a g, 16.
a c, ℞ 320.
a b, ℞ 80.
b c, ℞ 20.
a c, 10.
c g, 6.
g h, ℞ 45 m̃ 3.
c h, 9 m̃ ℞ 45.
a h, 19 m̃ ℞ 45.

Positio secunda.

Sed ponatur a b, 100 & b c, 50: ducaturque per h, ipsi b f, parallela h t. Aequiangula erunt igitur atque similia, duo triangula a b c, a t h. Idcirco sicut a c, ad a h, sic b c, ad t h, & a b, ad a t. Per communem igitur regulam quantitatum proportionalium. qualium partium est a b, 100, & b c, 50, talium inuenitur t h 95, m̃ ℞ 1125: & a t, dupla ipsi' t h, 190 m̃ ℞ 4500. Auferatur a t, à diametro a e, & relinquetur t e, 10 p̃ ℞ 4500. Et quoniam æquiangula sunt similiaque duo triangula b K e, & t h e, erit idcirco sicut t e, ad b e, sic t h ad b K. Atqui t e, & b e, & t h, cognitæ sunt: igitur per ipsam cõmunem regulam quatuor quantitatum proportionalium innotescet recta b k, talium partium ℞ 20977 $\frac{157}{484}$ p̃ ℞ 58 $\frac{53}{484}$ m̃ ℞ 2614 $\frac{449}{484}$ m̃ 21 $\frac{13}{22}$ qualium est b e, aut b f, 100, &

10 | 19 m̃ ℞ 45 | 50.
950, m̃ ℞ 112500.
t h, 95 m̃ ℞ 1125.
a t, 190 m̃ ℞ 4500.
a b, 100.
b c, 50.
t e, 10 p̃ ℞ 4500.

10 p̃ ℞ 4500 | 100 | 95 m̃ ℞ 1125.
9500 m̃ ℞ 11250000. diuid.
10, p̃ ℞ 4500, diuisor.
Quartus proportionis terminus qui est b K, ℞ 20977 $\frac{257}{484}$ p̃ ℞ 57 $\frac{53}{484}$ m̃ ℞ 2614 $\frac{449}{484}$ m̃ 21 $\frac{13}{22}$.

b c 50. Est autem ℞ $20977\frac{357}{484}$ maior quàm $144\frac{5}{6}$ horum enim quadratum tantũ est $20976\frac{25}{36}$: item ℞ $58\frac{53}{434}$ maior est quã $7\frac{13}{22}$, nam horum quadratum tantũ est $57\frac{201}{484}$. Igitur si ab horum quadratorum summa auferantur $21\frac{13}{22}$ & ℞ $2614\frac{419}{484}$, id quod relictum fuerit minus erit ipsa linea b k. Atqui ℞ $2614\frac{419}{484}$ minor est quam $51\frac{1}{7}$, est enim horum quadratum $2615\frac{29}{49}$: idcirco si $51\frac{1}{7}$ & $21\frac{13}{22}$ ab eadem auferantur summa, multo minus relinquetur eadẽ linea b K. Id verò quod relinquitur est $79\frac{19}{154}$ maior est igitur ipsa b k, quam $79\frac{29}{42}$. At verò cubus lineæ b f, est 1000000, & propterea cubus secundæ proportionalis est eius dimidiũ, nempe 500000, sed multò maior est cubus ipsorum $79\frac{29}{42}$, numerum enim excedit 506000. Quapropter minor est secunda proportionalis eisdem $79\frac{19}{42}$, & multò igitur minor quã b K, quod primum ostendendum suscepimus. Per hæc autem facilè demonstrabis tertiam proportionalem maiorem esse linea b n. Nam quoniã c n, parallela est rectæ K e, æquiangula sunt igitur atque similia bina triangula k b e, & c b n: sicut igitur b e, ad b K, sic b n, ad b c. At verò maior est b k, secunda proportionali, minorem idcirco rationem habebit b e, ad b k, quàm eadem b e, ad secundam proportionalem. & minorem igitur rationem habebit b n, ad b c, quàm b e, ad secundam proportionalem. Atqui sicut b e, ad secundam proportionalem, sic tertia ad b c, quartam: & minorẽ igitur rationẽ habebit b n, ad b c. quã tertia proportionali ad eandẽ b c. Propterea minor est b n, tertia proportionali, & proinde ratio cubi ex linea b n, descripti ad cubũ descriptũ ex b c, minor est quàm dupla, quod demonstrandum erat. Hanc porrò elegimus methodũ doctis mathematicis cognitam ad inuestigandum longitudinem lineæ b K, non autem per angulorum mensuram, quoniã non licuit in re huiusmodi, tabulis uti de arcu & chorda, quæ exactæ esse nõ possũt, sed ad alios usus utilissimæ.



Modus Orontij Finæi ad quadrandum circulum. CAP. IX.

Ut quàm fidelissimè modum Orontij referamus, quo putauit circulũ quadrasse, artem ipsam qua usus est, eisdem suis verbis explicatam in hunc locũ trãsferemus. Esto (inquit) datus circulus a h, cui oporteat unum æqualem designare quadratum, alterũ verò isoperimetrum inuenire. Circa eundem itaque circulum a h: quadratũ describatur a e, per septimam quarti elementorum: intra verò eundem circulum a h, aliud describatur quadratũ d h, per sextam eiusdem quarti. Inter ipsa postmodum horum duorum quadratorum latera, utpote a, & d, binæ rectæ lineæ sub eadem ratione continuè proportionales inueniantur, per ipsius antecedentis problematis traditionem, quæ sint b, & c: ut quemadmodũ latus a, ad lineam b, sic eadem b, ad c, atque c, ad latus d. Ex ipsis consequenter rectis lineis b, & c, quadrata describantur b f, & c g, per quadragesimam sextam primi eorundem elementorũ, sintque

Sintque ipsorum b f, & c g, quadratorum late-
ra, tum inuicem, tum prædictorum quadrato-
rum a e, & d h, lateribus æquidistantia siue pa
rallela. In ipsis demum quadratis b f, & c g, sin-
guli describantur circuli b l, & c m, per octa-
uam quarti prædictorum elementorum: qui
quidem circuli ob ipsam laterum hypothesin
idem centrum habebunt cum circulo a h, sci-
licet n, & vnà cum ipsis quadratis, circa eun-
dem diametrum constituentur. His in hunc
modum constructis ait Orontius quadratum
b f, æquari in primis ipsi dato circulo a h, nec
non & quadratum c g, circulo b l, atque d h,
quadratum, circulo c m, respondẽter coæqua-
ri, ipsum præterea quadratum c g, eidẽ circulo
a h, esse isoperimetrum.

Ita Orontius ad verbum, problemate secũ-
do libri de circuli quadratura, probationes au-
tem in quinto deinde problemate apposuit, in
quo quadratum b f, circulo a h, æquari tribus
argumentis ostendere conatur. Primum à pro-
portionalium numerorum æqualitate, per nu-
meros veritati admodum propinquos ex regu
la Archimedis coassumptos de ratione circũ-
ferentiæ ad diametrum, quæ propemodum tri
pla est sesquiseptima, idq; in hunc modum.
Nam ex demonstratis ab Archimede constat,
qualium partium quadratum a e est. 14, taliũ
circulum a h, esse 11. At verò qualium partium
idem quadratum a e, est 14, talium quadratum
d h, vtpote eius dimidium est 7. Earundem igi
tur partium quadratum a e, est 14. & circulus
a h 11. & quadratum d h, 7. Atqui duobus me-
dijs proportionalibus inter 14 & 7 inuentis,
primum eorum necesse est cubicam esse radi-
cem numeri 1372, quæ veritati admodum pro
pinqua est 11. Est autem quadratum b f, primũ
medium proportionale inter quadratum a e.
14. & quadratum d h 7. erit igitur ipsum qua-
dratum b f, partium 11. qualium quadratum
a e, est 14. & quadratum d h 7. & circulus a h
11. Sic igitur vtrunque & quadratum b f, & cir
culus a h, est 11. & proinde æquale est quadra-
tum b f, dato circulo a h. Eodem modo probat
quadratum c g, circulo b l, æquale esset simili-
ter quadratum d h, circulo c m, æquale.

Secundum argumentum sumptum est ab
æqualitate laterum, per easdem hypotheses ex
demonstratis ab Archimede. Ponatur inquit
latus quadrati a e, diameterue circuli a h, par-
tium æqualium 14, erit igitur ipsum quadra-
tum a e, partium quadratarum 196. quadratum
verò d h, eius dimidium, earundem partiũ 98.
Qualium autem partium diameter circuli a h,
est 14. talium circunferentia est 44, per regu-
lam Archimedis de mensuratione circuli, di-
midium igitur circunferentiæ 22. & semidia-
meter 7. Atqui dimidia circunferentia in se-
midiametrum ducta aream circuli producit,
erit igitur ipsius circuli a h, area partium 154.
qualium quadratum a e, est 196. quorum nume
rorum ratio est sicut 14 ad 11. Radix autem
quadrata numeri 154 veritati propinqua est
12. fere cum $\frac{5}{12}$. Tantum est igitur latus qua-
drati quod eidem circulo a h, est æquale. Sed
tantum etiam inuenitur latus quadrati b f, nã
qualium partium latus quadrati a e, est 14. ta-
lium latus quadrati d h, est 9 ferè cum $\frac{17}{18}$ ra-
dix nempe quadrata numeri 98. Inueniantur
autem inter 14. & 9 $\frac{17}{18}$ duo media propor-
tionalia sub continua proportione, erit igitur
eorum primum quod est latus quadrati b f, ra-
dix cubica numeri 1949 cum $\frac{1}{9}$, videlicet
numerus 12. vnà cum $\frac{12}{30}$ quæ ferè respondent
ipsis $\frac{5}{12}$. Et propterea tantum esse affirmat
latus quadrati b f, quantum & latus quadrati
quod ipsi a h, circulo est æquale.

Tertium argumentum est ab impossibili.
Quoniam si quadratum d h, maius vtcunque,
aut minus daretur circulo c m, & proinde qua
dratum b f, circulo a h, aut maius aut min⁹, in-
cideremus in inconueniẽs. Non enim iam qua
tuor illa quadrata in eâdẽ essent continua pro-
portione, neque circuli in eis descripti, Quin
potius ob quantulãcunque numerorum inæ-
qualitatem, ipsa continua proportio qua (vt
inquit) inuicem colligantur, penitus dissolue-
retur: vtpote si circulum c m, concederemus,
partium fore 7 & $\frac{1}{10}$, aut 6 $\frac{9}{10}$, quem ad-
modum ex ipsis numerorum differentijs per
regulam numerorum proportionalium colli-
gi posse affirmat. Non est igitur (concludit) cir
culus c m, maior aut minor quadrato d h, neq;
circulus a h, ipso quadrato b f, sed modis om-
nibus æquale ipsum quadratum b f, circulo a h,
& quadratum c g, circulo b l, atque d h, quadra
tum

drãtum circulo e m, quod demonstrandum susceperat.

Ex his infert aduersus Archimedem, rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem esse tripla sesquiseptima, & quadratum ad inscriptum circulum minorem habere rationem quàm 14. ad 11. Hoc autem probat, quoniam quatuor quadrata a e, b f, c g, d h, sunt continuè proportionalia, & primum vltimi duplum est: ratio igitur primi ad secundũ ter sumpta duplã rationem constituit. Et propterea oportet primum & secundum cubicè multiplicata duplã rationem conficere. Idcirco cum primum quadratum sit 14. erit secundum 11 & circiter $\frac{1}{9}$ Nam si 14. in se se cubicè multiplicentur, fiet 2744. & 11 cum $\frac{1}{9}$ item cubicè multiplicata producunt ferè 1372. dimidiũ numeri 2744. Habet igitur quadratum a e, ad quadratũ b f, rationem prope modum quam 14. ad 11 $\frac{1}{9}$. Atqui eidem quadrato b f, ait circulum a h, æqualem ostendisse: concludit idcirco quadratum a e, ad circulum a h, rationem propemodum habere, quàm 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$. Et quoniam sicut quadratum ad inscriptum circulũ, sic quater circuli diameter ad circunferẽtiam eiusdem circuli, ita enim aut dicere voluit, aut debuit, non ad circunferentiæ dimidium: qualium igitur partium diameter est septẽ, & quater diameter 28. taliũ circunferentia erit 22 & $\frac{8}{9}$. Et proinde circunferentiam ad diametrũ concludit, maiorẽ habere rationem tripla sesquiseptima. Hoc etiam oculari inspectione atque experimento confirmat. Nam si acutissimi circini officio, septima diametri pars circũferentiæ coaptetur, vigesimam secundam partem (ait) eiusdem circunferentiæ subtẽdet, & 22. septimæ vniuersam exactè absoluent circũferentiam. Et cum arcus sit maior subtẽsa chorda, maior erit tota circunferentia 22. septimis eiusdem diametri: & idcirco circunferentiæ ad diametrum ratio maior erit tripla sesquiseptima. Quod numerorum (addit) calculo corroborari videtur. Qualium enim partiũ circunferentia est 360, talium pars vigesima secunda est 16. & minutorum circiter 22. subtensa verò chorda partium est 17, & 5. circiter minutorũ, qualiũ diameter est 120. Septima porrò ipsi' diametri pars, itidẽ partiũ est 17 & minutorum 8. differens ab ipsa chorda vigesimæ secundæ partis circunferentiæ, tribus tantum minutis, quæ ex ipso chordarum calculo defecisse manifestum est, quoniam in diuidendis (inquit) numeris, & radicibus sæpius extrahẽdis, semper aliquid deperditur, propter quod ipsi numeri, à debita vnitatũ multitudine tandem coguntur deficere: & hinc ortum esse defectum rationis circunferentiæ ad diametrũ, quæ per sinuum rectorum numeros ad imitationem Archimedis, minor tripla sesquiseptima demonstratur: cum rei veritas (inquit) ita habeat, vt circunferentia ad diametrum rationem propemodum habeat quam 22 & $\frac{2}{9}$ ad 7. & quadratum ad inscriptum circulũ, quã 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$: & proinde qualium partium quadratum a e, est 14. talium a h, circulus, & illi æquale quadratum b f, est 11 & circiter $\frac{1}{9}$: quadratũ vero c g, ac illi æqualis circulus b l, partium 8. vnà ferè cum $\frac{19}{23}$. Et ex his rursum numerorum adminiculo colligit, ambitũ tertij quadrati c g, æqualem esse peripheriæ dati circuli a h, quemadmodum demonstrandũ susceperat.

Neque Orontium circulum quadrasse, neque rectam lineam æqualem circunferentiæ inuenisse.

CAP. X.

Reprehensio. VII.

ITA nimirũ habet Orontij inuentio de circuli quadratura, quam multis modis falsam ostendemus. Supponit enim in primis duas medias proportionales inter latus quadrati dato circulo circunscripti, & latus quadrati intra eundem circulum descripti ab eo inuentas fuisse. Sed nos superius demonstrauimus, quas medias proportionales constituit, veras non esse, quin potius alteram non implere iustam magnitudi-

nitudinem, alteram verò superare. Præterea falsa est circuli quadratura Orontij, quoniam supponit ex Archimede quadratum ad circulum inscriptum, eam rationem habere quam 14 ad 11, cum tamen ea ratio exacta non sit, & probat deinde quadratum b f, æquale esse circulo a h, quoniã cubica radix est numeri 1372. quæ veritati propinqua itē sit 11: sed est paulò maior. Quare si propterea accipit ipsum quadratum b f, eidem circulo a h, æquale esse, quoniam cõueniat cũ Archimedis quadratura (huic enim fundamēto, sed & soli potissimum innititur) constat ex ipso Archimede circulum a h, non implere partes 11. At vero radix cubica numeri 1372 easdē 11 partes excedit, numerus enim 11, in se cubicè multiplicatus tantum facit 1331 non erit igitur quadratum b f, circulo a h, æquale. Secundo argumento sumpto ab æqualitate laterum, idem contendit, & per eadem principia. Ponit enim latus quadrati a e, circuli vè a h: diametrum, partium esse 14, & supposita ratione circunferentiæ ad diametrum ex demõstratis ab Archimede, sicut 22. ad 7. aut 44. ad 14. inuenit latus quadrati quod circulo a h, est æquale, partium esse 12. vna cum $\frac{5}{12}$ fere: sed latus quadrati b f, partium inuenit 12. vna cũ $\frac{12}{30}$ quæ ferè respondent ipsis $\frac{5}{12}$ & propterea concludit tantũ esse latus quadrati b f, quantum latus quadrati quod ipsi circulo a h est æquale. In quo potius irridendæ suntOrontij supputationes, quàm intendendus animus ad confutandum, aut infirmandum has suas argumentationes. Nam si iam ad ostendendum quadratum b f, circulo a h, æquale esse, hac probatione sit contentus, quòd cum numeris Archimedis conueniat: demonstrauerat autē paulo ante, primo argumento, si quadratum a e, sit 14. fore circulum a h 11. quadratum vero b f, paulo maius esse, nempe radicem cubicam numeri 1372. quomodo igitur cõcludit modò circulum a h, quadrato b f, paulo maiorem? maiora enim sunt $\frac{5}{12}$ ipsis $\frac{12}{30}$. Enim verò si latus quadrati a e, diameter vè circuli a h, partium æqualium ponatur 14. & ratio circunferentiæ ad diametrum ea sumatur quam habēt 22 ad 7. aut 44 ad 14. quãuis paulò minorem inuenerit Archimedes, erit proculdubio latus quadrati quod eidem circulo a h, est æquale, radix quadrata numeri 154: & proinde radix erit quadrata radicis cubicæ numeri 3652264. Sed si quadratũ b f, primũ mediũ proportionale statuatur inter quadratũ a e, & d h, radix erit quadrata radicis cubicæ numeri 3764768 tantũ enim inuenitur, per regulam quã affert Orontius de medijs proportionalibus inter datos duos numeros inueniendis, quæ vulgatissima est: maius est igitur quadratum b f, circulo a h. Atqui ex demonstratis ab Archimede ipse circulus a h, nondũ implet numerũ 154: multò igitur maius est quadratũ b f, eodē circulo a h. Simul igitur cõcludere possum⁹, neq; Orõtiũ inuenisse circuli quadraturã, neq; probasse.

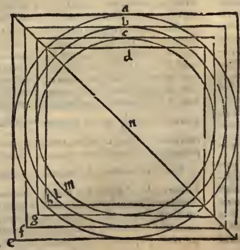
Tertium argumentũ ab impossibili sumptum, prorsus nihil probat. Nam si qualium partium quadtatum a e, est 14. talium circulus a h, sit (vt supponit) 11: sintque latera quatuor quadratorum continuè proportionalia, erit idcirco quadratum b f, cubica radix numeri 1372. & circulus b l, cubica radix numeri 665. cũ $\frac{1}{2}$, quadratum c g, cubica ℞ 686, & circulus c m, cubica ℞ 332 $\frac{3}{4}$: quadratũ vero d h, erit 7. siue cubica ℞ 343. Damus igitur quadratũ d h, maius esse circulo c m, quandoquidē maior est cubica ℞ 343, cubica radice numeri 332 cũ $\frac{3}{4}$ neq; propterea vllũ sequitur absurdũ.

In corollario autē si quid antea astruxerat, penitus euertit: in quo certè operæpretium est videre hominis stultitiã. Supposuerat enim ex Archi mede rationem circunferentiæ ad diametrum triplã esse sesquiseptimã: & propterea quadratum ad inscriptum circulũ rationē habere quã 14 ad 11. Deinde his suffult⁹ præsidijs, vtpotuit, probauit quadratum b f, circulo a h, æquũ esse, quia radix cubica esset numeri 1372 quæ veritati admodũ propinqua esset 11, & proinde cũ numeris Archimedis conueniret. Nũc verò ab argumento ad corollariũ iam creuisse inuenit ln 11 & $\frac{1}{9}$ idque propterea quadratum ad inscriptum circulum rationem propemodum habere affirmat quam 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$ & circunferentiam ad diametrũ rationem habere tripla sesquiseptima maiorē aduersus Archimedē. Sed videam⁹ quomodo eũ cõuincat. Supposito quadrato a e, partiũ æqualiũ 14. quadratũ b f, cõcederet Archimedes earundē partiũ esse propemodũ 11 & $\frac{1}{9}$ circulũ tamē a h,

vndecim

vndecim partes nondum implere, ob id igitur quadratum a e, ad inscriptum circulum maiorem habere ratione quàm 14 ad 11, sed ad quadratum b f, minorem. Nec Orontius vnquam ostendit quadratum b f, circulo a h, æquale, sed solum supposuit ex demonstratis ab Archimede ipsum circulum a h, esse 11 quadratum verò b f, cubicam esse radicem demonstrauit numeri 1372, quæ paulo maior est quàm 11 & $\frac{1}{9}$. Perperam igitur colligit rationem circunferentiæ ad diametrum tripla sesquiseptima maiorem esse, & quadratum ad inscriptum circulum, minorem quàm 14 ad 11.

Numerorum autem calculus ex tabula de arcu & chorda Archimedi non aduersatur, cuius demonstrationem de circuli mensuratione in sequenti capite adducam, vt liquidò cõstet rationem circunferentiæ ad diametrum non propterea inuentam esse ab Archimede tripla sesquiseptima minorem, quòd in diuidẽdis numeris & radicibus extrahendis semper aliquid deperdatur, sed quoniam verè tripla sesquiseptima minor sit. Assumit autem Orõtius rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem esse tripla sesquiseptima, vt quadratum c g, circulo a h, ostendat isoperimetrum: & proinde cum falsas ac improbabiles sumat hypotheses, nihil concludere poterit. Sed neq; etiam si cõcederentur, quoniam exemplis quibusdam, incertisq; numeris ratiocinatur, propositum demonstrare posset. Latera enim prædictorũ quatuor quadratorum incõmẽsurabilia sunt, quæ nihilominus numeros esse supponit, vt conclusionem inferat. Quomodo igitur per falsa & incerta verum ac necessarium demonstrabit? Idcirco eligenda potius foret methodus quæuis alia certior ac expeditior in hũc videlicet modum. Tres rectæ lineæ a, b, c, latera trium quadratorum a e, b f, c g, sunt continuè proportionales, ex hypothesi, igitur rectangulum quod sub duabus a, et c, cõtinetur, quadrato b g, quod ex media, æquum est. Ipsum verò quadratum b g, circulo a h, (vt Orontius putat) est æquale. Circulus igitur a h, rectangulo sub a, & c, contento per communem sententiam est æquale. Est autem ipsa a, recta linea diametro circuli a h, æqualis, & est præterea ipsa c, recta linea latus quadrati c g. Idcirco ipse circulus a h, rectãgulo contento sub eiusdem circuli diametro & latere quadrati c g, æqualis est. Atqui idem circulus a h, rectangulo contento sub diametro & quarta circunferentiæ parte est æqualis, bina idcirco rectangula inuicem æqualia erunt per communem sententiam: alterum sub diametro circuli a h, & latere quadrati c g, contentum, alterum sub eadem diametro & circunferentiæ quadrante. Et proinde circũferentiæ quadrans lateri quadrati c g, erit æqualis & vniuersa circunferentia cunctis lateribus eiusdem quadrati æqualis. Itaq; isoperimeter est circulus dictus a h, tertio quadrato c g, quod demõstrandũ susceperat Orontius, sed neutiquã demõstrauit.



¶ Idem aliter ad impossibile demonstrabis. Enimverò si isoperimetra non sunt, sit igitur quadrans circunferentię circuli a h, latere c, maior. Quod autem sub a, & quadrante circunferentiæ continetur, circulo a h, æquum est. ipse porrò circulus quadrato b f. ex hypothesi est æqualis: maius erit igitur quadratũ b f, rectangulo contento sub a, & c, & propterea non erunt a, b, c, continuè proportionalia contra hypothesin. Idem sequetur absurdum si quadrans circunferentiæ circuli a h, latere c, detur minor. Idcirco isoperimetra sunt. Si fortè ambigas rectangulum contentum sub diametro & quadrante circunferentiæ circulo esse æquale, id concludes ex Archimede quàm facilimè. Na sicut diameter ad semidiametrum eiusdem circuli, sic dimidia circũferentia ad quadrantẽ,

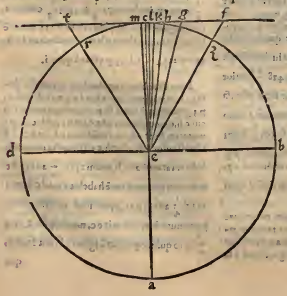
drantem,igitur quod sub diametro & quadran te circunferentiæ continetur rectangulum, ei quod sub semidiametro & dimidio circunferentiæ,est æquale. Atqui sub semidiametro & dimidia circunferentia rectangulum comprehensum,æquum est circulo, ex demonstratis ab Archimede: igitur quod sub diametro & quadrante circunferentiæ continetur, eidem circulo erit æquale.

Aduertendum est autem quod in hac Orōtij quadratura tantum eius insigniora errata notamus,minutula quæque prætermittētes. Id genus est ipsa constructio figuræ secundi problematis. Quanuis enim latera b,& c, tum inter se,tum ipsis a,& d,æquidistent;non propterea necesse est inscriptos circulos idem habere centrum. Alio igitur modo construendū erat: sed leuißima sunt hæc.

Archimedem verè demonstraſſe circuli circunferentiam ter continere diametrum,& partem præterea paulo minorem ſeptima eiuſdem diametri, maiorem verò decem ſeptuageſimis primis: vt liquidò appareat quā temerè quàm falſo, quā ignoranter, aſſerat Orontius aduerſus Archimedē, rationē circūferētia ad diametrū tripla ſeſquiſeptima maiorē eſſe.

CAP. XI. Reprehēsio. VIII.

Circuli cuius centrū est e, diameter esto a c. Aio ipsius circuli circunferentiam triplam esse diametri, & præterea partem habere minorē septima eiusdem diametri. maiorē vero decē septuagesimis primis. Demōstratū est hoc ab Archimede in libro de circuli dimensione,& ab Eutocio satis explicatum in hunc ferè modum: diameter a c, ad rectos angulos secetur super centro e,à recta linea b d, quæ item sit circuli diameter. Vniuersa itaque circunferentia per has duas diametros in quadrantes diuisa erit. Semi circūferentia præterea b c d,in tres æquales partes diuidatur b z,z r,& r d,per 15 propositionem quarti elementorum Euclidis. Quum sit b z,sexta circunferentiæ pars,b c verò eiusdem quarta,erit idcirco c z,duodecima, & c r, item duodecima. A puncto c,ipsi a c,ad rectos angulos excitetur recta linea t c f,ipsum circulum contigens:& à centro e,rectæ lineæ ducantur per z,& r,quæ cum recta t f, coincidant in f,& t. Erit igitur angulus f e c, duodecima pars quatuor rectorum angulorum,& proinde tertia pars est vnius recti, angulus etiam t e c, ei æqualis tertia pars vnius recti. Sunt autē æquales duo recti anguli qui ad c,& latus e c, quod æquis adiacet angulis, duobus triangulis c f e, & c t e,cōmune est: æqualia sunt igitur reliqua ipsorum triangulorū latera, & æquales reliqui anguli per 26. propositionem primi elementorum, videlicet latus t e,lateri e f, est æquale, & t c,ipsi c f, duo præterea anguli qui ad f,& t, æquales inuicem erunt, & quoniam totus angulus t e f,tertia pars est duorum rectorum,erit similiter vterque duorum angulorum qui ad f,& t,tertia pars duorū rectorum per 32. propositionem primi,& cōmunē sententiam t æquilaterum est igitur triangulum t f e, per sextam eiusdem primi, & dimidium est c f, ipsius e f.



Qualium igitur partium est e f, 306. talium est c f,153,& quadratum quod fit ex e f,partiũ quadratarum erit 93636:quadratum vero ex c f,erit 23409. Quoniam verò quadratũ ex e f, duobus quadratis æquum est,quę ex c f,& c e, fiũt per 47.propositionem primi,auferemus igitur 23409,ab ipsis 93636,& relinquetur quadratũ e c,70227:cuius latus quadratum paulo maius est quàm 265.est enim huius numeri quadratum 70227 tantum. Coaceruentur autem 306 & 265,erit igitur eorum summa 571:minora idcirco sunt 571.ipsis e f, e c coniunctis. Diuidatur itaque angulus f e c,per ęqualia ducta recta linea e g,per 9,propositionem primi: igitur sicut e f,ad e c,ita f g,ad g c,per tertiam sexti, & per compositam rationem sicut e f, e c,coniunctæ ad e c,sic f c,ad g c. igitur permutatim sicut e f,e c,coniunctæ ad f c, sic e c, ad c g. Atqui posuimus f c,153,& maiora ostendimus esse e f,e c,composita quàm 571.igitur e f, e c, ad f c,maiorem habebunt rationem quàm 571, ad 153,per octauam quinti: quapropter & e c,ad c g.maiorem item rationem habebit quã 571, ad 153, per 13 propositionem eiusdem quinti. Ponatur itaq; c g.partium æqualium 153, maior igitur erit e c,ipsis 571,per 10 propositionẽ eiusdem quinti:& idcirco quadratũ e g,quod duobus quadratis rectarum e c, & c g. per 47. primi est æquale, quadratis quæ fiũt ex 153:& 571,maius erit. Est aũt quadratũ numeri 153 numerus 23409: ipsorũ vero 571, quadratum est 326041:horum igitur quadratorum summa videlicet 349450,quadrato ex e g, minor erit & ipsa e g.maior radice quadrata nũeri 349450. At vero ipsorum 349450,radix quadrata paulo maior est quàm 591 $\frac{1}{8}$ si enim in se multiplicentur 591 $\frac{1}{8}$ tantum fient 349428 $\frac{49}{64}$ maior est igitur e g, quam 591 $\frac{1}{8}$ maior item ostensa est e c,quã 571. Idcirco e g,e c,composita maiora sunt quã 1162 & $\frac{1}{8}$ quæ ex ipsis 591 $\frac{1}{8}$ & 571 coalescũt:sed c g,posita est 153,& ꝓpterea e g, e c,coniuncta maiorem habent rationẽ ad c g, quàm 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153 per octauam eiusdẽ quinti elementorum.

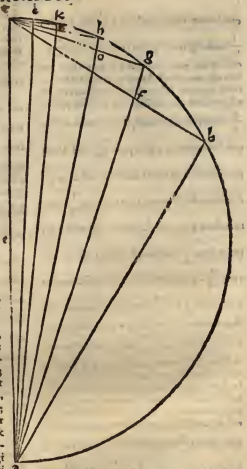
Rursum diuidatur angulus g e c, per æqualia ducta recta linea e h. Igitur per tertiam ꝓpositionẽ sexti sicut g e,ad e c, ita g h, ad h c: & per compositam rationẽ sicut g e,e c, ad e c, sic g c,ad h c: idcirco permutatim sicut e g, e c, ad g c,sic e c,ad c h. Ostensum est aũt quod e g, e c,coniuncta maiorem habent rationẽ ad c g, quàm 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153.igitur & e c, ad c h, maiorem habet rationẽ quam 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153.per 13 ꝓpositionẽ quinti. Ponatur c h,153,erit ꝓpterea e c,maior quam 1162 $\frac{1}{8}$ per 10 ꝓpositionẽ eiusdem quinti. Et quoniam quadratum ipsius c h,est 23409:quadratũ verò ipsorum 1162 $\frac{1}{8}$ est 1350534 $\frac{33}{64}$ amboq; quadrata iũcta sunt 1373943 $\frac{33}{64}$ duo igitur quadrata e c,& c h, cõposita maiora erunt ipsis 1373943 $\frac{33}{64}$. Atqui quadratum rectæ e h,rectum angulum subtendẽtis,duobus quadratis e c, & c h, ęquum est, quadratũ igitur e h,ipsis 1373943 $\frac{33}{64}$ maius est. Et idcirco ipsa e h,maior erit quadrata radice ipsorum 1373943 $\frac{33}{64}$. At vero huius numeri radix quadrata maior est quàm 1172 $\frac{1}{8}$, si enim multiplicẽtur in se 1172 $\frac{1}{8}$ tantum fient 1373877 $\frac{1}{64}$ maior igitur erit e h,quã 1172 $\frac{1}{8}$ ostensa est autẽ e c,maior quam 1162 $\frac{1}{8}$, idcirco e h,e c,coniuncta maiora sunt quàm 2334 $\frac{1}{4}$,quæ ex duobus 1172 $\frac{1}{8}$ & 1162 $\frac{1}{8}$ collectis consurgunt. At verò posuimus c h,153. maiorẽ igitur rationẽ habent e h,e c,coniuncta ad c h, quàm 2334 $\frac{1}{4}$ ad 153.p octauã quinti.

Item diuidatur angulus h e c.p ęqualia ducta e k,erit igitur sicut e h,ad e c,ita h k ad k c, p 3 ꝓpositionẽ sexti,& p cõpositam rationẽ sicut e h,e c,coniuncta ad e c,ita h c,ad k c,& permutatim sicut e h,e c,cõiũcta ad c h,ita e c , ad c k;ostensum est aũt e h,e c,cõiuncta maiorem habere rationẽ ad c h,quàm 2334 $\frac{1}{4}$ ad 153. Et maiorem igitur rationẽ habebit e c,ad c k,quã 2334 $\frac{1}{4}$ ad 153 p 13 ꝓpositionẽ quinti. Itaq; ponamus c k,153, & erit e c, maior ipsis 2334 $\frac{1}{4}$ p 10 quinti:quadratũ igitur c k,erit 23409, qua

quadratum vero ipsorũ 2334 $\frac{1}{4}$ est 5448723 $\frac{1}{16}$: ambo igitur cõposita sunt 5472132 $\frac{1}{16}$: quibus duo quadrata e c, & c K, coniuncta maiora esse necesse est, Atqui quadratũ rectæ e K rectũ angulum subtendentis quadratis e c, & c K æquũ est, quadratũ igitur e k, ipsis 5472132 $\frac{1}{16}$ maius erit: & idcirco ipsa e K, maior radice quadrata numeri 5472132 & $\frac{1}{16}$. Sed huius numeri radix quadrata maior est quã 2339 $\frac{1}{4}$ si enim multiplicaueris in se ipsa 2339 $\frac{1}{4}$ tantum fient 5472090 $\frac{9}{15}$: maior igitur est e K, quàm 2339 $\frac{1}{4}$ maior autẽ ostensa est e c, quã 2334 $\frac{1}{4}$: ipsa igitur e K, e c, cõposita maiora sunt quàm 4673 $\frac{1}{2}$ quæ ex illis concrescũt, & proinde e K, e c, cõiũcta maiorẽ rationẽ habẽt ad c K, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153 po octauã quinti.

¶ Item diuidatur angulus K e c, per æqualia ducta e l, erit igitur sicut e K, ad e c, ita K l, ad l c: & per cõpositã rationẽ sicut e K, e c, cõiũcta ad e c, sic K c, ad l c: & permutatim sicut e k, e c, cõiuncta ad K c, sic e c, ad c l. Ostẽsũ est aũt e K, e c, cõiũcta maiorẽ habere rationẽ ad K c, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153: & maiorẽ igitur rationẽ habet e c, ad c l, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153. Quoniã verò angulus f e c, ostensus est duodecima pars quatuor rectorum, erit eius dimidiũ g e c, pars vigesima quarta, cuius itẽ dimidium h e c, erit quadragesima octaua, atq; itẽ huius dimidium K e c, erit pars nonagesima sexta, & huius deniq; dimidiũ l e c, centesima nonagesima secũda. Cõstruatur autem angulus c e m, ipsi l e c, æqualis, erit idcirco angulus l e m, nonagesima sexta pars quatuor rectorũ. Quapropter recta linea l m, latus erit æquilateri polygoni circa circulũ descripti, latera habentis 96 per doctrinã 12 propositionis 4 Euclid. Est autẽ e m, ipsi e l, æqualis per 26 propositionẽ primi elemẽtorũ Eucli. dupla est igitur l m, ipsi⁹ c l, & dupla est a c, semidiametri e c. Atqui partes eodẽ modo multipliciũ eãdẽ habẽt rationẽ sũptæ ad inuicẽ per 15 propositionẽ quinti, est igitur sicut e c, ad c l, sic a c, ad l m. Sed e c, ad c l, maiorẽ rationẽ habet, quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153, idcirco a c, ad l m, maiorẽ rationẽ habet quã 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153, p 13 propositionẽ eiusdẽ quinti. Ponamus itaq; a c, 4673 $\frac{1}{2}$ & per 10 propositionẽ eiusdẽ quinti erit l m, minor quã 153. Multiplicentur 96. in 153. fietq; 14688. Et proinde ambit⁹ polygoni latera habẽtis 96. minor erit ipsis 14688 Est aũt diameter a c, 4673 $\frac{1}{2}$ triplũ igitur diametri erit 14020 $\frac{1}{2}$ quæ si auferãtur à 14688, relinquẽtur tãtũ 667 $\frac{1}{2}$ qui numerus minor est septima diametri parte. Nam si eũ in septẽ multiplicaueris cõsurgẽt 4672 $\frac{1}{2}$ quæ à diametro superãtur vnitate, habet igitur numerus 14688, ad 4673 $\frac{1}{2}$ rationẽ tripla sesquiseptima minorẽ, & proinde ambit⁹ polygoni habebit ad diametrũ rationẽ tripla sesquiseptima minorẽ per 8 quinti. Est autẽ circuli circũferẽtia minor ambitu polygoni per primã de sphera & cylindro, minorẽ igitur rationẽ habet circuli circũferẽtia ad diametrũ tripla sesquiseptima, quod primo ostẽdendũ erat. Demõstratio verò quã ad hoc cõcludendũ Orõtius adducit propõne secũda sui libri per numeros elicitos ex tabula sinuũ, cõstat Archimedis non esse, quod & ipse fatetur, sed prestãtiorẽ esse affirmat ea quã fecerit idẽ Archimedes. Interrogãdus igitur esset Orõtius, verè ne illa sua demõstratione concluserit rationẽ circũferentiæ ad diametrũ minorẽ esse tripla sesquiseptima, an nõ? Si cõclusit, cur igitur asseruit tripla sesquiseptima maiorẽ esse aduersus Archimedẽ? Si putat non cõcludere, cur eam in mediũ afferebat? præstaret enim propriã authoris demonstrationem recensere, & vitiũ eius indicare.

¶ Sed demonstremus secundã partẽ, videlicet circũferẽtiã ter continere diametrũ, & partem præterea decẽ septuagesimis primis maiorẽ. In circulo enim cui⁹ centrũ est e, & diameter a c,



sit b c, lat⁹ hexagoni æquilateri eidē circulo inscripti: erit igitur ipsa b c, æqualis ei quæ ex cētro, p corollarium 15. propositionis quarti elemētorū Euclidis, et ideo a c, dupla erit ipsi⁹ b c. Cōnectatur a b, fiet igitur p 31. propositionē tertij angul⁹ a b c, rect⁹, triplus existēs anguli b a c, p vltimā sexti: & propterea ipse agul⁹ b a c, tertia pars erit vnius recti. Ponatur a c, 1560. erit idcirco b c, 780, quadratū igitur a c, erit 2433600. sed quadratū b c, erit 608400. Est aūt quadratū a c, æquū quadratis a b, & b c, per 47. ppositionē primi auferem⁹ igitur 608400 ab ipsis 2433600. & relinquetur quadratū a b, 1825200. cuius latus quadratū paulo minus est quā 1351. si enim multiplicaueris in se 1351 fiet 1825201. Itaq; ipsa a b, paulo minor erit quā 1351. Diuidatur angulus b a c, bifariā ducta a g, quæ rectā b c, secat in f, & cōnectatur c g, igitur sicut a b, ad a c, ita b f, ad f c, per tertiā sexti: & propterea sicut a b, a c cōiuncta ad a c, sic b c, ad f c, per cōpositā rationē: permutatim idcirco sicut a b, a c cōiūcta ad b c, sic a c, ad f c. Est aūt a c, 1560, & ostēsa est a b, paulo minor quā 1351: igitur a c, & a b, simul collecta paulo minora sunt quā 2911: sed est b c, 780, habent igitur a b, a c, cōiūcta ad b c, minorē rationē quā 2911 ad 780. p 8, quinti: idcirco & a c, ad f c, minorē habet rationē quā 2911. ad 780. per 13 eiusdē quinti. At vero bina triāgula a g c, et c f g, æquiāgula sūt: est enim angulus g a c, æqualis angulo b a g. per cōstructionē, atq; eidē b a g, æqualis est angul⁹ g c f. per 27 tertij: æquales sunt igitur duo anguli g a c, & g c f. per cōmunē sentētiā: cōis est aūt vtriq; triāgulo rectus angulus c g a, reliquus igitur a c g, reliquo g f c, æqualis erit per 32. primi, & cōmunē sentētiā. Id propterea in eadem ratione sūt latera ipsorū triangulorum a g c, & c f g, quæ æqualibus angulis subtendūtur. p 4, sexti. Sicut igitur a c, ad f c, sic a g, ad g c. Atqui a c, ad f c, ostēsū est minorē habere rationē quā 2911. ad 780: habet ergo a g, ad g c, minorē rationē quā 2911, ad 780. p 13. propositionē quinti. Ponatur g c, 780. erit igitur a g, minor quā 2911, p 10. eiusdē quinti. Et quoniā quadratū a c, æquum est duobus quadratis a g, et g c, quadratū igitur a c, minus erit quā 9082321, quæ cōsurgunt ex 8473921, quadrato numeri 2911. & ex 608400, quadrato g c, simul collectis, & proinde ipsa a c, minor erit quadrata radice numeri 9082321. At vero eadē radix quadrata paulo minor est quā $3013 \frac{3}{4}$ cū sit horū quadratū $9082689 \frac{1}{16}$ idcirco minor est a c quàm $3013 \frac{3}{4}$. ¶ Itē diuidatur angul⁹ g a c, bifariā ducta recta a h, quæ rectā g c, secat in o, et cōnectatur c h, erit igitur sicut a g, ad a c, sic g o, ad o c, quapropter p cōpositā rationē, & deinde p permutatā, sicut a g. & a c cōiūcta ad g c, sic a c, ad c o. Ostensa autē est a g, minor, quā 2911. a c verò minor est quā $3013 \frac{3}{4}$: Itaq; a g & a c, cōiūcta minora sūt quā $5924 \frac{3}{4}$ & proinde a g, & a c, cōiuncta minorē habebunt rationem

ad

ad g c, quã 5924 $\frac{3}{4}$ ad 728, per octauã quinti. Et idcirco a c, ad c o, minorẽ itẽ rõnẽ habebit quã 5924 $\frac{3}{4}$ ad 728, p 13, eiusdẽ quinti. Atqui æquiangula sunt bina triangula a h c, & h c o, & similis rõnis sunt latera quæ æqualibus angulis subtenduntur, sicut igitur a c, ad c o, sic a h, ad h c: habet autem a c, ad c o, minorẽ rationẽ quã 5924 $\frac{3}{4}$ ad 728: quapropter & a h, ad h c, minorẽ habebit rationẽ quàm 5924 $\frac{3}{4}$ ad 728, siue minorẽ quã numerus 1823, ad 240. Habẽt enim 5924 $\frac{3}{4}$ ad 1823 rõnem triplam sesquiquartã, & itẽ 728, ad 240, triplam sesquiquartam, & id circo permutatim sicut 5924 $\frac{3}{4}$ ad 728, sic 1823, ad 240. Habet itaq3 a h, ad h c, minorem rationẽ quàm 1823, ad 240. Ponatur h c, 240, & erit idcirco a h, minor quàm 1823. Quadratũ verò a c, duobus quadratis linearũ a h, & h c, æquũ est per 47 primi, minus est igitur quadratũ a c, quã 3380929, quæ cõsurgũt ex 3323329, quadrato numeri 1823, & ex 57600, quadrato numeri 240. Et proinde ipsa a c, minor est radice quadrata ipsius numeri 3380929. Sed eadẽ radix quadrata minor est quã 1838 $\frac{9}{11}$ cum sit horũ quadratũ 3381252, fere. Itaq; a c, minor est quàm 1838 $\frac{9}{11}$.

Rursum diuidatur angulus h a c, bifariam ducta a k, quę rectã h c, secet in r, & cõnectatur c k. igitur sicut h a, ad a c, sic h r, ad r c: & p compositã, deinde verò p pmutatã rationẽ, sicut h a, a c, coniũcta ad c h, ita a c, ad c r. Aequiangula sunt aũt bina triangula a c k, & c r k, igitur sicut a c, ad c r, sic a k, ad c k: & ppterea sicut h a, a c, coniuncta ad c h, sic a K, ad c K. Et quoniã c h, posita est 240, a h, vero ostensa est minor quàm 1823, et a c, minor quã 1838 $\frac{9}{11}$: ipsa igitur a h, a c, cõiũcta minora sunt quã 3661 $\frac{9}{11}$ & proinde minorẽ habent rationẽ ad c h, quàm 3661 $\frac{9}{11}$ ad 240: ideoq; a K ad c K, minorẽ itẽ rationẽ habebit quã 3661 $\frac{9}{11}$ ad 240, p 13, ppositionẽ quinti. Resoluatur 3661 $\frac{9}{11}$ in vndecimas & cõflabitur numerus 40280, resoluatur itẽ 240 in vndecimas, & cõflabitur numerus 2640, quorũ ratio in minimis numeris cõstituta est sicut 1007, ad 66. Itaq; minorẽ habebit rationẽ a k, ad c k, quã 1007, ad 66. Ponatur iã c k, 66, & erit idcirco a K minor ipsis 1007. Et quoniã quadratũ a c, duobus quadratis duarũ linearũ a K, & c K, æquũ est, idcirco quadratum a c, minus erit quã 1018405, hic enim numerus cõcrescit ex 4356 quadrato qd fit ex c k, & ex 1014049, quadrato nũeri 1007, in vnũ collectis. At vero radix quadrata ipsorũ 1018405 minor est quàm 1009 $\frac{1}{6}$ cũ sit horũ quadratũ 1018417 $\frac{13}{36}$ minor est igitur ipsa ac ipsis 1009 $\frac{1}{6}$.

Itẽ diuidatur angulus k a c, bifariã ducta a l, quæ rectã k c, secet in t, & conectatur c l. Erit similiter sicut a k, ad a c, sic k t, ad t c, & per cõpositam rõnem deinde vero p permutatam sicut a k, & a c, simul cõiũcta ad c k, sic a c, ad c t. Aequiangula sunt autẽ bina triangula a l c, & c t l, igitur sicut a c, ad c t, sic a l, ad l c: & ppterea sicut a k & a c, cõiũcta ad c k, ita a l, ad l c. Et quoniã c k, posita est 66, & ostẽsa est a k, minor quã 1007: a c vero minor quã 1009 $\frac{1}{6}$, ipsa igitur a k, & a c, cõiũcta minora sunt quã 2016 $\frac{1}{6}$ & pinde minorẽ habẽt rationẽ ad c k, quã 2016 $\frac{1}{6}$ ad 66: ideoq; a l, ad l c, minorẽ habebit rõnem quã 2016 $\frac{1}{6}$ ad 66. Ponatur iã l c, 66, minor igitur erit a l ipsis 2106 $\frac{1}{6}$. Est aũt quadratũ a c, æquũ duobus quadratis a l, & l c minus erit idcirco quadratũ a c, quã 4069284 $\frac{1}{36}$ hic enĩ numerus cõcrescit ex 4064928 $\frac{1}{36}$ quadrato ipsorũ 2016 $\frac{1}{6}$, & ex 4356, quadrato qd fit ex l c, in vnũ collectis. At vero radix quadrata numeri 4069284 & $\frac{1}{36}$, minor est quã 2017 $\frac{1}{4}$ cũ sit horũ quadratũ 4069297 $\frac{9}{16}$ minor est igitur a c, ipsis 2017 $\frac{1}{4}$. Est aũt arcus b c, sexta pars toti⁹ circũferẽtię, & g c, duodecima, & h c vigesima quarta, & k c, 48ª, reliqua igitur l c, erit nonagesima sexta, eritq; ipsa l c, quę posita est 66. lat⁹ polygoni circulo iscripti 96. laterũ equaliũ. Multiplicẽtur itaq3 66, in 96 numerũ laterum polygoni, & fiet ambitus eiusdem polygoni 6336: & maiorẽ idcirco rationẽ habe-

bit ipse ambitus polygoni ad diametrũ a c, quã 6336. ad $2017 \frac{1}{4}$ per octauã quinti. Cõtinet autẽ 6336. triplum ipsorũ $2017 \frac{1}{4}$, quod est $6051 \frac{3}{4}$, & supersunt $284 \frac{1}{4}$ quę maiora sũt decẽ septuagesimis primis, sunt enim decẽ septuagesimæ primæ $284 \frac{17}{42}$. Et propterea multò magis ambitus polygoni habebit ad diametrũ rationem maiorem tripla super decupartiente septuagesimas primas. Sed est circuli circunferentia maior adhuc ambitu polygoni, igitur multo etiam magis circunferentia ad diametrum rationẽ habet maiorem quàm sit tripla super decies partiẽs septuagesimas primas, qđ erat ostendendum. Quoniam verò vna octaua minor est decem septuagesimis primis, ex hoc infert Archimedes circunferentiam ad diametrũ rationem habere minorem tripla sesquiseptima, sed maiorem tripla sesquioctaua. Cæterum Orontius quum in circulo describeret polygonum 384. laterum æqualium, per numeros depromptos ex tabula sinuũ rectorum concludit aduersus Archimedem, rationem circũferentiæ ad diametrum minorem esse tripla super decupartiente septuagesimas primas. De quo iterum interrogandus esset hic Parisiẽsis academiæ mathematicus. Putet ne verum conclusisse, an secus? Si verum conclusit, cur igitur asseruit rationem circunferentiæ ad diametrum maiorem esse tripla sesquiseptima? minora sunt enim decem septuagesimæ primæ parte septima. Sed si falsum, quid opus erat falsa illa argumentatione? cum præsertim ea non sit Archimedis. Aut quomodo erit Archimedis demonstratione præstantior? quemadmodum affirmat. Præterea quamuis ambitus illius polygoni laterum æqualium 384. ter contineret diametrum & partem minorem decem septuagesimis primis, non propterea inferendum erat circunferentiam circuli ter continere diametrum & minus decem septuagesimis primis, maior est enim circunferentia circuli ambitu polygoni, non æqualis, neque minor. Inæqualium autem magnitudinũ maior ad eandem, maiorem habet rationem quàm minor, ex octaua quinti Euclidis. Et propterea indoctè concludit, rationem circunferentiæ ad diametrum, minorem esse tripla super decupartiente septuagesimas primas.

Orontium in protomathesi non rectè tradidisse inuentum Archimedis de ratione circunferentiæ ad diametrum.

CAP. XII. Reprehensio. IX.

CVm enim in operę illo suo quod protomathesin appellauit, rationẽ circũferẽtiæ ad diametrũ tripla sesquiseptima minorẽ iuxta vulgatũ Archimedis modũ demõstrandũ suscepisset, ideo errauit ratiocinãdo, quoniã putauit nil interesse, si pro veris ac præcisis radicibus paulo maiores caperẽtur. Cepit igitur in prima anguli diuisione $42 \frac{19}{42}$ pro radice quadrata numeri 1802, cũ tamẽ præcisa radix paulo minor sit ipsis $42 \frac{19}{42}$. Ostẽderat autẽ quadratũ quod fit ex linea angulũ cẽtri diuidẽte, rectũq; subtẽdẽte, maiorẽ habere rationẽ ad quadratũ cõtingentis lineę quã 1802 ad 121: quarè cõclusit lateris ad latus maiorẽ esse rationẽ quã $42 \frac{19}{42}$ ad 11. sed parũ sciitè. Erit enim ipsorũ laterum ratio maior ea quã præcisa radix numeri 1802, habet ad 11. & proinde maior ea ratione quã quicunq; numerus eadẽ præcisa radice minor habet ad 11. Sed ab his non sequitur vt maior etiã sit ea ratione quam $42 \frac{19}{42}$ habent ad 11, neq; aliũde cõstat. Et idcirco Archimedes ad colligẽdũ rationẽ circũferẽtiæ ad diametrũ minorẽ esse tripla sesquiseptima, semper accipit numeros præcisis radicibus minores, quẽadmodũ ad ostẽdẽdũ qđ huiusmodi ratio maior sit tripla super decupartiẽte septuagesimas primas, semper accipit numeros præcisis radicibus maiores. Eundẽ errorẽ cõmisit in tertia anguli diuisione, quoniã accepit 169. pro quadrata radice numeri 28552, cũ præcisa radix eiusdẽ numeri paulo minor sit ipsis 169. Alia eius errata quantũ attinẽt ad hãc demõstrationẽ, leuiora sũt, sed hominis tamen qui definitiones positas in initijs librorũ Euclidis ignorare videatur. Putat enĩ quæ ratio est duarũ linearũ lõgitudine, eãdẽ esse et potẽtia, qđ sępius inculcat. Et id ferè genus est, qđ secũda parte demõstrationi inseruit, ad cõcludẽdũ cũ Archimẽde rationem

tionem circunferentiæ ad diametrum maiorē esse tripla super decupartiente septuagesimas primas. B m, ad m d, (inquit) minorem rationem obtinet, quam 458 $\frac{1}{2}$ ad 15. & coniūctim igitur per 18 quinti b m, & m d, ad ipsam d m, minorē tandem rationē obseruabunt quā 458 $\frac{1}{2}$ & 15 simul ad eundē numerum 15. Et quadrata rursum ex b m, & m d, ad quadratum ipsius d m, minorē respondēter rationē habebūt, quā 458 $\frac{1}{2}$ ad 15: est enim quadratorum eadem ratio, quæ ipsorum laterū. Ex b d, autem productum quadratum æquum est duobus quadratis ipsarum b m, & m d, per 47. primi. Igitur quadratū quod ex b d, ad quadratū ipsius d m, minorem pariter rationem obtinebit quā 458 $\frac{1}{2}$ ad 15: & per consequens recta b d, ad d m, minorē tādē rationē longitudine seruabit quā idem numerus 458 $\frac{1}{2}$ ad præfatum numerū 15. & couersim demū ipsa m d, ad b d, maiorē rationē habebit quā 15. ad 458 $\frac{1}{2}$. Hæc Orontius. Sed videre operæpretium est quàm non demonstret, & quā falsa ingerat. Rectangulum triangulum b m d, in figura Orontij est velut in nostra a l c, est enim b d, diameter circuli, & recta d m, nonagesimam sextam circunferētiæ partem subtendit, angulus verò qui ad m, rect⁹ existit. Supponamus igitur ita esse quemadmodū ex eis quæ præcesserant intulit, videlicet b m, ad m d, minorem habere rationē quā 458 $\frac{1}{2}$ ad 15: rectè igitur infertur per cōpositam rationē b m, & m d, coniuncta minorē habere rationē ad d m, quam 458 $\frac{1}{2}$ & 15 simul ad eundem numerū 15. Sed ex his perperā colligit, quadrata rursum ex b m, & m d, minorem habere rationem ad quadratū ipsius d m, quàm 458 $\frac{1}{2}$ ad 15. & quā etiam (si velit) 458 $\frac{1}{2}$ vnà cum 15. ad 15, quod magis cōsentaneū videretur. Habēt enim duo & vnū ad vnū minorē rationē quàm nouē & tria ad tria, quadrata tamen 2, & 1. idest 5. maiorē habēt rationem ad 1. quā 9. & 3 ad 3: multò etiam maiorē quā 9 ad 3: innumeraq; sūt numerorū exēpla, quibus eius modi argumētatio infirmabitur. Quod autē in probationē adducit, quadratorū rationē eandē fore quæ ipsorū laterū, falsū esse manifestū est ex sexto Euclidis. Nā nō est eadē, sed dupla quā laterū. Quāuis igitur vt subiūgit, quadratū ex b d, duobus quadratis ipsarum b m, & m d, æquū sit, nō tamen sequitur vt quadratū quod ex b d, ad quadratū ipsi⁹ d m, minorē rationē habeat quā 458 $\frac{1}{2}$ ad 15: nec (quēadmodū cōcludit) rectā b d, ad rectā d m, minorē itē rationē habere quā 488 $\frac{1}{2}$ ad 15. Atq; nō magis, quàm si posita b m, 4 & m d. 3. quoniā minorē rationē habeat b m, ad m d, quā 15 ad 10. velis simili syllogismo probare minorē rationē habere b d, ad eandē m d, quam 15 ad 10. quod cōstat esse falsū, cū sit b d 5. Iam verò si emēdatius ratiocinemur, seruata priori hypothesi, fortasse enim liber deprauatus est, vt nō semper videamur impugnare Orontiū, sed aliquādo iuuare, non concludetur tūc rationē ambitus polygoni ad diametrū maiorē esse tripla super decupartiēte septuagesimas primas. Vt si iuxta eius institutum ita dicamus, b m, ad m d, minorē habet rationē quàm 458 $\frac{1}{2}$ ad 15. igitur quadratū quod fit ex b m, ad quadratum quod ex m d, minorē habebit rationē quā quadratū ipsorū 458 $\frac{1}{2}$ ad quadratū numeri 15: Idcirco coniunctim quadrata quæ fiūt ex b m & m d, minorē habebunt rationē ad quadratū ipsius m d, quam quadrata numerorum 458 $\frac{1}{2}$ & 15 ad quadratū eiusdem numeri 15. Quadratis autē quæ ex b m, & m d: æquatur quadratum ex b d, per 47 propositionem primi, quadrata rursū ex 458 $\frac{1}{2}$ & 15. videlicet 210222 $\frac{1}{4}$ & 225 cōficiūt 210447 $\frac{1}{4}$. Quadratū igitur ex b d, ad quadratū ipsius m d, minorē habet rationē quā 210447 $\frac{1}{4}$ ad 225. Quapropter recta b d, ad rectā d m minorē habebit rationem, quàm radix quadrata ipsorū 210447 $\frac{1}{4}$ ad 15: & conuersim d m, ad b d, maiorē seruabit rationem quam 15 ad radicem quadratam eorūdem

eorundem 210447 $\frac{1}{4}$. Et quoniam ipsa recta linea d m, latus est polygoni intra eundem circulum descripti, laterũ æqualium 96. numerus vero 15. multiplicat⁹ in 96. producit 1440, habet igitur ambitus polygoni ad diametrum b d, maiorẽ rationẽ quã numer⁹ 1440, ad radicẽ quadratã ipsorũ 210447 $\frac{1}{4}$. Sed cum horum duorum ratio minor sit tripla super decupartiente septuagesimas primas, quanuis igitur ita ratiocinaretur Orontius concludere non posset ambitũ polygoni ad diametrũ maiorem habere rationem tripla super decupartiente septuagesimas primas. Ostendemus autẽ numerũ 1440 ad radicẽ quadratã 210447 $\frac{1}{4}$ minorẽ habere rationẽ tripla super decupartiente septuagesimas primas, in hunc modum. Duorum numerorum 223 & 71. quadrata sunt 49729. & 5041: numeri verò 1440. quadratũ est 2073600 habet autem 49729. ad 5041. eam rationẽ quã 2073600. ad 210200 ferè. Sed minor est hic quartus numerus proportionalis quã 210447 $\frac{1}{4}$, quapropter maiorem rationem habebit, 2073600 ad 210200. quã idẽ numer⁹ 2073600 ad 210447 $\frac{1}{4}$ & proinde maiorem habebit rationem 49729. ad 5041. quam 2073600. ad 210447 $\frac{1}{4}$: latus igitur quadratum numeri 49729 videlicet 223. maiorẽ rationem habere necesse est ad 71, latus quadratum numeri 5041 quàm 1440. latus quadratum numeri 2073600, ad latus quadratum ipsorũ 210447 $\frac{1}{4}$. Habent autem 223, ad 71. rationem triplam super decupartientẽ septuagesimas primas, habebunt igitur 1440. ad latus quadratũ eorundem 210447 $\frac{1}{4}$, minorem rationẽ tripla super decupartiente septuagesimas primas, quod erat ostendendũ. Et proinde liquet Orõtiũ Finæũ non rectè tradidisse in protomathesi inuentum Archimedis de ratione circunferentiæ ad diametrum.



Quadraturam aliam circuli ab Orontio excogitatam, quam in protomathesi tradidit, falsam esse. CAP. XIII.

Reprehensio. X.

ALium modum quadrandi circulũ excogitauit Orontius, traditum ab eo in protomathesi, quem ad literã subijciam. Sit descriptus (inquit) circa centrum a, circulus b c d, cuius dimetiens b d: intra quem describatur quadratũ e f, per 6. quarti, & per 7. eiusdem, eidem circulo b c d, circunscribatur quadratum b g d, postmodum ab angulo e, ipsius inscripti quadrati, ad circunscripti angulum g, recta linea ducatur per primum postulatum, quæ secet dimetientem b d, in puncto h, circulum verò b c d, in puncto i. Deinde ex data linea recta quæ sit ipsius a h, dupla, per datum punctum h, quadratum rursum describatur h l m, per 46. primi, vtrique & inscripto e f. & circunscripto b g d quadrato parallelum. Erit igitur quadratum h l m, mediũ proportionale, inter ipsa e f, & b g d, quadrata: accipitur enim inter ambo quadrata, per intersectionem diametri vtriusque quadrati lateribus æquidistantis, quẽadmodum in vulgato planispherio, iuxta ipsius Ptolomæi demonstrationem, per similes diametralis & meridianæ lineæ intersectiones. inter duos circulos datos medium proportionalem describere solemus. Duabus enim magnitudinibus datis, posibile est tertiam asignare proportionalem

tionalem,per 13,sexti. Consequenter à puncto i,ad punctum l,recta ducatur i l, per idem primũ postulatum,quæ secet eundem diametrum b d,in puncto n. Et cẽtro a,interuallo autẽ a n, circul9 describatur n o,per tertium postulatũ. Erit itaq; circulus n o, tertia magnitudo post quadratum b g d,& inscriptum b c d, circulũ respondenter ꝓportionalis,deducitur enim ex quadrato b g d,& circulo b c d,atq; e f, quadrato quod est medium proportionale inter e f, & b g d,quadrata per intersectionem ipsius dimetientis b d. Duabus namq; magnitudinibus datis possibile est tertiam ꝓportionalẽ inuenire per 11 sexti. Circulus igitur b c d, est medium proportionale inter b g d,quadratum,& circulum n o,huic demũ circulo n o, circũscribatur quadratum n o p,per septimã eiusdem quarti. Quoniam igitur per 2,duodecimi circuli se ad inuicẽ habent,sicut quę ex dimetientibus quadrata:sicut igitur quadratum b g d,ad quadratum n o p,ita circulus b c d,ad circulum n o. Et vicissim igitur sicut quidem b g d, quadratum ad circulum b c d,sic quadratum n o p, ad circulum n o:per 18 quinti. Circulus itaq; b c d, & quadratum n o p,inter idem quadratũ b g d, & circulum n o: sunt proportionalia:ea propter & adinuicẽ æqualia. Idem quoq; (addit) licet aliter concludere,quoniam circulus a b c, & quadratum n o p,ad eundẽ circulũ n o, eandẽ habent rationem:nempe quę ipsius quadrati b g d,ad circulũ b c d:quæ autem ad eandem eandẽ habẽt rationẽ,illa sunt adinuicẽ æqualia,per 9 quinti:igitur circulus b c d, & quadratum n o p,ęquãtur adinuicem. Dato igitur circulo b c d,datum est æquale quadratũ n o p.

Subiungit autem si quispiam dixerit rectilineam quãuis figuram,potius quàm circulũ n o post quadratum b g d,atq; circulum b c d, fore tertium ꝓportionale:nihilominus deducetur propositum. Data namq; figura ad quadratũ reduci potest,per vltimã secundi:sit igitur quadratũ R.S. Cum igitur quadratum d b g, sit maius extremũ,ipsum maius erit quadrato R S:& consequenter latus latere maius. Secentur igitur g t,& v x, eiusdem quadrati R S, lateribus æquales,& cõnectatur t x,per primum postulatum. Rectangulũ igitur g x, erit medium proportionale inter quadratum b g d,& quadratũ R S,sit enim ex eorundem quadratorum lateribus. Sed b c d,circulus est medium proportionale inter quadratum b g d, & præfatum quadratum R S, Igitur circulus b c d, & rectangulum g x,adinuicem æquantur. Dato itaq; rectangulo g x,æquale quadratum constituatur, per vltimam secundi:sitq; rursum n o p. Proposito igitur circulo b c d,ęquale describitur quadratum:quod facere oportebat. Rursum si quispiã morosus,vel vsq; adeo rudis negauerit quadratum h l m,ex quo n o p,quadratum proportionaliter deducitur,fore medium proportionale inter duo quadrata , quorum vnum intra circulum b c d,describitur,vt e f,alterum vero circunscribitur eidem circulo, dabo ei figurã rectilineam,vt pote octogonã descriptam intra eundem circulum b c d,quã inter ipsa quadrata medium fore proportionale probabo, ipsum demum octogonum vertam in quadratum, per vltimam secundi,& adimplebo reliqua, vt in præmissa demonstratione. Hæc Orõtius.

Ita igitur putauit quadraturã circuli inuenisse,ac demonstrasse:Sed tamen morosus quispiam atq; rudis,iure negabit quadratum h l m medium esse proportionale inter duo quadrata e f:& b g d, Nam si proportionalia sunt tria illa quadrata b g d,h l m,& f e,latera igitur eorum proportionalia erunt:est enim quadratorum ratio dupla quàm laterum,per 20 propositionem sexti:quapropter & ipsorum laterum dimidia,item proportionalia erunt. Secet autem recta a b latus quadrati e f,in s, Idcirco sicut b g, ad h l, sic h l, ad s e. His verò æquales sunt quæ ex centro a,ducuntur, videlicet a b, a h,& a s:sicut igitur a b,ad a h,ita a h,ad a s. Et propterea diuisim per 17, quinti, sicut b h, ad h a,sic h s,ad s a. Atqui sicut h s,ad s a, sic h s, ad s e per 7,eiusdẽ quinti,sicut igitur b h, ad h a, sic h s,ad s e,per 11, eiusdem quinti, Atquiangula sunt autem bina rectangula triãgula h e s, & h g b,per 32,primi,ob æqualitatem angulorum cõtrapositorum qui ad h: Idcirco sicut h s ad s e,sic b h, ad b g,per 4 propositionẽ sexti. Et idcirco sicut b h,ad h a,sic b h,ad b g, per eãdem 11,quinti. Equales sunt igitur adinuicem h a,& b g,per 9 eiusdẽ quinti. Aequalis est autem a b,ipsi b g,idcirco ipsa recta linea h a,ipsi rectæ a b æqualis erit per cõmunem sententiã, pars toti quod est impossibile.

Ostendetur etiam alio modo impossibile sequi per 19,propositionem quinti,si tria illa quadrata dentur proportionalia. Erit enim sicut b a,totum ad h a,totum,sic h a, ablatum ad s a, ablatum:quapropter sicut b a,totum ad h a,totũ sic b h,reliquũ ad h s,reliquuũ. Sed sicut b h,

ad h s, sic b g, ad s e, ob similitudinem triangulorum b g h, & s e h: igitur sicut b a, ad h a, sic b, ad s e, per vndecimā quinti, Atqui g b, ipsi b a, est æqualis, & s e, ipsi s a: igitur sicut b a, ad h a, sic b a ad s a: & propterea æqualis erit recta linea s a, ipsi h a, per nonā quinti, pars toti quod est impossibile. Et proinde quadratū h l m, nō est mediū proportionale inter ipsa e f, & b g d, quadrata, quod assertum est ab Orontio. Demonstrrtio nem igitur Ptolomæi aut non intellexit, aut perperàm accōmodauit. Iam verò si aliud quadratū inueniarur, quod inter eadē quadrara e f, & b g d, sit medium proportionale, cuiusmodi est id quadratum quod describitur ex recta linea media proportionali inter latera eorundem quadrarorum, & ponatur eis parallelum, secabit igitur vnum eius latus rectam a b, aur ante h, aut post h, & quoniam duæ rectæ lineæ superficiem non concludunr, linea idcirco ab e, ducta per sectionis punctum, non ibit recta ad g. Non deducet igitur Orontius circulum n o, tertiam magnitudinem proportionalem post quadratum b g d, & inscriptum circulū b c d, ex duobus quadratis b g d, & e f, & circulo b c d, iuxra ipsius institutū. Et deniq; quoquo modo id fieret, siue etiā cōcederetur quadratū h l m, mediū esse proportionale inrer ipsa extrema quadrata b g d, & e f, adhuc nō probar circulū b c d, esse mediū proportionale inrer b g d, quadratū, & circulū n o. Cirat autem vndecimā sexti, sed præter rem: nam in ea propositione tantū docet Euclides quomodo duabus datis rectis lineis rertia proportionalis sit inuenienda. Neq; soluit obiectionē quā fecit, si diceretur rectilineam quāuis figuram, potius quam circulū n o, post quadratū b g d, arq; circulū b c d, fore tertium proportionale, quoniā videlicet data figura ad quadratū redu cit posset. Non enim dubitamus quonā modo figura quæcunq; rectilinea ad quadratū fit reducēda, sed artē ignotamus inueniēdi figutam rectilineā, tertiā proportionalē post quadratū & circulū. Solū igitur probaret hæc sua solutio, si quidpiā probaret, quod circuli quadratura possibilis sit. Sed aliud est dato circulo æquū quadratū inuenire, quēadmodū proposuerat. Et proinde falsa est circuli quadratura tradita ab Orōrio in protomathesi, quod erat à nobis ostendendum.

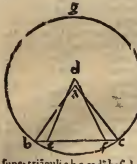
Orontij Finæi inuentū de rectilinearū figurarū descriptiōe merā esse hallucinationē.

CAP. XIIII. Reprehensio. XI.

Integrum librū composuit Orontius de absoluta rectilinearū omnium & multāgularum figurarū, que regulares appellantur descriptione, tā intra quā exrra datū circulū, ac super quauis oblata linea recta. Sed quū falsis inniteretur, vanaq; ac fallacia iaceret fundamenta, quicquid cōstruxit, corruat necesse est. Secūdū libri problema ex quo reliqua omnia pendent ad literam subijciam, ne scripta eius alio modo referendo, quicquam videar immutasse.

Problema. 2. libri de figurarum multangularū descriptione.

Dato triāgulo isosccele, cuius vterque angulorum qui ad basin duplus sit reliquis cætera isoscelia triangula constituere, quorum vnusquisque eorum qui ad basin sunt angulorū, eam rarionem obseruet ad reliquū, quam datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latus quæ per oblatum describetur isosceles, simul reddere notum.



Sit datum isosceles triā gulū a b c, cuius vnusquis que eorū quī ad basin b c, sunt angulorū, duplus sit reliqui angu li qui ad a, p decimā quarti geometricorū elementorū: cui⁹ insuper triāguli a b c, eadē basis b c, sit lat⁹ pētagoni, in circulo qui eidē circūscribitur triangulo descripti, p vndecimā eiusdē quarti elemētorū Ex hoc itaq; triāgulo isoscele a b c, veluti radicali & primario, cætera deducem⁹ & pocreabim⁹ isoscelia triāgula: quorū vnusquisq; eorū q ad basin erūt angulorū, cæteras rationes multiplices, vtpote triplā, quadruplā, quintuplā, sexcuplā (& sic cōsequēter) ad reliquū obseruabit angulū: quorū præterea bases, cæterarū multangularū et regularū figurarū latera, in eis descriptarū circulis, qui eisdē circūscribētur triāgulis, suo pręfiniēt ordine. Quod neminē hactē⁹ vel fecisse,

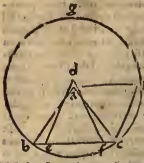
fecisse, vel excogitasse: quàm plurimos autē & proposuisse, & sæpius desiderasse compertum habemus.

In primis itaque (vt ad rem ipsam deueniamus) diuidatur basis b c, ipsius trianguli isoscelis a b c, in septem partes inuicē æquales, per antecedens problema primū: & relicta vna septima parte ad vtrosque limites ipsius b c, reliquæ quinque partes intermediæ in basin subrogentur alterius isoscelis trianguli, cuius bina latera ipsis a b, & a c, lateribus sint æqualia, sitque huiuscemodi triangulum d e f, cuius basis est ipsa e f, prædictarum 5. partium. Aio itaque primum, angulum e d f, qui sub æquis lateribus ipsius trianguli d e f, comprehenditur, subtendere latus heptagoni æquilateri & æquianguli, descripti intra circulū eidem triangulo d e f, circūscriptum: vtrunque præterea angulū qui ad basin consistit e f, triplum fore reliqui anguli, qui sub eisdem lateribus inuicem æqualibus continetur. Cum enim duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales: basin quoque basi habent æqualem, per quartam primi elementorum. Bina rursum triangula, habentia duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & basin basi æqualem: habent versa vice contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales, per octauam ipsius primi elementorū. Quoties insuper duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, angulum vero angulo sub æquis lateribus contento maiorem: basis vnius basi alterius respondenter est maior, per vigesimāquartam eiusdem primi elementorum. Item si eadem bina triangula habuerint duo latera duobus lateribus alternatim æqualia, basim autem basi maiorem: è conuerso angulum sub æquis lateribus contentū angulo maiorem habebunt, per ipsius primi elementorum vigesimamquintam. Ex quibus haud difficile colligere est, in quibuslibet duobus triangulis, habentibus duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: ex data basium magnitudine, proportionatam subsequi eorūdem angulorum qui sub æquis continentur lateribus quantitatem, hoc est angulos ipsos basium imitari proportionem, & è diuerso. Cum igitur præfata isoscelia triangula a b c, & d e f, habeant duo latera duobus lateribus omnibus modis æqualia, & bases b c, & e f, sint adinuicē inæquales: si vnius trianguli angulus qui sub æquis lateribus cōtinetur, ab alterius trianguli basi denominetur, necessum est & reliquum angulum à reliqua basi respōdēter denominari. Tantū enim altera prędictarū inæqualium basium subtensum auget angulum, quantū minuit & reliqua: ob seruatam laterū inuicē æqualiū hypothesin. Angulus porrò b a c, subtendit basin b c, partiū 7. quæ est latus pētagoni æquilateri & æquianguli, à quinario numero partiū basis e f, denominati, & in eo circulo descripti, qui ipsi a b c, triangulo circūscribitur, per vndecimā quarti ipsorū elementorū. Angulus igitur e d f, subtendit versa vice latus heptagoni æquilateri & æquiāguli, quod a septenario numero partiū basis e f. denominatur, & in circūscripto eidē triangulo d e f, describitur circulo: vtpote basin e f, partiū 5. qualium ipsa b c, est 7. Nam qualium partium circunferentia circuli est 35. talium latus inscripti pentagoni regularis subtendit 7. heptagoni verò latus 5. quinquies enim 7. aut septies 5: conficiunt 35. Basis igitur e f, ipsius trianguli isoscelis d e f, est latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunscripto eidem triangulo d e f, describitur circulo. Quod autem vterque angulorum, qui ad basin consistunt e f, ipsius isoscelis trianguli d e f, triplus sit reliqui anguli qui sub e d f continetur: fit per sese manifestum. Cū enim angulus e d f, subtendat basin e f, quæ est latus heptagoni æquilateri & æquianguli, in circulo qui ipsi d e f, triangulo circunscribitur descripti: subtēdit ergo septimā circunferentiæ partē eiusdē circūscripti circuli. Reliqui itaque duo anguli d e f, & d f e, qui sunt ad basin e f, reliquas sex partes septimas sibi vendicabunt: qui cum sint æquales ad inuicem, per quintam primi elementorum, vterque eorundem æqualiū angulorum, tres subtendet eiusdem circunferentiæ septimas. Et proinde vterque triplus erit reliqui anguli, qui sub æqualibus lateribus continetur. Quemadmodum ex ipsa præcedēti licet intueri figura.

¶ Item si præfata basis b c, eiusdem isoscelis trianguli a b c, in nouē partes inuicem ęquales per antecedēs problema diuidatur. Et reliqua.

PVtat igitur Orontius quòd in ipsis duobus triangulis isoscelibus a b c, & d e f, quoniam duo latera æqualia a b, & a c, duobus lateribus æqualibus d e, & d f, æqualia sunt eā propterea

rationem habebit angulus b a c, ad angulū e d f, quàm basis b c, ad basin e f. Et idcirco si qualiū partium b c, est 7. talium eius pars e f, est 5. fueritq; ipse angulus b a c, quinta pars duorum rectorum, sequitur vt angulus e d f, sit duorum rectorum septima: vterq; verò angulorum d f e, f e d, eiusdem anguli e d f, triplus: quæ omnino falsa esse breuissime ac lucidissime demonstrabo. Describatur enim super centro a, interuallo autem a b, aut a c, circulus b c g. In quo per primam quarti elemētorum Euclidis rectæ lineæ e f, quæ diametro minor existit, æqualis coaptetur, c K, & cōnectatur a K.



Isosceles est igitur triangulum a c K, & duo latera a c, & a K, æqualia sunt duobus lateribus d e, & d f, triāguli d e f, quapropter angulus e d f triāguli d e f, angulo c a K, triāguli a c K, æqualis est per octauā primi. Habet igitur angulus b a c, eandem rationem ad vtrunque angulum e d f, c a K. At verò sicut angulus b a c, ad angulum c a K, sic circunferentia b c, ad circunferētiam c K, per vltimam sexti libri, sicut igitur angulus b a c, ad angulum e d f, sic circunferentia b c, ad circunferentiam c K. Atqui per ea quæ demonstrauit Ptolomæus in primo libro magnæ constructionis capite nono, maiorem habet rationem circunferentia b c, ad circunferentiam c K, quā recta b c, ad rectam c K. Igitur maiorē rationem habebit angulus b a c, ad angulum e d f, quā recta b c, ad rectā c K, per 13 propositionem quinti. Sed sicut b c, ad c K, ita eadē b c, ad e f, per 7 propositionē ipsi⁹ quinti: æquales enim sunt c K, & e f, idcirco moiorē rationē habebit angulus b a c, ad angulū e d f, quā recta b c, ad rectā e f: falsus igitur est Orōtius, & falsæ sunt quas attulit descriptiones figurarum multangularū. Iam enim angulus e d f, latus heptagoni æquilateri & æquianguli minimè subtēdet. Nec angulus d f e, aut f e d, triplus erit ipsius e d f. Et hæc nostra demōstratio probat in vniuersum cætera quæ sequūtur de descriptione nonagoni, & aliarum figurarum, & diuisione angulorum vsque ad finem sui libelli, falsa esse. Captus est autem Orontius leuissimo argumento. Quamuis enim cum duo latera vnius trianguli duobus lateribus alterius trianguli sunt æqualia, si præterea angulus angulo est æqualis, basis basi est æqualis; & si angulus angulo est maior, basis base est maior, & si angulus angulo est minor, basis base minor est, nō sequitur tamen vt anguli & bases proportionalia sint. Quemadmodū si duorū quadratorum latus lateri est æquale, quadratum quadrato æquum est, sed si latus lateri maius fuerit, quadratū quadrato maius esse necesse est, si verò latus latere minus, & quadratum etiam quadrato minus, non sunt tamen proportionalia quadrata & latera, sed semper quadratorum ratio dupla quàm laterum. Item si duarum rationum fuerit denominatio vnius denominationi alterius æqualis, æquales erūt ipsæ rationes, si maior fuerit vna denominatio altera, ratio etiam ratione maior erit, sed si minor fuerit denominatio denominatione, & ratio quoq; ratione minor erit. Non tamen necesse est vt rationes & denominationes proportionalia sint. Nā sexcuplæ rationi denominatio est 6. triplæ vero 3. dupla est igitur denominatio denominationis: sed nō est sexcupla ratio triplæ rationis dupla. His igitur & multis alijs exēplis ab eo errore auelli poterat, quando nulla demōstratio ei succurrebat. Et in eodē fuit errore quidam cōplutensis magister, qui in Thomæ Brauardini geometria ingeniosus videri voluit. Quòd si duorum illorum isosceliū triangulorū, esset angulorū ratio æquis lateribus contentorū, eademq; basiū, minimo certe negocio ea tabula de arcu & chorda construeretur, quam tot syllogismis, tantoq; labore, composuit in magna constructione Ptolemeus. Vt si exēpli gratia operæpretium foret cognoscere, quot partiū sit ea linea recta quæ quintam circunferentiæ partem subtendit, idest gradus 72. qualium est diameter 120. quoniā circuli semidiameter sextam subtēdit, habet autē sexta ad quintam eam rationē quā 5 ad 6. & est circunferentiarū ratio quæ angulorū, foret igitur partiū 72. ipsa recta linea septimā subtendēs vniuersæ circunferentiæ partē, & proinde latus decagoni quoniam dimidiū anguli subtendit foret 36. ea verò recta linea quæ quadrantē circunferentiæ subtendit foret 90. & quæ vnū tantum gradū foret 1. & ita deinceps per eosdē numeros partiū circunferentiæ diuisæ in 360. Itaque nulla

earum

earum linearum quas supputauit Ptolemeus irrationalis haberetur. Sed non est ita.

Orontium vehementer errasse in inuestigatione longitudinis locorum, ob ignorantiam primorum rudimentorum astrologiæ.

CAP. XV.

Reprehensio. XII.

Necesse non est vt prolixè referatur modus Orontij ad inueniendas locorū longitudines, nam is fermè est quem ante tradidit Ioannes Vernerus Norūbergensis, in annotationibus geographiæ Ptolemei, & deinde Petrus Apianus, videlicet per locum lunæ obseruatum, sed in summa tantum. Cæterum Ioannes Vernerus simplicius rem tractauit. Orōtius docet in primis quomodo ex vulgato diario numeri motus lunaris eliciendi sint, & construenda tabula per quam singulis diebus facile cognoscatur quota hora ac minuto, luna peruentura sit ad meridianum loci radicalis, & eiusdem verus motus tunc deprehendatur. Docet præterea quomodo construendum sit instrumentum regularum Ptolemęi, quod habendū est in prōptu, simul cum horologio quopiam mobilium rotarū, & sphæra vulgari, aut solida, aut ex armillis composita. Vt cum luna meridianum occupauerit loci longitudinis ignotæ, per tempus à meridie fluxum, quod horologium indicabit, sub globi meridiano gradus eclipticæ collocetur, simul cum luna perueniens ad meridianū. Tunc verò deprehendenda est per ipsas regulas Ptolomæi, eius altitudo supra horizontem & supputanda in meridiano globi, per finēq; semi circulus ducendus à polis eclipticæ, qui ipsius lunę locum in ecliptica cōmonstrabit. His igitur præparatis vt differētia longitudinis dati loci et radicalis deprehēdatur, quoddam subiungit documentum atq; præceptum, quod ad literā subijciā. ¶ Animaduertas (inquit) lunam citius peruenire ad meridianum orientalis loci, respectu radicalis, & sub maiori propterea temporis supputatione, quàm ad ipsius loci radicalis meridianum: ad meridianū verò occidentalis loci tardius, & sub minori tēporis, hoc est horarum & minutorum numero. Nam in locis orientalibus citius eleuantur sydera super horizontem, quàm in occidentalibus. De vero autem lunæ motu, qui fit ab occasu per mediū cæli versus ortū, secus est. quoniā in locis orientalibus, is erit semper minor, quā in occidētalibus. Interea enim dū luna ad motum vniuersi, ab orientali ad occidentalem perducitur meridianū, aliquid de Zodiaci lōgitudine propria latione in contrariū perambulāt: quo verus eiusdē lunæ motus augetur. Locus igitur ad cuius meridianū luna sub maiori horarū & minutorū numero, & cū minori motu, quā ad radicalē peruenisse cōperietur, orientalior erit ipso radicali. Si autē sub minori earundē horarū & minutorū, sed maiori motus lunæ id acciderit supputatione: idē locus occidētalior erit radicali. Sed qua differētia idē locus datus orientalior, vel occidētalior fuerit ipso radicali: in hunc modū cōprehendes. Si datus locus repertus fuerit oriētalior radicali, subducēdū est tēpus applicationis lunæ ad meridianū loci radicalis, à tēpore applicationis eiusdē lunę ad ipsi⁹ dati loci meridianū: sed ver⁹ lunę motus eodē applicationis tēpore, sub dati loci meridiano repertus; auferēdus est à vero motu eiusdē lunæ, quē dum ipsa luna ad radicalem perduceretur meridianū offēdisti. Relinquetur enim differentia tēporis, atq; veri motus ipsius lunæ differentia duabus obseruationibus intercepta. Ipsam porrò tēporis differentiam in partes æquatoris solito more conuertas: differētiæ autē veri motus lunaris, rectam supputabis ascensionē, quam ab ipsa tēporis auferes differentia. Relinquetur enim tandem proposita longitudinis differentia: qua scilicet datus locus orientalior est radicali. At si datus locus eodem radicali fuerit occidentalior, contrariam operandi rationem prorsus obseruabis, subduces namq; tempus applicationis lunæ ad ipsius dati loci meridianum, ab eo tempore quo luna ad meridianum radicalem perducta est, atq; verū lunæ motum sub radicali meridiano contingentem, ab eo qui tempore applicationis eiusdem lunæ ad dati loci meridianum repertus est. Et mediantibus his differentijs, ipsam longitudinalem colliges differentiam.

Ita complexus est Orontius artem inueniendi differentias, longitudinum locorū, eāmq; duobus exēplis explanat. In quibus radicalem constituit meridianū Parisiensem, ad quē conferendi sint duo alij meridiani, alter ipso radicali orientalior, alter verò eodem occidentalior, vt denique eorundem meridianorum

differentia deprehendatur. Ponit igitur in primo exemplo lunam peruenisse ad meridianũ dati cuiuspiam loci hora 14. vna cum 17 minutis à meridie, 15 diei Nouẽbris, & inuentã esse tunc instrumento regularum atq; sphęra iuxta modũ superius traditum in 20, gradu vnà cũ 25 minutis Cancri. In secundo autem supponit lunam peruenisse ad meridianum dati cuiusdam loci hora 13, minuto verò 17, à meridie eiusdem 15 diei Nouembris, & occupasse tunc gradum 20, & 55, minuta ipsius Cãcri. In vtroq; tamen exemplo lunam subijcit peruenisse ad radicalem Parisiensemq; meridianũ hora 13 minuto ferè 47, à meridie eiusdem diei quindecimi Nouembris, obtinuisseq; tunc gradum 20, cum 40, minutis eiusdem Cancri. Sicq; cõcludit, supputatione facta, primum meridianum distare à meridiano Parisiensi versus ortum gra. 7. & mi. 14, secundum vero distare ab eodem Parisiẽsi meridiano versus occasum gra. 6. mi. 59.

Quoniam verò fortasse quispiam suspicaretur lunares motus cũ regulis Ptolemei, necnon sphæra, quemadmodum docuit inuẽtos, ob aspectus diuersitatem veros non esse, sed videri, vt hanc tolleret ambiguitatem, ita ait. Denique notandum est, dum luna sub ipso locatur meridiano, locum eius visibilem, hoc est visua li radio per a d, regulam obseruatum, designare simul verũ eiusdem lunæ locum in cęlo, propterea quòd nulla tunc sit aspectus diuersitas, seu inter verum locum & visibilem differentia secundũ ipsius zodiaci longitudinem.

Prolixius aliquanto quam putarã, modum tradidi Orontij ad inueniendas meridianorũ differentias, sed nihil breuius oportere existimaui, vt eius improbationes atq; confutationes plane à quibuslibet vel parum in astrologia versatis caperẽtur. Errat, aut potius insanit Orontius, quoniam putat, sub maiori horarum ac minutorum numero lunam peruenire ad meridianum loci orientalis, quàm occidentalis. Ponamus enim vt facilius hoc à rudibus percipiatur, solem occupare initium Capricorni, & sub terra esse in meridiano cuiusdã loci noctis videlicet media, idest hora duodecima à meridie, lunam verò oppositum punctũ obtinere, initiũ scilicet Cancri, atque in meridiano esse supra terram. Et intelligamus tunc ipsam lunã moueri ad occasum motu diurno, vnà cũ alijs sphæris, quæ propterea quòd simul in contrariam partẽ mouetur, secundũ signorum consequentiam versus ortũ, tardius idcircò quã ipsũ Cancri initium alterius loci occidentalioris meridianum occupabit. Erit autẽ huiusmodi mora, ea temporis portiuncula arcusve æquinoctialis, cum qua ascendit in horizonte recto pars illa zodiaci, quam interea ipsa luna peträsierit, quemadmodũ de dierum naturaliũ inæqualitate intelligere solemus. Igitur quã primum idem Cancri initiũ meridianum secũdi loci occupauerit, erit procul dubio ipsi loco secundo qui primo est occidentalior, media nox, idest 12ª à meridie, siquidẽ sol tunc in opposito puncto erit eiusdẽ meridiani, sub terra, sed vt luna perueniat ad eundẽ secũdi loci meridianum, adijciẽda est prędicta tẽporis portiuncula. Manifestũ est igitur ex hoc exẽplo, non sub minori, immo verò sub maiori horarum ac minutorũ numero lunã peruenire ad meridianũ loci occidentalis, quã orientalis. E cõtrario autẽ ad meridianũ loci orientalioris sub minori temporis mẽsura peruenire. Sydera verò fixa quia tardissime mouẽtur, quota tẽporis appellatione in vna die ad vnũ perueniunt meridianũ, tota in eadẽ die peruenient ad reliquos, vt sic cor leonis hoc presenti anno 1546, die Ianuarij 12, aut 13, perueniat ad meridianum Conimbricensiũ hora 13, à meridie, ad meridianũ etiã Parisiensium qui sunt orientaliores perueniet eadẽ die sub eadem temporis mẽsura horarũ 13 post meridiem, itemq; ad meridianum insularum fortunatarum, quæ sunt occidentaliores, & ad reliquos totius orbis meridianos, tam etsi citius ad meridianos orientalium, quã occidentalium. Nec circa hæc insistendum est rationi scrupulosę de minutis à sole motu proprio interea prãsitis, quæ huiusmodi cõputationi nõ nihil detrahere videntur: illud enim insensibile reputamus. Quòd si sub varia temporis mensura appellatione ve venirent syder a ad differẽtes meridianos, nihil profectò foret facilius, quã differentias longitudinũ locorum qualibet die metiri. Ipsorum enim inæqualium temporum differentia, foret item longitudinũ locorũ differentia: at non est ita. Non enim cum fixa sydera mouentur, sol immotus permanebit. Qua igitur ratione, huius cõtrarium platè asserat Orõtius, non intelligo, tantum video eum in magno versari errore, atq; hallucinatione, à qua ij etiam qui dumtaxat tribus aut quatuor dieb° primas astronomię introductiones degustarũt se explicare possent.

Rursus in magno alio est errore, quoniam

putat verum lunæ locum in Zodiaco, à viso seu apparenti nihil differre, quoties ea constituta fuerit in meridiano, nullamq; tunc habere aspectus diuersitatem, in ecliptica longitudine: in quo iterũ astronomiæ prorsus ignarus videtur. Nam vt luna careat aspectus diuersitate in longitudine, locatã esse necesse est in circulo maximo transeunte per polos eclipticæ & horizõtis. Nũquã verò meridian⁹ per polos eclipticæ transit, nisi cũ initia Cancri & Capricorni in ipso fuerint meridiano, luna igitur in meridiano cõstituta vt aspectus diuersitate careat secundũ Zodiaci longitudinẽ, initia Cancri & Capricorni in eodẽ esse meridiano necesse est. Quapropter quoties luna in meridiano fuerit cũ alijs eclipticæ punctis, præter ipsa Cancri & Capricorni principia, alius erit eius ver⁹ locus in longitudine Zodiaci, quàm isquẽ visus ostenderit. Tantum autẽ bis in mense initia Cãcri & Capricorni luna tenet, solũ igitur bis in mense luna in meridiano constituta, verum habebit locum secundum Zodiaci longitudinem à viso minimè differentẽ. Idq; in mẽse pluribus quàm duobus terreni orbis meridianis accidere, impossibile est, & propterea errat Orontius. Adde quòd nec locus lunæ visus in ecliptica poterit illa arte exactè deprehendi. Quid enim iuuabit eius distantiam ab Horizontis vertice per regulas Ptolemæi cũ minutis ac secundis inuenisse, si deinde ea distantia numerãda collocãdaq; est in globo illo sesquipedali, cuius partes in tot minutias partiri non poterunt? Quod si vel tantillum à iusto in re hac scrupulosa deuiaueris, locum lunæ visum in Zodiaco non offendes, sed alium sensibili quadam differentia aut maiorem, aut minorẽ. Non enim parum refert cuinam meridiani pũcto semicirculus per polos eclipticæ ductus sit coaptandus. De horologio autem mobilium rotarum multa suspicio est, nec ea immerito. Præterea cum locum solis cognitum supponat Orontius, tametsi ignorari necesse sit in meridiano nondum cognito, præstaret idcirco per altitudinem alicuius stellæ locum habentis cognitum, quemadmodum in nostro libro crepusculorum horam inuestigare: horologium igitur superuacaneũ esset. Sed iam quid opus erat globo illo sesquipedali ad inueniendum locum lunæ visum in Zodiaco, quem à vero putat nihil differre? Nam deprehensa altitudine poli & distantia lunæ à vertice cum in meridiano existit, cognita etiã ascensione recta gradus eclipticæ simul cũ luna in ipso meridiano existentis, poterit per problema 55. tabulæ primi mobilis, aut facili quadã geometria sphæricorũ triangulorũ, locus ipsius lunæ in Zodiaco cognosci. Duobus enim lateribus vnius trianguli, simul cum angulo eisdem comprehenso cognitis, reliquum latus & reliqui anguli cognoscentur. Atqui quantum distat polus mundi manifestus à luna in meridiano constituta, ex obseruatione innotuit: distantia præterea eiusdem poli ab ecliptice polo viciniore nota est, graduũ videlicet 23. & dimidij ferè, angulus verò qui in ipso mundi polo his duabus distantijs, arcubusve circulorũ maximorũ cõcluditur, cognitus existit, quippe qui rectam ascensionẽ metiatur arcus eclipticæ semicirculo minoris, inter initium Capricorni intercepti & punctum illud quod simul cũ luna ad meridianum peruenit: basis igitur huiusmodi triãguli, quæ complementũ visæ latitudinis lunæ existit, & angulus qui ad polũ eclipticæ visam distantiam lunę subtendit ab initio Cãcri per Zodiaci longitudinem, innotescent. Et poterat præterea loco solis & tempore quod à meridie fluxit ignoratis, per altitudinem alicuius stellæ cognitæ, ascensionem rectam gradus eclipticæ simul cum luna in meridiano existẽtis, absq; globi auxilio cognoscere, eius quidẽ anguli magnitudinem numeris inuestigando, qui ad mundi polum distantiam eiusdem stellæ à verticali puncto subtendit: iã igitur locus lunæ visus prædicto modo cognitus esset. Rursum per distantiam ipsius lunæ à duabus stellis cognitis, quemadmodum in septimo libro epitomæ Ioannis de monte Regio, visus etiam locus cognosceretur. Item parum scitè supputauit Orontius quota hora luna peruentura esset ad meridianum loci radicalis, neglecta æquatione dierum quæ in ipsa luna magnum habet momentum: perperàm igitur postea horis vulgaribus per horologium illud rotarum mobilium deprehensis, vsus est.

Sic igitur patet Orontium multis modis atque turpiter errasse, in inuestigatione differentiæ longitudinis locorum. Et idem quoq; multis ante annis conatus est inuenire vir doctus Ioannes Vernerus, etiam per motum lunę, sed dissimiliter, quemadmodũ in annotationibus quas in Geographiam Ptolemæi composuit, scriptum reliquit. Iubet enim vt in loco longitudinis ignotæ, ad momentum cognitum, distantia lunæ ab aliquo sydere fixo, parũ aut nihil

nihil ab ecliptica recedente per baculum astronomicum capiatur. Ea autem distantia diuidenda est per motum lunæ horarium, & exibit tempus coniunctionis lunæ cum eodem sydere fixo. Deinde eliciẽdum est ex tabulis motus lunæ eiusdem coniunctionis tempus, ad meridianum cognitæ longitudinis. Ipsa deniq; duo tẽpora inuicem conferendo, eorundem locorum differentia longitudinis innotescet. Diuersitatem verò aspectus in longitudine modicam dicit esse, & propterea eam contẽnendam ducit, vel deprehendendam ex quinto libro magnæ compositionis Ptolemæi: nam statim (ait) ex visa illa lunæ & eiusdem fixi syderis distantia, vera eorum elõgatio reperietur. Sed & hunc etiam modum non nihil fallacem inuenio. Etenim si is locus in quo fit obseruatio incognitã habet longitudinem, motum solis ad eiusdem loci meridianum ignorari necesse est: tempus igitur obseruationis incognitum erit, nisi horologijs rotarum mobilium, vel alijs huiusmodi perpendatur. Item fallax est, quoniam accidet aliquando distantiam lunæ ab stella non esse omnino longitudinis, sed latitudinis, hoc autem ab oculo inspectoris non semper internosci, præsertim si luna existat apud ortũ aut occasum. Neq; in ipso meridiano incognitæ longitudinis eam licebit ambiguitatẽ dissolue re per tabulas constructas ad meridianũ cognitæ longitudinis: necesse est enim in tempore intermedio, si diuersi sunt meridiani, latitudinẽ variari, sed diuersitas illa nullo modo dignosci poterit. Quòd si iam cõpertum esset ipso tempore obseruationis, lunã habere latitudinem, nondum igitur liceret distantiam lunæ à sydere fixo in ecliptica existente, aut oppositæ denominationis latitudinem habente, pro arcu longitudinis Zodiaci accipere. Aspectus verò diuersitatem in longitudine quam parui æstimat, pluris ego facio quam reliqua quę obieci. Constat enim motum lunæ in vna hora dimidiũ esse circiter vnius gradus: cum igitur diuersitas aspectus in longitudine vnum gradũ habere possit, si eam paruipendendam ducamus, continget aliquando in errorem duarum horarum, siue graduum 30. incidere in ipsa quæsita meridianorum differentia. Quod ait ex visa lunæ & fixi syderis distantia, veram eorum elongationem per quintum librum Ptolemæi statim reperiri, non negamus, si modo distantia lunæ à centro terræ in eo situ cognita fuerit, & cætera dentur quæ Ptolemæus ad demonstrationẽ sumit: sed hæc in meridiano illo incognitæ longitudinis ignorantur, in quo fit eiusmodi obseruatio. Quapropter & veram lunæ elongationem ignorari necesse est.

Hæc tamen puto virum doctum Vernerũ non ignorasse, sed despexisse tantum, atque obseruatoris iudicio reliquisse. Hunc enim inspicere oporteret, quanto interuallo fixum sydus atq; luna ab ecliptica distent, & ad quales partes. Neq; vllum erit incõmodum, si per tabulas compositas ad meridianum cognitæ longitudinis, hoc perpenderit. Siquidem latitudo lunæ duodecim horario spacio, quod vniuersam complectitur longitudinem, parum variatur: captanda igitur erit distantia lunæ a sydere aliquo fixo, æqualem ferè latitudinem habente, & ad eandẽ partem: visum enim interuallum insensibili excessu differet ab arcu visæ elongationis in ecliptica. Tempus elapsum à meridie indicabit eiusdem syderis fixi, aut cuiuspiam alterius cogniti altitudo, simul cum loco solis per easdem tabulas deprehenso, idque numerorũ officio, quemadmodũ in libro crepusculorũ. Nã maximus error qui accidere poterit, in loco solis ex tabulis elicito ad meridianũ incognitæ longitudinis, dimidiũ est vnius gradus. Cæterũ hoc in ipsa temporum computatione duo minuta horæ non excedit. Dissimilis est ratio in Orõtij modo. In eo enim per elapsum tẽpus à meridie, & ascensionem rectã loco solis debitã, is gradus eclipticæ sub globi meridiano collocatur, cum quo luna simul ad meridianum peruenit. Quarè si in cõputatione motus solis, lapsus acciderit dimidij gradus, tantundem circiter errabitur in ascensione recta, itemque in ipso gradu eclipticæ sub meridiano constituto, atque demũ in loco lunæ viso, si ea in ecliptica videatur: nihil minus. Atqui dimidium vnius gradus pertransit luna in una ferè hora, errabitur idcirco in differentia longitudinis locorũ hora vna ferè, siue gradus 15. Sed redeamus ad Ioannis Verneri modum. Nihil in eo ambiguũ relinqui video, præter aspectus diuersitatẽ, quam quidem hac arte examinabimus. Locum lunæ in longitudine Zodiaci visum verum esse supponemus, quanquã non sit: accepta igitur altitudine lunæ cũ instrumento regularum, ex ipso vero motu lunæ, & distantia eius visa à polo horizontis in circulo altitudinis, atq; altitudine poli cognita, ad datũ obseruationis tempus diuersitatem aspectus cõputabimus per quintum librũ Ptolemæi,

diaci:ipsam verò aspectus diuersitatem aufere-
mus à loco lunæ viso, quem verum supposui-
mus, si ea reperta fuerit inter gradum ascenden
tem & nonagesimum, eandē verò adijciemus
si inter gradum occidentem & eundem nona-
gesimum, & verus lunæ motus prodibit ad idē
obseruationis tempus. Neminem vero pertur-
bari velim, quòd cum loco lunæ viso tanquam
vero, aspectus diuersitatem quæsiuerim. Nam
non tanta esse potest differentia inter locum
verum atque visum, in longitudine Zodiaci,
vt distantiam lunæ à centro mundi sensibiliter
variare possit: idem enim fermè situs habebi-
tur, vel in eccētrico, vel in epicyclo. Quapropter
ter si ad locum visum tāquam ad verum, diuer-
sitatem aspectus perquiramus, eandem inueni-
ri necesse est. Hoc itaque modo tradito a Ioan
ne Verniero differentia longitudinis locorum
facilè poterit inueniri. Vel inuestigetur locus
lunæ, aut per distantiam eius visam à duabus
stellis cognitis, quemadmodum superius me-
minimus, aut instrumento armillarum, & addi
ta aut subtracta aspe ctus diuersitate, verus eius
locus prodibit. Tunc verò eliciatur ex tabu-
lis ad meridianum cognitæ longitudinis certis
simum tempus, quo luna eundem locum Zo-
diaci occupat: ipsorum enim temporū differen
tia, erit & meridianorum interuallum. Aduer-
tendum est tamen ob fallaciam instrumento-
rū non nihil erroris semper accidere: in motu
enim lunæ ob errorē quartæ partis vnius gra-
dus, errabitur in longitudinis locorū differētia

vnius horæ dimidium ferè, idest gradus $7\frac{1}{2}$

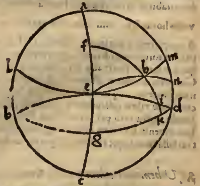
& propterea ad metiendū differentiam longi-
tudinis eorum meridianorū, quorū interuallū
haud magnum fuerit, alia via quærenda esset.
Cæterum modus certissimus est, & ad imitatio
nem Ptolemæi, qui interdiú per locum solis, lo
cum lunæ visum instrumento armillarū depre
hendit, noctu verò per locum lunæ stellarum
loca inuenit. Ea autem quæ excogitauit Oron
tius falsa sunt, atque enormia, & præter artem.

Vehementer etiam errasse Orontium, in inuestiganda longitudine atque latitudine eius loci, cuius distantia itineris à radicali vna cum positionis angulo cognita fuerit. CAP. XVI.

Reprehensio XIII.

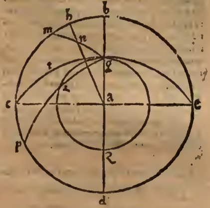
NON parui æstimat Orontius, quòd cum vulgato astrolabio eorū duorū locorū intercapedines, simul cū positionis angulo, inuestigare possit, quorum latitudines cum longitudinis differentia cognitæ fuerint, & vicissim per latitudinē vnius loci cognitā, atq; itineris distantiā ab altero, vnà cū positionis angulo, differentiā longitudinis & latitudinis inueniat, idq; in tabula astrolabij ad alterū datorū locorū exarata: quēadmodū ex horis trāsactis à meridie, aut in vniuersū ex distantia syderis à meridiano, eiusdēq; declinatione, distantia à verticali pūcto elici solet: & rursus ex ipso interuallo atque declinatione cognitis, quantū idē sydus à meridiano distet, innotescit. Quasi hoc peruulgatū non esset atque compertum, non solū mathematicis, sed etiam ijs mechanicis, qui orbis descriptiones in plano faciunt, marinasque chartas deliniant, & differentias longitudinis vel in globis, vel in astrolabijs, per latitudines & positionum angulos, aut itinerum distantias, metiūtur. Est enim apud eos cōmune & indubitatū proloquiū, idem oportere fieri in locis orbis describendis, aut distantijs inueniendis, quod in fixis stellis collocandis. Vt igitur paulo altius rē hāc tractaret Orontius, operæpretiū erat generalem tabulam exarare, omnium Horizōtum parallelos siue Almicantarath potestatē referentē, vt citra linearū confusionē, quorum cunque locorum habitudines in ea conspici possent. Cuius quidem tabulæ absolutam descriptionē, vsum atq; demonstrationem, in libro de Astrolabio tradidimus, quem iam & pleraq; alia opuscula nostra in publicum mitteremus, si hominem sculpendi & imprimendi peritum haberemus, quales hodie sunt in Galia atq; Germania permulti, ijq; ingeniosissimi. Sed in his etiā tam peruulgatis quæ affert Orōtius, vehementer errat. Ait enim in secūdi problematis fine, quòd si positionis angulus 90. gradus habuerit, locus datus sub eodem erit parallelo cum ipso loco radicali, differens ab eo sola longitudine, & deinde in tertio. Non obliuiscaris (inquit) oportet, quoties idem positionis angulus fuerit rectus tunc viatorium arcum longitudinalem eorundem locorum exprimere differentiam, & ipsa

loca eandem ab æquatore posſidere latitudinẽ. Sed hæc falſa eſſe & erronea clariſsime oſtendemus. Angulus enim poſitionis vnius loci ad alterum ad verticem fit ex cõcurſu meridiani cum circulo maximo ducto per alterius loci verticem. Ita accepit Ptolemæus in primo libro Geographiæ poſitionis angulum vnius loci ad alterũ. Circuli igitur verticales deſcẽdẽtes ab ipſo vertice ſiue Horizontis polo, eius loci quẽ radicalem ſtatuimus innumeros poſitionũ angulos faciunt cũ eiuſdem loci meridiano ad idẽ verticis punctũ. Verũtamen non recipiũt Geographi pro poſitionis angulo niſi aut rectũ, aut acutũ. Nã ſi circulus maximus in circulũ maximum inclinatur, duos angulos facit, alterum acutum, & alterum obtuſum: accipiũt igitur acutũ angulum vtpote minorem, reliquum obtuſum atq; maiorẽ relinquentes. Maximus idcirco angulus poſitionis rect⁹ exiſtit, ab eoq; efficitur verticali, qui per duo puncta ortus & occaſus æquinoctialis ducitur: quin potius hunc ſolum circulũ verticalẽ appellãt, cũ proprie loquuntur. Hos autem poſitionum angulos referũt ij verticales qui in vulgato Aſtrolabio planiſpheriove Ptolemæi deſeripti habẽtur. Eiſdẽq; ſimiles ſubijciũtur alij in terreni globi ſuperficie ad ſtantis pedes, in eo videlicet pũcto in quo recta linea per cẽtrũ mundi & verticẽ producta, ipſam gibboſam ſuperficiẽ ſecat. Atque eorũdẽ ſphæricorũ angulorũ menſuræ ſunt plani quidam rectilineiq; anguli, qui vel in plano Horizontis radicalis loci, & ad eius centrum, vel in quocunq; alio plano ei æquidiſtante ex cõmuni ſectione ipſorũ maximorũ circulorũ efficiuntur, qui itẽ poſitionum anguli appellari poſſunt. Tot enim gradũum eum angulum poſitionis ſphæricũque æſtimabis eſſe, qui ad verticem fit ex coincidentia meridiani & alterius cuiuſcũq; circuli maximi, quot eum rectilineũ comprehendere inueneris, quẽ in plano Horizontis & ad eius centrum duæ ſectiones cõmunes efficiunt, quarum altera eſt ipſius plani Horizontis cũ meridiano, altera vero eiuſdem plani cum reliquo maximo circulo, quẽadmodum ex primo libro Theodoſij & vndecimo Euclidis facile colligere poteris. Demonſtrabis etiam per eadem principia rectam lineam meridianam & aliam ei in ipſo Horizontis plano perpendicularem, cõmunes eſſe ſectiones meridiani circuli & verticalis cum eodem Horizontis plano, non autem minoris circuli. Et propterea cũ ſol in verticali circulo fuerit, vmbras gnomonũ proijciet in eandẽ rectam lineã perpendicularẽ extẽſas. Hæc eſt ea linea ex qua ortus & occaſus æquinoctialis cernitur, horæ videlicet ſextæ in ijs horologijs, quorum vmbilici ad mundi cardines dirigũtur. Enimuerò minores circuli Horizontẽ ſecare nõ poſsũt per æqualia, neq; per eius cẽtrũ venire. Quinimo parallelus circulus gradibus 45, ab æquinoctiali diſtãs, eius latitudinis Horizõtẽ in vno puncto cõtingit: reliqui vero ad manifeſtũ polũ declinantes, ſuarũ latitudinũ Horizontes neq; tangere poſſunt, neq; ſecare, quòd interuallo minori ab eodẽ polo diſtent quàm ijdẽ Horizõtes. Sed ij paralleli qui æquinoctialẽ verſus relinquũtur, ſuos ſecãt horizontes ſed inæqualiter. Quã obrẽ rectus rectilineusq; angulus qui ad cẽtrũ horizõtis fit, cũ linea meridiana, eorũ locorũ ſitus oſtẽdit, quæ in plano verticalis circuli poſita ſunt, nõ eorum quæ in parallelo loci radicalis. Quoties igitur angulus poſitiõis rectus inuẽtus fuerit, ſiue rectilineus ſit, ſiue ſphæricus, in verticali circulo primi loci radicaliſq; vertĩ ẽ ſecũdi loci poſitũ eſſe dicem⁹, nõ in loci radicalis parallelo, vt putat Orontius. Contingit enim idem verticalis circulus ipſum parallelum in vno puncto: quapropter latitudo loci radicalis maior erit latitudine ſecundi loci. & differentia longitudinis eorundem locorum plures gradus comprehendet, quam viatorius arcus, quemadmodum in ſubiecto ſchemate demonſtrabimus. ¶ Eſto



enim Horizon loci radicalis, eius videlicet ad quẽ aliorũ ſitus conferũtur a b c d, vertex e, manifeſtus pol⁹ f Meridian⁹ vero a e c, æquinoctialis b g d, circulus verticalis b e d, & ipſi⁹ loci parallelus l e m. Intelligatur loc⁹ vn⁹ cuius vertex poſitus ſit in i, pũcto verticalis circuli: & veniat

niat à polo f. per ipsũ i. quadrãs f i K, parallelũ l e m, secãs in h. Quũ meridianus a e c, veniat per polos circuli æquinoctialis, secabit igitur eũdẽ ad rectos angulos per 19. propositionẽ primi libri Theodosij, & in ipso æquinoctiali erũt meridiani poli per 21. propositionẽ ipsi⁹ primi libri. Et eodẽ modo cõcludes etiã ipsos meridiani polos in Horizõte esse. Quapropter pũcta b, & d, in quibus conueniunt Aequinoctialis & Horizon, poli erũt eiusdẽ meridiani. Verticalis igitur b e d, rectus erit ad meridianũ per ipsam 19. propositionẽ primi libri Theodosij, & angulus positionis puncti i, ad e, verticẽ rectus habebitur. Idcirco per ea quę Geber demõstrauit sicut sinus rectus arcus f K, ad sinum rectũ arcus f i, sic sinus rectus arcus g K, ad sinum arcus e i. Maior est autẽ sinus arcus f K, sinu arcus f i, & maior igitur erit sinus arcus g K, sinu arcus e i: & quia vnusquisq; eorũ arcuũ quadrante minor existit, maior erit propterea arc⁹ g k, arcu e i. Ipse vero arcus g K, differentia longitudinis est eorum locorum quorum vertices sunt ad e, & ad i: arcus autem viatorius est e i: maior est igitur differentia longitudinis arcu viatorio, quod demonstrandum erat. Latitudinem porrò ipsius loci verticem habentis ad i, minorem esse demonstrabis latitudine radicalis loci, vtpote verticem habentis ad e, quoniã parallelus l e m, verticalem b e d, in e, puncto contingit, per quartam secundi libri Theodosij: fit igitur arcus K i, pars arcus h K, & proinde latitudo eius quę verticem habet ad i, minor erit latitudine loci radicalis. Quòd si datus locus atque radicalis sub Aequinoctiali circulo collocarentur, velut sunt ea loca quæ vertices habent sub g & K, rectus profectò esset angulus positionis vnius ad alterum, & g K, arcus foret viatorius idemque longitudinis differentia. Sed si sub alio parallelo posita fuerint, vt ad e, & h. puncta paralleli l e m, tunc verò ducto maximo circulo per e, & h, quæ Horizontem secet in n, fiet angulus positionis acutus qui sub a e n, Horizontis arcum subtendens a n: cui similis fiet in centro Horizontis a b c d, rectilineus quidam angulus qui etiam positionis angulus iure appellabitur, ex cõmuoibus sectionibus plani eiusdem Horizontis cum planis meridiani & maximi circuli e h n, eundem enim Horizontis arcum a n, subtendit: differentia longitudinis erit g K, & viatorius arcus e h, pars quadrantis e n. Idem licebit inspicere in Astrolabio, atque in ipsa Orontij figuratione, in qua punctum g, verticem radicalis loci repræsentat, n verò alterius loci verticem, cuius distantia ab ipso g, est arcus g n: acutum angulum positionis facit ad g, viatorius circulus g n m: latitudinem h n, regula indicat a n h, vice meridiani per a, mundi polum producta vsq; ad circulũ Aequinoctialẽ, quæ item differentiam longitudinis b h, inter duos meridianos ostendit a b, & a h. Sed ponamus angulum positionis rectum inuentũ esse: vertex igitur eius loci qui huiusmodi habet positionẽ, situs erit in viatorio verticaliq; circulo c g e. Si nõ, collocetur igitur in puncto r, paralleli g z r, hoc enim Orontius affirmabit: & veniat per g, & r, circulus viatorios g r p. Ipse igitur viatorius circulus g r p, angulum positionis qui sub duobus maximis circulis continetur g p, & g d, acutũ esse indicabit, partẽ videlicet recti anguli qui sub g c, & g d, & viatoriũ arcũ fore g r, eiusdẽ g p, maximi circuli segmentum, non paralleli g z r, sub quo longius iu meretur interuallum. Dum enim magnitudo anguli positionis inuestigabatur, oculus inspectoris & punctũ r, aut ei subiectus locus, atq; g, vertex loci radicalis, tribus rectis lineis ductis, triangulum constituebant. Omne porrò triangulum in vno est plano, per secundam propositionem vndecimi elementorum Euclidis. Ipsũ igitur planũ per primã primi libri Theodosij sphæram secabit secundum circuli circunferentiam, & idem circulus per 15. eiusdem primi libri, maxim⁹ erit. Nõ est igitur viatori⁹ arc⁹ paralleli segmẽtũ, neq; angulus positionis rect⁹ erit, si vertex obseruati loci ponatur ad r.



Quapropter collocari necesse est in viatorio verticaliq; circulo c g e. Ponatur itaque in t, eius puncto: sicque rectus erit positionis angulus puncti t, vt potè qui sub ipso verticali & meridiano continetur, gradus nonaginta comprehendens: & viatorius arcus erit g t. Latitudinem autem demonstrabit regula à polo a, per t, veniens. minorem esse ea quam repræsentat b g: & proinde aliam esse differentiam longitudinis, quàm sit viatorius arcus, quemadmodum dem nustrandum suscæpimus. Quòd autē in planis orbis descriptionibus quibus nautæ vtuntur, rectæ lineæ meridianos ad rectos angulos secantes, parallelos repræsentent, quodque quandiu inter nauigandum, gubernator clauum tenens, in ortum aut occasum æquinoctialem nauis proram intenderit, defixeritque, sub eodem versemur parallelo, ita vt vel nullus progresus, vel impeiceptibilis fiat in verticali circulo, alia res est, de qua quidem in commentarijs de nauigandi arte Hispanicè cōscriptis, abunde loquuti fuimus.

Orontium errasse circa rationum compositionem, & magnitudinum proportionalium definitiones.

CAP. XVII.

Reprehensio. XIIII.

RAtio ex duabus rationibus aut ex pluribus constare dicitur, (quinta est definitio sexti libri elementorum) quando rationum quantitates multiplicatæ aliquam efficiunt quantitatem. Est enim rationis quantitas ipsius rationis denominatio. Denominatio verò ea appellatur quantitas, quæ in consequentem rationis terminum multiplicata, antecedentem producit. Exempli gratia rationis sesquialteræ quantitas siue denominatio est vnum & dimidium, sed subsesquialteræ quantitas denominatiovè est duæ tertiæ. Nam proposita vna magnitudine, aut vno numero, pro rationis sesquialteræ consequente, vt est 6. si ipse numerus 6. multiplicetur per vnum & dimidium, productus numerus erit nouem, qui habet ad sex rationem sesquialteram. Sed esto iam idē 6. consequens terminus rationis subsesquialteræ, ducaturque in duas tertias, fient igitur 4. antecedens videlicet ipsius rationis subsesquialteræ. Iure igitur rationis denominatio rationis quantitas dicitur, quoniam exprimit habitudinem antecedentis termini ad consequētem, idest quantus sit terminus antecedens cōparatus ad consequentem. Ita Iordanus in Aritmethica, & ante eum Eutocius Ascalonita clarissimus Archimedis interpres, super secūdo libro de sphæra & Cylindro, theoremate quarto. Quo quidem loco euidenter demonstrat, vno termino medio constituto inter duos cuiusuis rationis terminos, siue is sit minor maiore, aut maior minore, siue vtroque minor, aut maior, ipsarum duarum rationum denominatrices quantitates inuicem multiplicatas eius rationis denominationem producere, quæ inter primos terminos extremosque reperitur: & ideo concludit extremorum rationem ex rationibus intermediorum compositam esse, quod Theon inductione tantum probauerat. Eutocij demonstratio per quàm facilis est. Exempla verò sunt, vt incidat inter 12. & 2. medius terminus 4. maior minore & minor maiore: igitur ratio 12. ad 2. composita erit ex ratione 12. ad 4. tripla videlicet, & ex ratione 4. ad 2. quæ dupla existit. Multiplicetur enim 3. denominatio triplæ per 2. denominationem duplæ, fient 6. qui numerus denominatrix quantitas est rationis sextuplæ, quam habent 12 ad 2. Sed ponatur inter 9. & 6. medius terminus 12. maior vtroque eorum: igitur ratio sesquialtera 9. ad 6. componitur ex subsesquitertia, quam habet 9. ad 12. & ex dupla quę est ipsius numeri 12 ad 6. Quantitas enim subsesquitertiæ est tres quartæ, quantitas vero duplæ est 2. multiplicentur igitur 2. in tres quartas, & fiet vnum & dimidium, videlicet quantitas rationis sesquialteræ. Item si inter 9 & 6. medius terminus intelligatur 4. vtrcque corū minor, ratio igitur sesquialtera composita erit ex dupla sesquiquarta, & ex subsesquialtera.

Si enim $2\frac{1}{4}$ quantitas rationis duplæ sesquiquartæ multiplicentur in quantitatem subsesquialteræ quæ est duæ tertiæ. prodibit vnum & dimidium, rationis sesquialteræ quantitas: & similiter in alijs. At verò Orontius cum erraret in rationum quantitate denominatione vè, non potuit non errare in earum compositione, & idcirco definitionem illam quintam sexti libri peruersè intellexit, atque exposuit.

Putat

Putat enim vtranque rationem maioris termini ad minorem, & minoris ad maiorem, eandē sortiri quantitatem: idest subduplæ rationis quantitatem binarium esse, quemadmodum & duplæ: triplæ & subtriplæ quantitatem esse 3. sesquialteræ & subsesquialteræ $1\frac{1}{2}$ Et propterea inter 9. & 6. medio termino posito 12. quoniam videt quantitatem subsesquitertiæ quā putat esse $1\frac{1}{3}$ multiplicatam per 2: producere $2\frac{2}{3}$ duplæ superbi partientis tertias quantitatem, non vnū atque dimidium, cogitur idcirco affirmare, Euclidis definitionem verā esse tantūmodo, vbi rationes sunt vel omnino maioris, vel omnino minoris inæqualitatis. Nam si vna propositarum rationum (inquit) foret maioris, altera verò minoris inæqualitatis, tunc quantitas maioris per quantitatē minoris veniret diuidenda: resultans enim quantitas procreatam inde rationem ostendet. Sed fallitur Orontius. Nam maior ratio maiorem quantitatem habebit. Atqui maior est ratio tripla quàm subtripla, hoc enim patet ex octaua quinti, si 9. & vnum comparentur ad 3: necesse est igitur vt quantitas triplæ maior sit quantitate subtriplæ, & eodem modo statuendum de alijs.

Neque etiam intellexit Orontius definitiones quinti libri. Campanum prorsus sequutus. Quicquid enim in earum expositionibus posuit, ab eo omnino mutuatus est. Quoties autē incidit in definitionē quæ in traditione Cāpani non habetur, tunc sine ductore vehementius errat. Leuior tamen culpa Campani, vtpote qui in errore non perseuerauit: & propterea cum Orontio nostra erit controuersia. In quinta definitione inquit Euclides, rationem habere adinuicem magnitudines dicūtur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere: cuius quidem clarus intellectus hic est. Rationem definierat habitudinem quandā esse duarū magnitudinum eiusdem generis: sed quāuis linea, superficies, atque corpus eiusdem generis sint, ponuntur enim sub continuo, rationem inuicem non habent: neque linea finita ad infinitam, aut rectilineus angulus ad angulum contingentiæ vllam habet rationem. Angulus tamen rectilineus ad curuilineum rationem potest habere æqualitatis, & maioris, & minoris inæqualitatis. Planas vero figuras rectilineas & curuilineas rationem inuicem habere, compertum est: cum Hippocrates Chius lunulam exactè quadrarit, & Archimedes parabolam. Vt igitur apertius intelligeretur, quas appellaret eiusdem generis magnitudines quæ inuicem ratione conferendæ sunt, addit ex multiplicatione hoc cognosci posse. Nam si quæuis earū multiplicata alteram excedat, rationem inuicem habere dicentur eædem magnitudines, alio modo non. Et ob id sæpe numero in eorum theorematum demonstrationibus quæ ipsas sequuntur definitiones, vnam propositarum magnitudinum inter quas est aliqua ratio, toties multiplicare iubet, donec aliam excedat. Idem facit in prima decimi, & in plerisque alijs. Sed Orontius multò aliter exponit, in hunc videlicet modum, quòd si magnitudo a, magnitudini b, compararetur, & ambarum sumantur æquæ multiplicia, c quidem ipsius a, & d, ipsius b, quam rationem habuerit multiplex c, ad multiplex d, eam seruabit & a, magnitudo, ad b, magnitudinem. Non aduertit autem, hoc quod ait, non esse definitionem, sed theorema decimum quintum, in quo Euclides demonstrat, partes eodem modo multipliciū eandem habere rationem sumptas adinuicē: quintam verò definitionē non ita dicere, sed quòd rationem inuicem dicantur habere ex magnitudines, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. Et eodem modo errat circa sextam definitionem quæ ita habet. In eadem ratione magnitudines dicuntur esse prima ad secundā, & tertia ad quartam, quando primæ & tertiæ æque multiplicia, secūdæ & quartæ æque multiplicia, iuxta quamuis multiplicationē, vtraque vtranque vel vnà excedunt, vel vnà sunt æquales, vel vnà deficiunt sumptæ adinuicem. Definierat enim Euclides in prima & secunda partem, & partis multiplicem magnitudinem, in tertia rationem, in quarta verò proportionem, & deinde in quinta duas magnitudines rationem inuicem habentes: in sexta igitur definit quidnam sit quatuor magnitudines in eadem esse ratione, sicut prima ad secundā, sic tertia ad quartam. Hoc autē in vniuersum per euidentiora explicare non potuit, quàm per excessus aut defectus aritmethicos, multipliciumvè differentias primæ & tertiæ à multiplicibus secundæ & quartæ. Cognitum est enim ex secunda definitione quid sit magnitudinem magnitudinis multiplicem esse. Arithmetica porrò proportio simplicior est atque pla-

planior, & multò clarior geometrica proportio ne: utpote quæ numerorum aut magnitudinũ differentias tantum respiciat, non alias tanq; diversas habitudines Geometricæ. Et in ipsa rursum Arithmetica nihil prius, nihil simplicius, aut notius, quam absoluti excessus aut defectus, ubi nulla fit differẽtiarum comparatio. Præcedit enim hæc cognitio eam, qua differẽtiæ invicem conferũtur, ut intelligatur sint ne æquales, an inæquales. Hinc ortum est triplex illud genus rationis videlicet æqualitatis maioris inæqualitatis, & minoris inæqualitatis. Tunc igitur quatuor (inquit) magnitudinum dicetur prima eandem habere rationẽ ad secũdam, & tertia ad quartam, quando iuxta quamuis multiplicationem æque multiplicia sumpta primæ & tertiæ, ad æque multiplicia secũdæ & quartæ iuxta quamuis multiplicationem sumpta, eo modo se habuerint, ut si multiplex primæ excedit multiplex secundæ, multiplex tertiæ etiam excedit multiplex quartæ: & si multiplex primę æquatur multiplici secundæ, multiplex etiã tertię æquatur multiplici quartę: & si denique multiplex primę deficit a multiplici secundæ, multiplex etiã tertiæ deficit à multiplici quartæ. Hoc autẽ sive excessus aut defectus sint æquales, sive inæquales, dũmodo utraq; multiplex magnitudo utramq; multiplicem vel unà excedant, vel unà sint æquales, vel una deficiant: id est dũmodo utraq; multiplex magnitudo ad utrãq; multiplicẽ vel unà rationem æqualitatis habeant, vel unà maioris vel una minoris inæqualitatis. Exempli gratia propositis quatuor magnitudinibus A prima, B secunda, C tertia: & D quarta, sumptisq; primæ & tertiæ æque multiplicibus E & F, secundum multiplicationem numeri 3: sumptis præterea secundæ & quartæ æque multiplicibus G, & K, secundum multiplicationem numeri 2: excedat E ipsum G, & unà excedat F ipsum K: Deinde verò sumantur L & M æque multiplicia primæ & tertiæ iuxta multiplicationem numeri 4. & sumantur N & O æque multiplicia secundæ & quartæ iuxta multiplicationem numeri 7. Deficiat autem L ab N, & deficiat item M ab O. Rursum intelligantur P & Q æque multiplicia primæ & tertiæ secundum multiplicationem numeri 6, & R & T æque multiplicia secundæ & quartæ iuxta multiplicationem numeri 9. Aequetur autem P ipsi R, & Q etiam æquetur ipsi T: in eadem igitur ratione dicentur esse A ad B, & C ad D, si non solum iuxta prædictas multiplicationes sed iuxta quasuis alias, & cõsimili modo, æque multiplicia primæ & tertiæ, æque multiplicia secundæ & quartæ, vel unà excedunt, vel unà sunt æqualia vel unà deficiunt. Et ipsæ igitur magnitudines eandem rationem servantes, proportionales appellabuntur per septimam definitionem.

P.18	Q.36
L.12	M.24
E.9	F.18
A.3	C.6
B.2	D.4
G.4	K.8
N.14	O.28
R.18	T.36

Quando verò æque multiplicium (est octava definitio) multiplex primi excesserit multiplex secundi, multiplex autem tertij non excesserit multiplex quarti, tunc primum ad secundum maiorem rationẽ habere dicetur quã tertium ad quartum. Neq; hoc intelligas ita fieri oportere, iuxta quamuis multiplicationem, quemadmodum dictum est de quatuor magnitudinibus proportionalibus. Accidet enim ut æque multiplicia primi & tertij, secundum aliquas multiplicationes sumpta æque multiplicia secundi & quarti, utraque utrumq; vel unà excedant, vel unà deficiant: sed nihilominus maiorem rationem dicetur habere primum ad secundum, quam tertium ad quartum, propterea quòd secundum aliam quandam multiplicationem æque sumptis multiplicibus, multiplex primi excedat multiplex secundi, multiplex autem tertij nõ excedat multiplex quarti. Ut igitur quatuor magnitudines proportionales dicantur, necesse est ut æque multiplicia iuxta quasuis multiplicationes sumpta, vel unà excedant, vel unà sint æqualia, vel unà deficiant modo supradicto. Sed ut maiorem rationem dicatur habere primum ad secũdum, quã tertium ad quartum, satis est, si secundum aliquam multiplicationem multiplex primi excedit multiplex secundi, multiplex tamen tertij non excedat multiplex quarti, ut in subiecto apparet exemplo.

E.9	F.12	E 9	F.12	K.15	L.20
A.3	C.4	A.3	C.4	A.3	C.4
B 2	D.3	B 2	D.3	B.2	D.3
G.4	H.6	M.8	N.12	O.14	P.21

Sed errat Orõtius, simul cum Campano ita exponens. In eadem ratione quatuor magnitudines sunt, prima ad secundam, & tertia ad quartam, quãdo primæ & tertiæ sumptis æque mul-

multiplicibus, itemq; secundæ & quartæ, iuxta quamuis multiplicationem sumptis æquè multiplicibus, multiplex primæ ad multiplex secundæ eam seruat rationem, quam multiplex tertiæ ad multiplex quartæ, siue ipsa ratio maioris, aut minoris extiterit inæqualitatis, hæc enim de excessu (inquit) vel defectu proportionali veniunt intelligẽda: quòd si multiplex primæ ad multiplex secundæ maiorem rationem habuerit, quàm multiplex tertiæ ad multiplex quartæ, tunc prima magnitudo ad secundam maiorem rationem seruabit, quàm tertia ad quartam. Quæ Orontij interpretatio quum tam apertè idem per idem definiat, adeò est digna risu, vt alia non egeat improbatione. Inspicere autem debuit, quòd iuxta suam expositionem, sextæ definitionis conuersio quartum existit theorema eiusdem quinti libri, quod quidem per ipsam conuersionem definitionis sextæ à Campano & Theone demonstratur. Quorum demonstrationem quum Orontius mutuetur, apertissimè igitur idem conatur ostendere, quod in ipso loco pro definitione sumit, qua nulla maior esse potest insania. Et eodem modo hallucinatur in iis omnibus propositionibus quinti libri, ad quas demonstrandas easdem sumit definitiones.

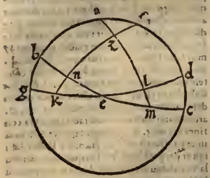
Orontium apertè errasse in Horologij nocturni descriptione.

CAP. XVIII.

Reprehensio. XV.

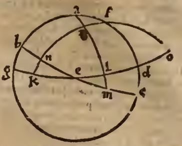
IN primo libro horologiorũ propositione 18. cum describeret Orontius nocturnum horologium in magno fuit errore. Putauit enim eam minoris vrsæ stellam, magnitudinis secundæ, postremique lateris australem, quæ latitudinem borealem habet gra. 72. cum mi. 50. & nostra tempestate in signo Leonis sita est, peruenire ad medium cæli, cum vltimo ferè gradu libræ: idque inuenisse per doctrinam secundi, quarti, & sexti problematum: tabularum directionum Joannis de Regio monte. Nos autem statim ostendemus per eadem ipsa problemata, quibus Orontius vsus est, eandem stellam ad medium cæli peruenire cum fine decimiquinti gradus Scorpij: & propterea quisquis per horologiũ illud ab eo constructum elapsum tempus mensus fuerit, in errorem vnius horæ inductus erit. Enimverò locus ipsius stellæ fuit secundũ Orõtium anno 1530. septimus gradus Leonis cum minutis 27, in quo ait Vernerum secutum fuisse. Intrantes igitur tabulam declinationum generalem cum gra. 7 mi. 27 Leonis, iuxta doctrinam secundi problematis, arcũ offendemus gra. 19. mi. ferè 3. numerum verò multiplicandum 97017. Quoniam verò inuentus arcus & stellæ latitudo eandem habent denominationem, videlicet borealem, vnum alteri iũgemus, & conflabitur arcus graduum 91. mi. 53. circuli latitudinis inter æquatorem & verum locum stellæ contentus: huius arcus sinũ rectũ 59967. multiplicabimus per 97017 numerum multiplicandum superius seruatum, & à producto reiectis quinque figuris, relinquentur 58178, nẽpe sinus rectus gra. 75. mi. 51. qui quidem arcus declinatio est borealis ipsius stellæ ad datum tempus. Et intrantes deinde tabulam cæli mediationum generalem cum gra. 7. mi. 27 Leonis, iuxta doctrinam quarti problematis, radicem ascensionum offendemus gra. 125 mi. 5. numerum verò multiplicandum 14995. Tabulã autem secundam ingrediemur cum gra. 75. mi. 51. declinationis stellæ, & numerũ 396907 ibi repertum per 14995. multiplicabimus, à producto verò quinque figuris reiectis, relinquentur 59516. sinus videlicet rectus duorum arcuum, quorum alter quadrante minor, gradus habet 82. mi. 43. alter verò quadrante maior ex semicirculo relictus gradus continet 97 mi. 17. Sed quoniam arcus circuli latitudinis inter æquatorem & verum locum stellæ contentus, maior quadrante inuentus fuit, & ipsius stellæ locus est in semicirculo eclipticæ descendenti, addemus igitur ipsos gradus 97. mi. 17. arcus maioris, ascensionum radici quæ gra. continet 125 mi. 5. & consurgent gradus 222 cum mi. 22. rectæ ascensionis prædictæ stellæ. Iam igitur per problema sextum quæremus in tabula ascensionum rectarum ab ariete incipientiũ ipsum numerum graduum 222. cum minutis 22. & in latere eiusdem tabulæ offendemus decimum quintum gradum Scorpij, cũ quo proposita stella ad meridianum peruenire necesse est. Quoniam autem non solum videtur Orontius rationes & fundamenta tabularum ignorare, sed earum etiam vsum nescire, quo item pateat nos ritè operatos esse, operæpretium existimaui-

stimauimus, si ipsarum generalium tabularum declinationum, & cæli meditationum, & secū de quoq; compositiones ostenderemus: idq; in hoc exemplo quod modò tractauimus, de inue stigādo gradu eclipticæ cum quo prædicta mi noris vrsæ stella cęlum mediat: in cæteris enim eadē est ratio. Ponamus igitur circulū a b c d, eum esse colurum qui maximas distinguit declinationes: sitq; b e c, semicirculus eclipticæ per libram descendens: b, initium Cancri, & c, Capricorni: semicirculus æquinotialis ex eadem parte sit g e d, & punctum e, initium Libræ, a polus mundi septētrionalis, f verò polus eclipticæ: & concipiatur stella z, in gradu septimo cum minutis 27, leonis: veniantq; per ipsam stellam à polis a, & f, maximi circuli ad æquinotialem & eclipticam, videlicet f z k, eclipticam secans in n, & a z m, æquinoctialem secans in l. Erit idcirco f z k, circulus latitudinis z, stellæ: & arcus n z, eius latitudo f z, latitudinis complementum: arcus verò n k, eiusdem circuli segmentum inter eclipticam & æquinoctialem: arcus autem z l, declinatio erit ipsius z, stellæ: & a z, declinationis complementum. Ponamus igitur arcum n z, cognitum esse, nēpe gra. 72, cum mi. 50, & pporteat per tabulas directionum cognoscere punctum eclipticæ m, cum quo z, stella ad medium cæli peruenit. Inuestigabimus primum per secūdum proble-



ma arcum declinationis z l, in hunc modum. Intrabimus enim tabulam declinationum generalem cum gradu & minuto eclipticæ quę denotat punctum n, & sub titulis arcus & numeri multiplicandi offendemus arcum k n, & numerum multiplicandum qui quidem sinus rectus existit anguli e k n. Sunt autem huius modi numeri hac arte adinuenti, vt in ipsa tabula collocarentur. Quoniam enim sphæricū triangulum e n k, rectum habet angulum ad n, & angulum n e k, maximę declinationis cogni tum, latus etiam e n, cognitum est, quod relinquitur ex semicirculo, sublato arcu longitudinis stellæ ex semicirculo eclipticæ borealis: reliqu' igitur angulus e k n, & reliqua latera k n, & k e, cognita erunt. Enim verò sicut sinus totus ad sinum compiementi arcus e n, sic sinus anguli n e K, ad sinum cōplemēti anguli e k n. Idcirco per regulam numerorum proportionalium & tabulam sinuum rectorū, anguli e k n, sinus rectus innotescet: qui propterea in ipsa tabula declinationum generali pro numero multiplicando collocatur, quòd per ipsius numeri multiplicationem in quendam alium numerum, velut mox subiungemus, sinus rectus arcus z l, inueniri debeat. Eodem prorsus modo inueniuntur numeri multiplicandi ad reliqua puncta quadrantis b e, qui pro reliquis tribus quadrantibus sufficient, ob æqualitatem angulorum quos faciunt cum æquinoctiali latitudinum circuli, per puncta eclipticæ transeuntes, quæ à puncto tropico vtrinq; æqualiter distāt. Deinde verò quoniam sicut sinus totus ad sinum rectum complementi arcus k n, ita sinus rectus anguli e k n, qui modo innotuit, ad sinū rectum complementi anguli n e k: per eandē igitur regulam numerorum proportionalium cognoscetur sinus rectus complementi arcus k n, cuius quidem recti sinus arcus ex quadrāte sublatus, ipsum arcum K n, relinquit, qui in eadem tabula declinationum generali colloca tur. Arcus autem e k, multis modis cognosci poterit, vel quoniam sicut sinus totus ad sinū rectum complementi arcus e n, ita sinus complementi arcus k n, ad sinum complementi arcus e K: vel quia sicut sinus totus ad sinum anguli n e K, ita sinus arcus e k, ad sinū arcus k n, Vtroq; enim modo tribus terminis cognitis reliquus proportionis terminus cognoscetur. Dempto igitur ipso e K, ex semicirculo, is relinquetur arcus, qui in tabula cæli mediationum generali, radix ascensionum inscribitur. Iungimus autem K n, arcui latitudinis n z, iuxta præceptum autoris, vt conficiatur arcus K z, inter æquinoctialem & z, stellæ locum comprehensus. Quoniam verò sphæricum triangulum k z l, rectum habet angulum qui ad l, propter circulum a l, per polos ipsius equinoctialis venientem, erit idcirco sicut sinus totus ad si-

sinū anguli z K l, sic sinus arcus K z, ad sinū arcus z l. Cognitus est autē sinus anguli z k l, numerus videlicet multiplicādus, ptidē seruatus: & sinus arcus K z, ex tabula sinuū rectorū cognoscitur, multiplicabimus igitur numerū sinus recti ipsius anguli l k z, per sinū rectū arc⁹ k z, productūq; diuidemus per sinū totū, quinque figuras reijciēdo, nam sinus rectus arcus z l, innotescet, & arcus ipse z l, declinationis stellæ per tabulā sinuū rectorū cognitus erit. Neminē verò perturbari velim, quòd autor productū numerū diuidat per sinū totū partium æqualium 100000, sinū tamen arc⁹ K z, & arcū z l, eliciat ex tabula eundē sinū totū supponēte partium 60000. Nam cū numerū multiplicandū qui sinus rectus exstit anguli l K z, inuestigaret, tabula sinuū rectorū vsus fuit, semidiametrū supponēte partiū æqualiū 100000: ratio igitur ipsorū 100000, ad numerū multiplicādum, eadē est rationi quā habet sinus arcus k z, ad sinū arcus z l, & quoniā sinus arcus K z, elicitur ex ea tabula quæ semidiametrū supponit partium æqualiū 60000, ex eadē igitur eliciēdus est arcus z l. Addit porrò vnitatē quotiēti, quādo reiectæ figuræ numerū denotāt 50000 maiorē, quoniā si numerus qui relinquitur indiuisus, dimidiū diuisoris excedit, iam absq; sensibili errore addetur vnitas quotiēti. Cognito igitur declinationis arcu z l, poterat autor vnica diuisione negociū absoluere. Etenim in hoc exēplo si sinus rectus differētiæ arcus k z, & quadrātis per sinū totū multiplicetur, quinq; ziphrarū additione, & productū diuidatur per sinum rectū cōplementi declinationis stellæ, prodibit ex partitione sinus rectus differentiæ quadrantis, & eius arcus, qui circulo latitudinis & circulo declinationis intercipitur: ipse igitur interceptus arcus cognitus erit: differētia arcus K z, & quadrantis est gra. 1. mi. 53. cuius sinum rectū multiplicabimus per 100000, productum verò diuidemus per 24446 sinum rectū complemēti declinationis, & venient ex partitiōe 13442 sinus rectus gra. 7. mi. 44. erit igitur arcus K l, gra. 9. mi. 44. Eū itaq; adiūgemus radici ascēsionū & consurget ascensio recta quæ quærebatur gra. 222. mi. 49. aliquātò quidē maior ea quæ per tabulā inuēta fuit, propterea qd numerus elicitus ex tabula fœcūda iuxta proportionē minutorū ad 60, iusto numero sensibiliter minor est. Huius operationis fundamētū euidens est. Nam in triangulo rectangulo k z l, arcus k z, quadrante maior inuentus est, &



z l, quadrante minor: igitur arcus k l, quadrante maior erit. Concurrant autem K z, & k l, in puncto o: erit igitur l o, quadrante minor, & z o, item quadrante minor. Et propterea sicut sinus totus ad sinū arcus a z, ita sinus complemēti arcus l o, ad sinum complemēti arcus z o. Atqui complementa ipsorum arcuum l o, & z o, sunt excessus arcuum K l, & K z, supra quadrātes: igitur sicut sinus totus ad sinum arcus a z, ita sinus differentiæ quadrantis & k l, ad sinum differentiæ quadrantis & K z. Horum autem terminorum proportionalium primus & secundus atq; quartus cogniti sunt, tertius igitur prædicto modo innotescet. Accipiendus est autē sinus rectus arcus z a. ex tabula semidiametrū supponente partium æqualium 100000 & modus vniuersalis est. Quoties enim k z, quadrante minor inuentus fuerit, cum sit arcus declinationis minor quadrante, erit item reliquum latus rectum angulum continēs quod circulo latitudinis & circulo declinationis intercipitur quadrante minus: & propterea sicut sinus totus ad sinum complementi declinationis, sic sinus complemēti intercepti arcus, ad sinum cōplementi distantiæ stellæ ab æquinoctiali in circulo latitudinis. Sed tamen vel autori tabularum hic modus non succurrit, vel vltrò dimisit, & alium elegit difficiliorem. Animaduertit enim à terminis duorum arcuum f g, & l g, duos arcus a l, & f k, reflexos se inuicem secare in puncto z, & propterea proportio sinus recti arcus l K, ad sinum rectum arcus K g, composita erit ex proportione sinus l z ad sinum z a, & proportione sinus f a, ad sinum f g, detracta igitur proportione l z, ad z a, à proportione l k, ad K g, relinquetur proportio f a, ad f g. Ex ductu l K, in z a, fiat r, & ex ductu l z, in K g, fiat t, proportio igitur r, ad t, relinque-

l k	l z
k g	z a
r	
t	
l a l K	a z
f g. k g.	z l

linquetur, dempta proportione l z, ad z a, à proportione l K, ad K g. Idcirco ſicut f a, ad f g, ita r, ad t. Concipiamus autem l K, & z a, duarum proportionum l K, ad K g, & z a, ad l z, antecedentia: quoniam igitur ex l k, in z a, fit r, & ex k g, in l z, fit t, id propterea proportio r, ad t, ex ipſis duabus proportionibus videlicet l k, ad k g, & z a, ad l z, cõpoſita eſt. Patet hæc ex arte ſubtrahendi & addendi proportiones. Proportio igitur f a, ad f g, (de linubus ſemper loquimur) ex ipſis duabus proportionibus componitur, l K ad k g, & a z, ad z l: & idcirco quod fit ex f a, in k g, ad id quod fit ex f g, in l k, eam habebit proportionem quam a z, ad z l. Si igitur vtrunque ipſorum productorum æqualiter diuidatur per f g, eadem nihilominus ſeruabitur ratio inter quotientes, quæ inter a z, & z l, & propterea ſicut id quod fit ex f a, in k g, diuiſum per f g, ad id quod fit ex f g, in l k, diuiſum per f g, ſic a z, ad z l. At verò id quod fit ex f g, in l k, diuiſum per f g, tantum id eſt quod l K, igitur id quod fit ex f a, in k g, diuiſum deinde per f g, eam habet rationem ad l K, quam a z, ad z l. Eſt autem arcus f a, polorum diſtantia, æqualis maximæ declinationi eclipticæ. K g verò arcus eſt æquinoctialis inter colurum ſolſtitiorum & terminum radicis aſcenſionum, qui pridem innotuerat, per verum locum longitudinis ſtellæ cognitum: ſed arcus f g, quadrantem ſimul continet atque arcum maximæ declinationis, ſinumq; rectum habet complementi maximæ declinationis. Sicut igitur ſinus rectus complementi declinationis ſtellæ ad ſinum rectum declinationis eiuſdem, ſic productum ex ſinu recto maximæ declinationis in ſinum rectum arcus æquinoctialis intercepti à circulo latitudinis & coluro ſolſtitiorũ, diuiſũ deinde per ſinũ rectũ cõplemẽti maximæ declinationis, ad ſinũ rectũ arcus æquinoctialis intercepti à circulo latitudinis & circulo declinationis. Quapropter cõpoſiturus tabulã generalẽ ex qua eliceretur terti⁹ terminus horũ 4, terminorũ proportionaliũ, vſus fuit hac demõſtrationis figura hoc modo. Suppoſuit arcũ b u, eſſe primũ gradũ Cancri: igitur arcũ g K, exceſſũ radicis aſcẽſionũ ſupra quadrantẽ inuenit modo ſupradicto minutorũ 55: eius ſinũ rectum 959. acceptũ ex tabula ſupponẽte ſemidiametrũ partiũ æqualiũ 60000, multiplicauit p 23924. ſinũ rectũ maximæ declinationis eclipticæ, productũ numerum 22943116, diuiſit per 55023 ſinũ rectũ cõplemẽti maximæ declinationis: & prouenit ex partitiõe numerus 417, quẽ tertiũ terminũ memoratæ proportiõis cõſtituit, eũq; collocauit in tabula generali cæli mediationũ, è regione primi grad⁹ Cãcri: et numerũ multiplicandũ, eundẽ propterea appellauit, quod deinde fit multiplicãdus per ſecundũ terminũ, ſinũ videlicet rectũ declinationis ſtellæ iuxta doctrinã quarti problematis & præſentis demõſtrationis. Et quoniã circulus latitudinis veniẽs per ſinẽ 29. gradus geminorũ, ſimul cum ipſo coluro, arcũ abſcindit ex æquinoctiali, æqualẽ ipſi K g, eademq; ſeruatur diſpoſitio, numeri etiam per quos fit multiplicatio ac diuiſio iidem permanent, ipſum propterea numerum 417 collocauit rurſum in eadẽ tabula cæli mediationum generali, è regione 29 gradus geminorum: & propter eandem cauſam eundem itẽ poſuit è regione 29 gradus ſagittarij, & primi Capricorni. Eadẽ prorſus arte cũ arcũ b n, ſuppoſuiſſet decem graduum, eiuſq; radicem aſcenſionũ inueniſſet gra. 99. mi. 11. multiplicauit 9575, ſinũ rectũ graduũ 9, mi. 11. per 23924, productum numerum 229072300, diuiſit per 55023. & numerum multiplicãdũ inuenit 4163 qui etiã reſpondet 20 gradui geminorum, & ſagittarij, & decimo Capricorni: & ita deinceps operãdo, tabulã abſoluit pro toto circulo. Quoniã verò ſinus rectus maximæ declinationis ſemper eſt multiplicator, & ſinus rectus cõplementi ſemper eſt diuiſor, ponem⁹ idcirco ipſũ diuiſorem eſſe 100000, & fiet propterea ſinus rectus maximæ declinationis earundem partiũ 43480. & labore dimidiato operabimur deinde multiplicando per 43480, & à producto quinque figuras reijciendo. Quũ igitur propoſita ſtella cognitũ locum, & declinationẽ cognitã habuerit, quatuor idcirco proportionaliũ terminorũ ſupradictorũ, primus qui ſinus rectus exiſtit cõplementi declinationis, ſecundus qui eiuſdẽ declinationis rectus eſt ſinus, & tertius ipſe numerus multiplicandus, quem modo patefecimus, cogniti erunt. Et propterea ſi idẽ numerus multiplicãdus per ſinũ declinationis multiplicetur, productũ verò per ſinũ complemẽti diuidatur, prodibit ex partitione ſin⁹ rectus arcus æquatoris à circulo latitudinis & circulo declinationis intercepti. Is autem in aſſumpto exẽplo quadrantẽ maior exiſtit, ob rationẽ ſuperius dictã, adiungendusq; eſt radici aſcenſionum, vt aſcenſio recta ſtellæ z, nota prodeat. Sed inſpexit autor diuidẽdi opus laborioſum eſſe, & propterea tabulam quandam compo-

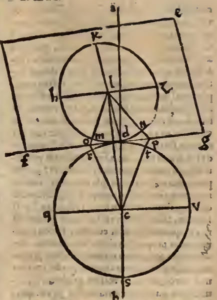
composuit, quam fœcundam appellauit, tali artificio, vt si primus quatuor prædictorum terminorum proportionalium, qui sinus rectus est complementi declinationis stellæ, partium æqualium supponatur 100000, eliciatur ex ipsa tabula numerus, ad quem eam habeant rationem ipsi 100000, quam sinus rectus complementi declinationis ipsius stellæ ad sinum rectũ declinationis eiusdẽ. Accepit enim ex tabula sinuũ rectorũ, vnius gradus sinum rectũ, videlicet 1047, hũc numerũ multiplicauit per 100000, sola quinq; ziphrarum adiectione, productũ diuisit per 59990, sinum rectum graduum 89: & inuenit quotientẽ numerũ 1745, quẽ propterea collocauit in ipsa fœcunda tabula è regione vnius gradus: nempe ad significandũ, quòd qualium partium sinus rectus gra. 89 est 100000, talium sinus rectus vnius gradus est 1745: quemadmodum euidenti ratione numerorum proportionalium concluditur. Eadem arte 2093, sinum rectum duorum graduum, multiplicauit per 100000, productum diuisit per 59963 sinum rectum graduum 88, inuenitque quotientem numerum 3490: qualium igitur partium arcus gra. 88, est 100000, talium est arcus duorum graduũ 3490. Posuit igitur è regione graduum duorum ipsum numerum 3490: & in reliquis eundem seruauit modũ. Quoniã igitur sicut sinus rectus cõplemẽti declinationis stellæ ad sinũ rectũ declinationis eiusdẽ, sic numerus multiplicandus ad sinum rectum arcus æquinoctialis à circulo latitudinis & circulo declinatiõis intercepti, Intrabimus idcirco tabulã fœcundam cum arcu declinationis stellæ, & numerũ multiplicãdum per repertum in ea numerũ iam multiplicabimus, à producto verò quinque figuras abijciemus, relictus enim numerus sinus rect⁹ erit intercepti arcus à circulo latitudinis, & circulo declinationis, & propterea per tabulã sinuũ semidiametrũ subijciẽtẽ partiũ æqualiũ 60000, ipse arcus cognitus erit. Per hæc autẽ reliqua quæ in secũdo & quarto problemate continentur, videlicet quando arcus arcui iungẽdus est, aut alter ab altero minuẽdus, facile innotescẽt. Hæc (vt conijcimus) fuit autoris inuentio in his problematis, artificiosa quidem, sed plena laboris, tam in constructione tabularum, quàm in vsu: & quæ in captandis partibus proportionalibus ex tabula fœcunda, cum minuta gradibus adhærent, operantem fallere potest. Hoc autem intueri licet in assumpto exemplo. Declinatio enim stellæ, inuẽta fuit gra. 75, mi. 51: igitur sin⁹ rectus partes habet 58179, cui si addantur quinq; ziphræ, fiẽt 5817900000: hunc numerum diuidemus per 14667, sinum rectũ gra. 14. mi. 9. complementi declinationis, & prouenient ex partione 396666, pro vero numero qui in tabula fœcunda responderet arcui gra. 75. mi. 51, si ipsa tabula non solum per gradus integros, sed per minuta extensa esset. Sed cum partes proportionales sequeremur iuxta præceptum autoris, numerum elicuimus ex eadem tabula fœcunda 396907, quorum numerorũ differentia sensibilem parit errorem. Nã si 396666 multiplicemus per 14995, fient 5948006670, ab hoc autem numero reiectis quinque figuris relinquẽtur 59480, sinus videlicet rectus gra. 82. mi. 27. Auferantur hi à 180, & relinquẽtur gradus 97, cum minutis 33, pro magnitudine arcus æquinoctialis à circulo latitudinis & circulo declinationis stellæ intercepti. Sic igitur ascẽsio recta graduum erit 222 cum minutis 38, cum antea inuenta fuisset graduum 222 cum minutis 22: excrescent igitur minuta 16, quæ in rectæ ascensionis inuestigatione negligẽda nõ sunt. Et propterea exactius hoc putamus inueniri per doctrinã sextæ propositionis nostri libri Crespusculorum in hũc modũ. Numerus 39874, qui sinus rectus existit gra. 23, mi. 30 maximæ declinationis multiplicetur per 29515, sinum rectum complemẽti latitudinis stellæ, & fient 1176881110: hunc deinde numerũ multiplicabimus per 20612, sinũ versum graduum 37. mi. 27, quibus ipsa proposita stella secũdũ longitudinẽ zodiaci à principio Cãcri distat, & à producto reijciemus decem figuras: relinquetur q; numerus 2456, quẽ auferemus à 99389 sinu recto gra. 83, cũ mi. 40, quos continet complementum differentiæ, quæ inuenitur inter maximã declinationem & complementum latitudinis stellæ, relinquẽtur igitur 96933, sinus rectus graduũ 75 mi. 46 tanta est ideirco declinatio propositæ stellæ. Deinde verò vt rectam ascensionẽ inueniam⁹ iuxta documẽtũ eiusdẽ sextæ propositionis, auferemus ab arcu maximæ declinationis eclipticæ gra. 14. mi. 14. cõplementi declinationis stellæ, & erit ipsorum arcuum differentia gra. 9. minuta 16: cõplementum igitur gradus continet 80, mi. 44: ab hui⁹ arc⁹ sinu recto 98694, auferemus 95545, sinũ rectũ latitudinis stellæ, & relinquetur numerus 3149, quartus proportionis terminus, quẽ multiplicabim⁹ per qua-

datum sinus totius primum terminum, decem ziphrarum adiectione. productum diuidemus per 980382038. qui fiunt ex ductu sinus recti maximæ declinationis in sinum rectum declinationis stellæ, & venient ex partitione 32120, sinus versus gra. 47. mi. 15. Tanta est igitur ascēsio recta illi⁹ arcus eclipticæ, qui inter duos terminos cōprehēditur, quorū alter est ipsi⁹ eclipticæ pūctū, cū quo prædicta stella cælū mediat, alter vero Sagittarij finis: facta igitur supputatione ab initio arietis, erit eiusdē stellæ ascēsio recta id quod relinquitur ex tribus quadrantibus, videlicet gra. 222. mi. 45. vtcunque igitur supputemus errauit Orontius.

Orontium Finæum falsas tradidisse horizontalium & verticalium Horologiorum descriptiones.

CAP. XIX. Reprehensio. XVI.

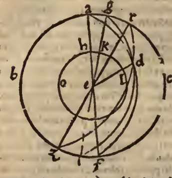
Descriptiones etiam horologiorum tum horizontalium tum verticaliū quas Orontius in eodem libro tradidit falsas inuenimus. Hoc autem liquidò constabit, vbi ratio construendorum horologiorū cognita fuerit. Esto igitur in plano dati Horizōtis cuius cētrū c, meridiana linea siue cōmunis sectio eiusdem horizontis & meridiani recta a b: respiciat autē a, partes poli manifesti, sed b, occulti: semidiameter verò futuri horologij horizontalis sit c d. Et cōcipiamus animo planum vnum æquinoctiali parallelum vt est e f. horizontis planum secare super recta linea f d g: communis autem sectio meridiani & huiusmodi plani e f, esto recta d K. Quoniā igitur ipse meridianus per polos horizontis venit, rectus insidebit eidem per 19. primi libri Theodosij: præterea quoniam plani e f. & sphæræ cōmunis sectio circunferentia circuli est, per primam propositionem eiusdē primi libri, æquinoctialis igitur & circulus ipse cuius planum existit e f, eosdem polos habebunt, per primam secundi: & idcirco rectus etiam erit meridianus ad planum e f, per eandem 19. primi: recta igitur f g, communis sectio Horizontis & plani e f, ad eundem meridianum recta erit per 19. vndecimi libri elementorum Euclidis: & idcirco anguli f d K, & f d b,



recti erunt per secundam definitionem eiusdē vndecimi: & proindè angulus b d K, inclinatio erit plani e f, ad horizontis planum. Eodem modo demonstrabis inclinationē plani æquinoctialis ad horizōtis planū eum rectilineū angulū esse qui fit ad c, punctū ex concursu b c, cū cōmuni sectione planorū æquinoctialis & meridiani: qui quidē angulus arcum altitudinis æquatoris supra horizontem subtendit in ipso centro. Ipsos autem angulos inclinationum planorum e f, & æquinoctialis ad horizōtis planū æquales esse concludes, per decimam sextam proposionem vndecimi, & vigesimam nonam primi. Et propterea rectilineus angulus c d b, angulo altitudinis æquatoris æqualis erit. Fiat autem per vigesimam tertiā propositionem primi ad datam rectam lineam c d, ad datumq; in ea punctum c, in plano meridiani rectilineus angulus d c l, æqualis angulo cōplementi altitudinis æquinoctialis in dato horizōte: concurrere igitur necesse est d l, & c l, rectas lineas, quia duo anguli ad c, & ad d, coniuncti, vni tantùm recto sunt æquales. Quoniam verò ostensum est angulos f d l, & f d c, rectos esse, descriptis igitur circulis d h K z, & d q s v, super cētris l, & c, interuallis d l, & d c, vtrunque eorum continget linea f g, in ipso d, per corollariū 15 tertij. Cum igitur pūctū z, meridia-

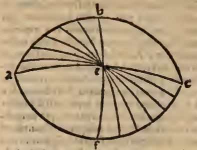
meridianæ lineæ partes manifesti poli respiciat,& angulus d c l,in plano meridiani constitutus,sit æqualis angulo complemeori altitudinis æqnatoris.idest angulo altitudinis poli, rectã propterea c l vtrinq; prodoctã per æquinoctialis polos transire necesse est. Et idcireo perpēdicularis erit c l, in planũ e f, & punctum l, centrum erit illius paralleli circuli cuius planum est ipsum e f,per duodecimã propositionẽ primi libri Theodosij. Angulus igitur d l c,rectus erit,vel per secundam definitiouem vndecimi,vel per trigesimã secundam propositionẽ primi & cõmunem sententiam: ipsa verò recta linea c l,pars axis erit æquinoctialis circuli inter centrum mundi & ceutrũ concepti paralleli cõprehensa. Iotelligamus præterea duos circulos maximos per ipsos æquinoctialis polos veniẽtes,horæ primæ ante meridianæ & pomeridianæ ostẽsores:manifestũ est huiusmodi circulos simul cum meridiano arcus æquales resecare ex circunferentia æquinoctialis, graduum videlicet 15.iuxta cõsuetã diuisionẽ diei in horas æquales 24. eosque veoire necesse est per c, & l,centra,quod 19.primi Theodosij demõstrat. Sint igitur eoruodẽ atq; plani e f, sectiones cõmunes rectę lineę l o,& l p,circũferẽtiã circuli d h K z,secãtes in m,& n:cõnectãtur autẽ rectæ c o,& c p,circũferẽtiã circuli d q s u, secantes in r,& t,ipsæ igitur c o, & c p, cõmones erunt sectiones plani horizontis & eorundem maximorum circulorum qni horaria interualla distinguunt. Vnusquisque vero duorum arcuum d m,& d n,quindecim gradus cõprehendet circunferentiæ circuli d h K z, per 14 propositiooem secundi libri Theodosij,ipsiq; arcus d r,& d t,proportionales erũt eis, qui ex circũferentia horizõris ad partes poli manifesti prædicti circuli maximi horarũ distinctores,abscindũt. Ponam⁹ itaq; arcũ d r, esse primæ horæ antemeridianæ,& d t,primæ pomeridianæ: & fingamus axẽ æquinoctialis circuli, vmbram reddere posse. Necesse est igitur centrũ solaris corporis,& ipsum ęquinoctialis axẽ simulatque vmbram in cootrariam partem proiectam,in plano vnius circuli maximi semper esse,quanquam oporteat vt ipsa vmbra ab obiecto aliquo corpore excipiatur. Et propterea quoties sol motu diurno agitatus,ad circũferẽtiã circuli primæ horæ ante meridianæ peruenerit,axis c l,vmbra ipsi rectę lineæ c o,in horizoutis plano examussim inhærebit:in meridiano autem constitutus vmbram proijciet in d s,sed in circulo primæ pomeridianæ vmbrã ipsius axis proijciet in c p. Quoniam verò centrorum c,& l,distantia ad immensam illam longitudinẽ qua sol à mundi centro distat comparata,insensibilis reputatur,planũ igitur e f, pro æquinoctialis plano non incõmode vsurpabitur. Quapropter toto tẽpore quo sol australia signa peragrauerit,ipsa pars axis c l,interdiu in circũferẽtia circuli d h K z, horas similiter indicabit,vt sit l o,linea primæ horę antemeridianæ,& l p,primæ pomeridianæ in æquinoctiali circulo,quẽadmodũ in horizontis plano c r,& c t. Sed cum signa borealia lustrauerit, reliqua pars axis vltra l,in opposita planitie horas etiã demõstrabit:subijcim⁹ enim in præsẽti, gratia facilioris intelligẽtiæ, Aequinoctialis planum crassiusculũ esse,vtrãq; autẽ planitiẽ idẽ æquinoctialis plaoum referre. Et similis est ratio de alijs horarum spatijs ante meridiẽ, & post, vsque ad quintam. Linea vero sextæ horæ tam in æquinoctialis plano,aut cuiusvis paralleli, quã in horizoore,meridianam lineam ad rectos angulos secat,quia circulus horæ sextæ simul cũ meridiano,vtrosq; circulos in quadrantes dirimit. Et propterea recta linea q v,circulum horizontis in quadrantes diuidens, sextam horam indicabit ante meridiem,& post: recta videlicet q c,sextam ante meridianã,& c v, sextam pomeridianam. Similiter in horario æquatore d h K z,recta linea h z,quæ ipsum circulũ d h K z,in quadrãtes diuidit,sextã demonstrabit horã. Ipsa verò spatia d r,& d t, æqualiũ tẽporũ,& à pũcto meridiei æqualiter distãtium, inuicem sunt æqualia. Sũt enim in duobus triangulis l d o,& l d p,duo ãgoli qui ad d,ęquales recti videlicet: præterea duo anguli qui ad l, innicem æquales , ob æqualitatem arcuum d m, & d n. Latus autem d l, commune esse duo igitur latera d o, & d p, æqualia erunt per 26. primi Euclidis. Et idcirco in duobus triangulis etiam rectangulis d c o, & d c p. duo anguli qui ad c, æquales erunt per 4 eiusdem primi,& arcus propterea d r,& d t, ęquales per 26 tertij. Et eodem modo,cõmuni coadiuuante sententia,æquales esse demonstrabuntur,arcus horæ secũdæ pomeridianæ & ante meridianæ,& quicũq; paribus tẽporum interuallis,& à meridiano æqualiter distantibus, respondent. Aduertendũ est autẽ, quod semicirculo q d v, in duodecim horarũ spatia diuiso, si deinde à punctis diuisionũ rectę lineæ per centrũ trahãtur,ipsæ rectæ lineæ reliquas duodecim horas,

in reliquo ſemicirculo demonſtrabunt. Eſto enim horizon circulus a b c, circa centrum e, deſcriptus, meridianus vero a d f, huius & hori

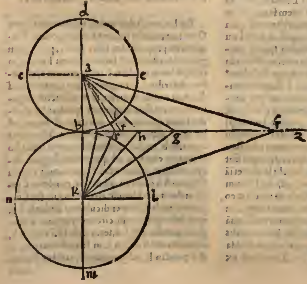


zontis ſectio cõmunis ſit a e f, ſemicirculus qui primã horã pomeridianã oſtẽdit g d i, cuius & horizõtis cõmunis ſectio g e i: polus manifeſt' d, eleuatio poli ſuper horizõtẽ arcus a d, ſemiaxis recta linea d e, punctũ a, angulus mediæ noctis. Circulus autẽ horologij horizonti cõcẽtricus ſit h l o, in quo arcus l i K, proportionalis eſt arcui a g. Quoniã igitur ſol in oppoſitas partes vmbrã proijcit, quoties fuerit in arcu d f, vmbrã ſemiaxis d e, proijciet in e a, & p. opterea quãuis ipſa recta linea in angulum mediæ noctis vergat, meridianum tempus indicabit. Sed cum attigerit arcum d i, hora videlicet prima pomeridiana, vmbram ſemiaxis proijciet in lõgitudinem rectæ e g: quanquã igitur ipſa e g, ad partes propinquas angulo mediæ noctis ſit inclinata, nihilominus ob prædictam cauſam finem primæ horæ pomeridianæ nobis oſtẽdet. Rurſus in ea polari eleuatione, in qua per aliquod anni tẽpus, fuerit ſol interdiu in arcu d g, vmbram ſemiaxis in rectam lineã e l, proijciet. Quoniam verò arcus ipſe d g, à puncto mediæ noctis interuallo vnius horæ diſtat, recta igitur e i, finem primæ horæ poſt mediam noctẽ, initiumvè vndecimæ antemeridianæ indicabit, tametſi ipſa recta linea ad partes meridiei expoſita ſit. Cæterũ in ea poli eleuatione in qua Horizõ circulũ Cancri contingit, in ipſa ſolſtitij die ſol veluti exoriẽs atq; occidens a d a, vmbram proijciet in e f, infinitam: tunc igitur ipſa recta linea e f, nec meridiem nec mediã noctẽ repreſentabit. Sed in alijs regionibus in quibus naturalis dies in lucẽ ac noctẽ diſſecatur, mediæ noctis linea nũcupabitur. Arcus itaq; i f, primã horã poſt mediã noctẽ repreſentabit qui quoniã angulũ f e i, in cẽtro ſubtẽdit æqualẽ angulo a e g, cõtrapoſito, æqualis erit idcirco arcui a g, primæ horæ pomeridianæ. Et eodem modo demõſtrabis reliquos arcus poſt mediam noctem reliquis poſt meridiem eiuſdem denominationis æquales eſſe, itemq; arcus ante mediam noctem reliquis ante meridiem æquales etiam. Arcus autem ſecundæ horæ maior eſt arcu primæ horæ, & arcus tertiæ maior arcu ſecundæ, & ita deinceps vſq; ad finem ſextæ, tẽpori à meridie diſtantiori maior arcus in horizonte reſpondet, & ſimiliter in horizontali horologio. Eſto enim g r, arcus ſecundæ horæ in horizontis circunferentia, quem horarius circulus z d r, diſtinguat: igitur ipſi tres circuli z d r, i d g, & f d a, æquales arcus ab æquinoctialis circunferentia abſcindunt. At verò ſi arcus g r, æqualis concederetur ipſi a g, aut eo minor, ſequeretur per 4. tertij Theodoſij arcum æquinoctialis primæ horæ maiorem eſſe arcu æquinoctialis ſecundæ, quod eſt abſurdum & contra hypotheſin: maior eſt igitur g r, ipſo g a, & eodem modo de reliquis vſque ad ſextam demonſtrabitur. In horologijs autem vertitalibus quorum plana ad meridiem expoſita ſunt, duodecim tantum horæ deſignantur: quoniam ipſa horologij ſuperfities cum in plano verticalis circuli poſita ſit, per æſtatem poſt ſextam horam matutinã illuſtratur a ſole: in æquinoctio autem ab exortu vſq; ad occaſum illuminatur, non igitur ante ſextam in reliquo tempore cõſtat ſolem poſt ſextam horã matutinã oriri, & ante ſextam veſpertinã occidere. Horologij centrum quemadmodum in horizontali, horizontis centrũ ſupponitur. Axis inclinatio ſupra planum ipſius verticalis horologij, angulum continet complementi altitudinis poli, in dato Horizonte. Horarum ſpatia diſtinguntur per eoſdem horarios circulos per mundi polos vadentes, vniuerſamque æquinoctialis circunferentiam in partes æquales quatuor & viginti diſterminantes. Permutantur autem horologia verticalia & horizontalia ea lege, vt ſi duorum locorum latitudines iunctim quadrantem conficiunt, horizontale vnius reddatur alterius loci horologium verticale, & viciſſim verticale horizontale. Eſto enim a b c, horizontis ſemicircunferentia ſeptentrionalis, ſitque a f c, ſemicircunferentia verticalis circuli, qui per ſectiones horizõtis & æquinoctialis incedit: meridiani quadrãs ſit b e f, pũctũ

vertica-

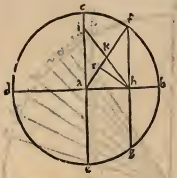


verticale f: polus manifestus septentrionalisq; esto e, cuius altitudo supra horizontem est b e, semicirculus a e c, sextam horam ante meridianam & postmeridianam demonstrabit. Ducantur reliqui quinq; circuli horarum distinctores: per eos igitur diuidetur quadrans a b, in arcus proportionales arcubus circuli horologij horizontalis circa idem centrum descripti. Et per eosdem quoq; circulos diuidetur quadrans f c, in arcus proportionales arcubus circuli horologij verticalis circa idem centrum descripti. Nam ipsorum circulorum plana per horizontis centrum venientia, horizontalium horologiorum & verticalium circunferẽtias perinde secant, atque quadrantes a b, & f c. Rursus intelligamus alium locum orbis sub eodem meridiano, cuius vertex sit ad b, septẽtrionalis horizontis semicirculus sit a f c, verticalis autem a b c. Erit igitur altitudo poli arc⁹ e f, qui antea erat altitudinis complementum: & eisdem spatijs modò diuisus erit quadrans f c, pro horologio horizontali, quibus antea distributus erat ꝓ verticali. Similis enim seruatur circulorum situs: sed altitudo poli permutatur in altitudinis complementũ, ipsæq; latitudines compositæ 90, gradus efficiunt. Horologium igitur horizontale eius loci qui altitudinem poli habet b e, redditur verticale ad eum locum cuius altitudo est e f, & vicissim huius loci horizontale, fit illius verticale, quod demonstrandum erat. Hactenus de ratione horizontalium & verticalium horologiorum: quorum descriptiones in vno plano faciles erunt, si triangulũ rectangulum prius in eo constituatur, cuius alter acutorum angulorum tot gradus circunferentiæ circuli subtendat, quot altitudo poli in dato horizõte habet. Sic enim latus oppositum semidiameter erit æquinoctialis horologij, ex quo horarum distributiones in horizõtali horologio deducuntur: latus verò rectum angulum subtẽdens ipsius horizontalis horologij semidiameter: & quod reliquum angulũ altitudinis æquatoris subtendit, pars axis erit inter centrum horizontis & centrum æquinoctialis horologij. At quoniam quod ad horologij horizontalis descriptionem attinet, nihil prorsus refert, siue planum æquinoctialis horologij planum horizontis interfecet, inclinationem cum eo efficiens altitudinis æquatoris quemadmodum mente cõcepim⁹ finximusq;, siue in vno eodemq; plano vterq; circulus describatur, quòd linearum intersectiones à centro æquinoctialis horologij venientium cum contingẽte linea in eisdem pũctis fiant: & proinde eadem horariorum interuallorum discrimina in horologij circunferentia. Quoties igitur horologiũ horizontale construere in animo fuerit, in plana aliqua superficie quouis interuallo, vt a b, circa centrum a, circulus describatur b c d e, qui æquinoctialis horologij officio fungetur: eum itaq; diuidem⁹ in quadrantes, ductis dia-



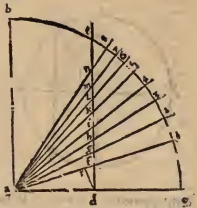
metris c e,& b d, se se ad rectos ãgulos super cẽtro a, secantibus & à puncto b, super a b, per pẽdicularem ducemus b z. Quadrautem verò b e in sex æquales partes diuidemus, quarum quælibet quindecim gradus complectetur, & per singulas diuisionum notas, rectas lineas à centro trahemus, rectam lineam b z, secantes in punctis f g, h, r, o. Supputabimus deinde in ipso b e, quadrante ab e, versus b, numerum graduum altitudinis poli in dato horizonte, & per eorum finem i, rectam lineam trahemus à centro, ipsam b z, secantem in r puncto, constructum itaq; erit rectangulum triangulum a b t, in quo quidem angulus a t b, æqualis coalternusq; angulo e a r, altitudinis poli rectam a b, respicit æquinoctialis horologi, semidiametrum:& propterea recta linea a t, rectum subtendens angulum qui ad b, semidiameter erit horizontalis horologij in data latitudine regionis. Producatur igitur recta linea d b, & super centro K, interuallo autem b K, ipsi rectæ lineæ a r, æquali, circulus horizontalis horologij describatur b l m n, qui duabus diametris b m, & l n, se se inuicem super ipso centro ad rectos angulos secantibus, in quadrantes diuidatur. Mox à centro k, rectæ trahantur lineæ, ad ipsa per pendicularis contingentis vt lineæ pũcta f, g, h, r, o: hæ enim simul cum semidiametris b k, & k l, quadrantem b l, in sex inæquales arcus dissecabunt, totidem æqualibus horis respondentes. Linea enim b k, meridiem representabit: k l finem sextæ horæ promeridianę: reliquæ autem reliquarũ quinq; horarum fines, suo ordine: quibus debiti numeri inscribantur. Ipsis demum spatijs quadrantis b l, æqualia ponantur circini officio in quadrante b n, & reliquas sex horas habebim⁹ ante meridianas: deinde verò à singulis punctis diuisionis rectæ lineæ ducantur per centrum K, ad opposita circunferentiæ pun&a: & diuisus tandem habebitur circulus horologij in spatia horarum 24. Sed ea solum exprimantur in ipso horologio, quæ numerum horarum longissimi in data regione diei, indicatura sint reliqua enim superuacanea sunt. Et licebit etiã circulum horizontalis horologij ad libitum mensuram prius describere: deinde verò ex eo deducere æquinoctialis semidiametrum, in hunc videlicet modum. Circa centrum k, quãtolibet interuallo vt k b, circulus horizontalis horologij describatur, & in quadrantes diuidatur, ductis diametris b m, & l n. Tunc verò ex altera diametrorum sinus rectus excipiatur arcus altitudinis poli, in dato horizonte: ipse enim rectus sinus semidiameter erit æquinoctialis horologij, ex quo horaria spatia deducenda sunt. Rectam igitur b m, producemus in d, ex qua rectam b a, æqualem sumemus eidem sinui altitudinis poli: & super a, centro, interuallo autem a b, circulum describemus b c d e, qui officio fungetur æquinoctialis horologij, ex quo horarum discrimina pro horizõtali elicienda sunt: & reliqua absoluantur vt anteà. Postremò stilus ferreus infigatur in centro k, qui tantum eleuetur super lineam k b, vt efficiat cum ea in ipso k, puncto, angulum æqualem angulo a t b, aut e a t, altitudinis poli, & eius fastigium æqualiter distet à punctis l, & n. Sic enim in plano meridiani permanebit, mundiq; axem representabit. Vel si libet, triangulum construatur ex quauis dura ac tenui materia, latera habens æqualia lateribus trianguli a b t, erigaturq; ad perpendiculum super plana superficie horologij, eo modo, vt linea a t, rectè iaceat super b k, conueniatq; a, cum b, & t cum K. Tunc verò horologio collocato ad horizontis æquidistantiam, & linea b m, posita in meridiana, punctoq; b, mediæ noctis angulum aspiciente, stili vmbra horam diei commostrabit. Verticale horologium dati loci similiter fabricetur, quemadmodum horizontale eius qui altitudinem poli æqualem habet altitudini æquatoris ipsius dati loci.

Ex his constabit quàm vehementer erret Orontius in descriptione horologiorum. Prima enim propositione libri primi, protypum generalem describit fabricãdorum horologiorum, in hunc modum. Circa centrum a, circulum describit b c d e, quem binis diametris b d & c e, in eodem centro a, se se ad rectos angulos dirimentibus in quatuor quadrantes diuidit. Horũ quadrantum dextrum & superiorẽ b c, in 90, æquales partes distribuit: & supputat à puncto b, versus c, altitudinem poli supra horizontem eius loci ad quem horologium fabricare libet, finem verò suputationis notula f signat: & à centro a, ad datum punctum f, rectam ducit à f. Deinde ab eodem puncto f, super rectam b d, perpendicularem deducit f g, quæ descripti circuli circunferentiam attingit in puncto g, & b d, secat in h. Ipsi autẽ f h, æqualem constituit a i, in semidiametro a c, & a puncto h, ad punctum i, rectam lineam ducit



ducit h i, quæ rectam a f, secat in pũcto K. Erit igitur f h, sinus rectus altitudinis poli, ipsa verò a h sinus rectus complementi eiusdem eleuationis polaris. Huiusmodi autem descriptionẽ generalem protypum appellat, pro horizontalibus & verticalibus horologijs construendis. Postea verò in secunda propositione horologium horizontale fabricaturus, ad latitudinem arcus b f, lineã æqualẽ rectæ a h, huius sui generalis protypi, semidiametrum constituit horologij: rectam autem lineam æqualem ipsi a K, aut f K, semidiametrũ ponit æquatoris horarij. Rursus in tertia propositione lineam constituit rectæ f h æqualẽ pro semidiametro verticalis horologij eiusdẽ latitudinis b f: pro semidiametro verò æquatoris horarij, lineam ponit ipsi a k, aut K f, æqualem: in quibus euidenter errat. Sunt enim per quartam primi duæ rectæ lineæ a f, & h i, inuicem æquales: & duo anguli h a f, a h i æquales: item duo anguli qui ad f, & i, æquales: quapropter duo anguli K f h, K h f, æquales erunt per 29 ipsius primi libri & cõmunẽ sententiã: æqualis est igitur a k, ipsi h K, & f k, eidẽ h k, æqualis etiã per sextã eiusdẽ primi: dimidium est igitur a K, ipsius a f, & h k, ipsius h i. Et propterea quoties loci latitudo arcus videlicet b f, dimidio quadrãtis maior fuerit, veluti in Parisiensi latitudine, & pletisque alijs, erit vterque æqualiũ angulorũ k a h, & k h a, dimidio recti anguli maior: reliquus igitur a k h, recto minor erit per 32 propositionem primi & communem sententiam. Quapropter si rectam a h, semidiametrum constituamus horizontalis horologij ad latitudinem b f, non erit a K, aut æqualis k h, semidiameter æquatoris horarij, ex quo spatiorum horariorum discrimina eliciuntur. Sed deducemus à puncto h in rectam a f, perpendicularem h r, quæ propterea quòd angulus a k h, est acutus, cadet inter a, & k: erit itaque ipsa h r, semidiameter æquatoris horarij, & a r, pars axis. Liquet autem eandẽ h r, sub minori angulo subtensam, minorem esse recta h K, aut a K, & angulum a h r, qui relinquitur ex recto altitudinem æquatoris siue latitudinis complementum repræsentare, non h a K, aut a h K, vt ex dictis Orontij infertur. Quòd si latitudo b f, dimidio quadrantis minor supponatur, erit angulus a K h, recto maior: cadetque propterea perpendicularis ex h deducta inter K, & f. Et erit ipsa perpendicularis æquatoris horarij semidiameter, minor etiam eadem K h, aut a k. Tantum enim vbi loci latitudo dimidio quadrantis æqualis fuerit, cadet perpendicularis in K: & vterque angulorum K a h, a h K, dimidiũ recti erit: rectaque linea a h, semidiameter erit horologij horizontalis, a K verò æquatoris horarij semidiameter. Ex his manifestum est etiã erasse in descriptione verticalis horologij. Enimverò si latitudo loci est b f, erit a f h, angulus complementi latitudinis eiusdem loci: quapropter si f h, constituatur semidiameter horologij, erit perpendicularis h r, semidiameter æquatoris horarij, & f r. pars axis, quemadmodum superius demonstrauimus. Erit autem a K. semidiameter æquatoris horarij, vbi latitudo loci dimidio quadrantis æqualis fuerit: ibi enim idem horologium, horizontale est atque verticale. Nec minus falsa sunt quæ affert in septima propositione eiusdem primi libri horologiorum. Describit enim meridiani quadrantem a b c, cuius circunferentiam b c, in 90 partes æquales distribuit: & trahit à centro a, rectas lineas ad fines arcuum singulorum climatum. Secat deinde ex a c, partem a d, pro futuri horologij magnitudine: & à puncto d, super a c, perpendicularem erigit d e, ipsi a b, parallelam quæ lineas ex centro ductas secat in pũctis f, g, h, i, K, l, m, n. Ait igitur rectam a d, semidiametrum fore horizontalium horologiorum: perpendicularem d f, semidiametrum verticalis horologij primi climatis: d g secundi, d h tertij, & ita de cæteris: subtensam autem a f, æquatoris horarij dimetien em primi climatis, a g secundi, a h tertij, a i quarti, & ita de reliquis. Sed hæc omnia apertissimè cõstat falsa esse. Est enim a f, semidiameter horologij horizontalis primi climatis, & perpendicula-

dicularis d f, semidiameter æquatoris horarij: a d verò pars axis est. Rursus a f, semidiameter horologij verticalis eiusdem climatis primi, & a d, semidiameter æquatoris horarij, reliqua autem d f, pars axis. Quòd si ponamus a d, semidiametrum horologij horizontalis, deducenda erit idcirco ex d, in a f, penpendicularis d r, quæ semidiameter fiet æquatoris horarij, & a r, pars axis. Et si rectam d f, semidiametrum constituamus verticalis horologij, erit adhuc ipsa d r æquatoris horarij semidiameter. Patent hæc ex supra ostensis. Et falsa sunt igitur quæcunq; alia horologia per huiusmodi Orontij fundamenta conficiuntur. Reliqua autem inclinata, & pēdula solaria horologia ab eo tradita, examinandi otium nō est.



FINIS.

PETRI NONII SALACIENSIS, DE CREPVSCVLIS LIBER VNVS.

ITEM Allacen Arabis vetustissimi, de causis Crepusculorum Liber vnus, à Gerardo Cremonensi iam olim Latinitate donatus, & per eundem PETRVM Nonium denuò recognitus.

SECVNDA EDITIO.

CONIMBRICAE.

Excudebat Antonius à Marijs.

Anno 1573.

AD PERQVAM SVBLIMEM ET POTENTISSIMVM LVSITANIAE REGEM Ioannem.III. Aphricum, Æthiopicum, Arabicum, Persicum, Indicũ, in opus de Crepusculo PETRI NONII, Geographi, præfatio.

INCIDIT NVPER SERMO DE Crepusculis Rex inuictissime coram Principe integerrimo, vitæ sanctimonia & literarũ cognitione ornatissimo, fideiq; nostrę acerrimo defensore, Infante Henrico illustrissimo fratre tuo. Qui cũ nullum tẽpus intermittat, quin semper aut animarũ saluti prospiciat, aut optimos quosq; authores euoluat, aut literatorum hominum colloquia audiat, Astronomię theorematis mirum in modum delectatur: non illius quidem fluxę fidei, & penè iam explosę, quę de iudicijs ad vitã fortunamq; pertinẽtibus agit: sed quæ de syderum cursu deq; vniuersa cœli ratione disputat. Eũ tu rex humanissime decem ab hinc annis, mathematicis sciẽtijs instituendum à me curasti. Didicit ille diligentissime breuiq; tẽpore, Arithmetica & Geometrica Euclidis elementa, Sphęræ tractatũ, Theoricas planetarũ, partem magnæ astrorũ compositionis Ptolemęi, Aristotelis mechanica, Cosmographica omnia, Priscorum quorũdam instrumẽtorũ vsum, & nõnullorum etiam quę ego ad nauigandi artẽ ex cogitaueram. Quod si in eis diutius versatus fuisset, equidem perfectus in mathematicis euasisset. Sed oportebat eũ sacris initiari inaugurariq;, & in præclara studia Theologiæ incũbere. Quotidie tamen problema aliquod sciscitatur, arduum difficile & ingeniosum. Quoniam vero per tempus non licet, geometricis demonstrationibus operam dare, demonstrandi onus mihi imponit. Quæsiuit autem diebus superioribus de Crepusculorũ longitudine in diuersis climatis. Nec defuere qui ex tempore non solum rem absoluere tentarent, verum etiam & inuenisse (quando multos habemus Gorgias Leontinos) asseuerarent. Cumque nihil aliud pręterquam tritum quiddam atq; peruulgatũ, & à nemine (quod sciam) hactenus demõnstratum, in medium proferri viderem, libuit rem hanc per mathematicæ artis certissima euidentissimaq; principia, enodatius explicare. Igitur meditando & inuestigando, ea inueni quæ nullibi legeram, & quę nisi demonstratione mihi innotuissent, plane supra fidem

erant:

erant: nempè cum primam Capricorni partem sol fuerit ingressus, dies augeri, sed crepuscula minui incipiunt: priusquam vero totam Zodiaci hyemalem quartam absoluat, breuissimum crepusculum agit, in Horizonte Olyssipponensi, vigesima quinta die Februarij (vt certissimus calculus indicauit) nostra ætate: inde rursus augentur vsque ad tropicum æstiuum. At habitantibus sub equatore, quæ regio latissime sub tuo patet imperio, cum supra verticem fertur, æquinoctij tempore, breuissima crepuscula fiunt: reliqua omnia ad vtrumque tropicum in dies maiora: adeo est diuersa crementi crepusculorum ac dierum ratio: & pleraque alia demonstraui scitu dignissima iucundissima que. Porro hęc mea demonstrandi methodus alia est fateor aliquando, ab ea qua prisci illi authores Menelaus, Ptolemęus, & Geber viri doctissimi vsi sunt: sed ab Euclide & Theodosio haud quaquam aliena. Cæterum vtrum facilior aut ad opus expeditior, eruditi omnes expendent. Hęc verò quanquam perexigua, & quę iustum volumen non attingant, ob cõmunē tamen vtilitatē publicanda esse censui. Quippe qui vt harum liberalium artium studiosis aliqua ex parte prodesse possim, in huiusmodi studijs assidue versor. Adiunxi vetustissimi arabis Allacen opusculum quoddam à Gerardo Cremonensi iam olim in Latinum translatum, in quo crepusculorum causæ examussim examinantur. Sed id adeo deprauatum & mendis corruptum inueneram, vt plus in alieno codice castigando, quàm meo de integro cudendo sudauerim. Hęc autem tibi Rex sapientissime, scientiarum patrono & cultori dedicare volui, qui literas literatosque omnes tueris, foues, & prouehis. Non vt tua maiestate digna minutula hæc censerem: sed vt occasionem aliquam nancíscerer excusandi me quòd interpretationem Vitruuij tam diu sim moratus: nam pręe aduersa valetudine inchoatum opus & supra quàm dimidiatum non absolui: partim etiam quod magnanimo Principi Infanti Ludouico fratri tuo literarum studiosissimo, quotidiana lectione Aristotelis libros exponam. Nec enim satis esse putauit, ad expugnandam Tunetem, munitissimam Aphricę vrbem, cum Carolo Imperatore transfretasse, in omni belli expeditione, & prelij incursu, strenuissimum se præbuisse: nisi intermissa studia reuocasset, Arithmeticam, Geometriam, Musicam, & Astrologiam mire percalluisset: etiam vero nunc reliquarum scientiarum ornamento animum excolere non cessat: non vt plerique nostra ętate Philosophi qui mathematum ignorationem pro compendio ducunt. Sed debui ego (fateor) nihilominus toto animo delegato mihi officio vacare: nulla mihi apud regem meum iusta excusatio. At ignosces tu Rex Chris-

 tianis-

tianissime clementissimeque: presertim quòd breui vt spero promissum opus absoluam. Valeat & quàdiutissime nobis viuat inclyta maiestas tua. Olysippone, Anno ab orbe redempto M.D.XLI. Decimo quinto Cal. Nouemb.

ANTONII PINARII IN LAVDEM operis carmen.

Cimbia quæ rapidis nocturna crepuscula bigis
Proferat, aut rutilos Sol vbi pungit equos
Quam certis medius constet regionibus aer
Aethereo quæ sint sydera fixa polo.
Omnia sollerti vestigans ordine Petrus
Nonnius Herculea dat tibi lector ope.
Tolle humiles animos, terrarumque exue curis
Pectora, non magnus magna libellus habet.

PRIMA PARS LIBRI DE CREPVSCVLIS *PETRI NONII Salaciensis incipit.*

IOANNES DE SAcrobusto Spheræ vulgatæ author, Stoflerus in elucidatione astrolabij, cæteriq; quos ego legerim astrologi, qui de crepusculis loquūtur, Crepusculū diffiniunt, lucē dubiam, mediam inter diē ac noctē. Quare in qualibet die bina crepuscula esse necesse est, alterū matutinū quod sub auroram fit, alterū vespertinū quod sub vesperā. Matutinū porrò tunc initiari, aut vespertinū finiri affirmāt, quum sol ante exortū, aut post occasum gradibus decē & octo ab horizonte abest, eius quidem circuli maximi mundanæ Speræ, qui per verticē regionis atq; solem meat. Igitur quoties eam temporis intercapedinē metiri libuerit, quam crepusculū sibi vendicat, obseruandum erit, quanto temporis spacio zodiaci gradus soli oppositus, ex parte orientis gradibus decem & octo supra horizontē extollatur: nam idipsum est quod vespertino crepusculo debetur. Rursum condiscendum quanto tēpore idē gradus oppositus soli, quum à parte horizōtis occidentali, sub æquali arcu eleuatus fuerit, in occasum veniat: ipsum enim tēpus quod interim fluxerit, matutini crepusculi longitudinē diffiniet. Quanquā vero huiusmodi tempora supputationibus arithmeticis, iuxta geometricas demonstrationes arcuum & angulorū sphæricorū, cōmode colligi possent: nihilominus astronomi quia facile hoc modo propositū assequi possunt, in tympanis astrolabij pro varia poli mundi sublimitate, ipsa tēpora perquirūt. Atqui supposito primo illo fundamento, quod sol sub horizonte depressus gradibus decem & octo, scilicet ante exortū illustrare incipiat superū hemisphærium, matutino crepusculo, sed post occasū vespertinū crepusculū finiat, modus quo vtūtur ad mēsurādas crepusculorū intercapedines, certissimus est. Manifestū est enī ex eis quæ cū à nobis, tū ab alijs alibi demōstrata sūt, opposita per diametrū eclipticæ pūcta, æquas dierū ac noctiū vicissitudines habere, æqualiaq; tēporū spatia pūcto descēdēti, atq; opposito ascēdēti respōdere altitudine æquali. Igitur sub vnū idēq; tēporis interuallū, eclipticæ gradus quē sol ipse occupat, gradibus decē & octo sub horizōte deprimitur, atq; oppositus eleuatur. Quare nō incōmode ex oppositorū graduū ascēsu aut descēsu, crepusculorū lōgitudines eliciūtur: quod recētiores astronomi obseruāt.

Appendix. I.

Et quoniā æquales altitudines āte meridiana, & pomeridiana, æqualia habēt tēporū interualla, ab exortu & ab occasu: hinc infertur, vnius atq; eiusdē diei crepuscula, matutinū & vespertinū, æqualia inuicē esse.

Appendix. II.

Liquet etiā ex his, sole in gradibus eclipticæ existēte, qui æquali vtrinq; interuallo, ab alterutro pūctorū tropicorū distant, æqualia crepuscula fieri. Sūt enī in ijs ipsis diebus, arcus semidiurni & seminocturni æquales, alter alteri: rursum æquales altitudines supra horizōtē, æqualibus tēporū spatijs respondent. Quare et crepuscula æqualia esse necesse est.

Lemma siue assumptio.

Opposita eclipticæ puncta per diametrū, noctes diebus æquales vicissim habere, & reliqua quæ assumpsimus demonstrare.

SPheræ cētrū esto a, axis e a d, poli igit e, d: pūcta eclipticę p diametrū opposita, sint b, c, & veniat meridian⁹ per b, veniet igitur & p c, quū meridianus & ecliptica nō nisi p ęqualia se inuicē secēt, p 15. primi Theodosij: cōes sectiōes ęquatoris, & eorū ęquidistātiū, qui p b, c, pūcta motu diurno describūtur, cū meridiano e b d c, sint b h f g, i c: igit habebūt eosdē polos e, d, p primā propōnē secūdi li. Theodosij. Secabitq; idē ipse meridianus e b c d, circulos ipsos ęquidistātes, per ęqlia et ad rectos āgulos p 19. propōnē primi. Preterea axis e a d, ppēdicularis



erit in eorum plana, & per eorum cen tra transibit, per. 12. primi: idcirco rec ta f a g, per cētrum veniens, diameter equatoris fiet, a t b h, i c, duorum prędictorum circulorum æquidistantiū erunt diametri, & K, l, puncta, in com munibus sectionibus axis, eorum centra. Quoniam vero in triangulis a b K. a c l. duo anguli ad a, equales sũt per. 15. propositionem primi libri Euclidis, & anguli ad K. l. centra recti. prę terea latera a b, a c: eos subtendentia equalia, necesse est per. 26. propositionem primi, reliqua latera vnius trianguli, reliquis lateribus alterius equalia esse: igitur b K, l c. semidiametri equales: & circuli ipsi æquidistantes qui ex b, c punctis describũtur: æquales quoq; per diffinitionem. Sint autem huius modi circuli b m N, i n o. Per eo secet horizon quiuis obliquus descriptũ meridianum super recta linea p q: circulũ b m N. super recta m s N: & reliquum circulum i n o, super recta n r o. Igitur m b N. erit arcus diurnus, reliquus vero m h N, nocturnus, eorum qui polũ e, manifestum habent. Similiter n r o, diurnus, & reliquus arcus n c o nocturnus erit. Prętereа intelligamus bina triangula a K s, a l r. quorum anguli ad K. l, recti sunt, & anguli ad a: æquales per 15. primi: latera autem a K, a l, equalia ostensa sũt: igitur per 26. propositionem primi. K s. & l r. rectæ lineę æquales inuicem sunt. At quoniam tam horizon quàm circulus b m N, meridianum secat ad rectos angulos per. 19. propositionem primi libri Theodosij: ipsorum cõmunis sectio m s N, secabit meridianum ad rectos angulos per 19. propositionem. 11. Euclidis. Est autem recta linea b s h, circuli b m N, diameter, in plano meridiani sita: igitur anguli quos b s h, & m s N, ad pũctũ s, faciunt, recti sunt. Simili quoq; argumento probabitur, eos angulos quos rectæ n r o, i r c, ad punctum r, faciunt rectos esse. Quapropter in duobus triangulis K m s, l n r, rectangulis, duę rectæ m s, n r, inuicem ęquales erunt per 47. propositionem primi Euclidis, & communem sententiam: idcirco anguli m k s, n l r, æquales per. 8. propositionẽ primi: & arcus m h, n i,

ęquales

ęquales per.25. propositionem tertij. Et quoniam semicircũferentiæ b m h, i n c, æquales sũt, idcirco per cõmuné sententiam reliqui arcus b m, n c, æquales erũt. Porro arcus b m. semidiurnus est puncti ecliptycę b, & m h, eiusdé seminocturnus: reliquorum vero i n, semidiurnus, & n c, seminocturnus: igitur semidiurnus vnius puncti, seminocturno oppositi æqualis est, & vicissim seminocturnus semidiurno, quod demonstrasse oportuit. Hoc etiam simpliciori syllogismo demonstrari poterat: Sat enim erat ostendisse, angulos ad s, & r, rectos esse, & rectas k s, l r, æquales: nam eo modo rectæ b s, c r, æquales fiũt, sinusq; versi arcũ b m, n c, in ipsis circulis ęqualibus: & quæ relinquuntur s h, r i, æquales, sinusq; versi arcuũ m h, n i. Quòd autẽ arcus seminocturni in eodẽ circulo inter se ęquales sint: semidiurni similiter ęquales alter alteri, manifeste liquet cõnexa k N: nam per 47. & 8. propositionem primi, in duobus triangulis k m s, k N s, fient anguli ad k, punctum æquales: idcirco arcus seminocturni æquales erũt per 26. tertij, & per cõmunem sententiam: semidiurni etiã alter alteri æquales. Quod etiã per solã 12. se. li. Theod. ostendi potest, prior verò pars per. 22.

Ræterea concipiamus animo, pũctum eclipticę b, descendisse ex horizonte, arcumq; sui æquidistantis transegisse m R, sed pũctum c. ascendisse, arcumq; sui æquidistantis absoluisse n P. Secet autem circulus ęquidistans horizonti qui per R venit, in hemisphęrio infero, planum meridiani super recta Q z t, circulũ vero b m N, super recta R z v: fietq; arcus q t, aut p Q ęqualis arcui occultationis pũcti b, in circulo verticali, quũ est ad R: rursum secet circulus alius horizonti ęquidistans, qui per P. venit in supero hemisphęrio, planum quidem meridiani super recta y x G: circulum porro i n o, super recta P x E: fietq; similiter arcus q G, aut p y, æqualis arcui ascensionis puncti c, in circulo verticali, quum est ad P. Dico quòd si arcus temporum m R, P n, ęquales supponãtur, necesse est q t, arcum occultationis, arcui p y, eleuationis supra horizontem ęqualem esse: & vicissim si arcus ipsi occultationis & eleuationis inter se ęquales dentur, necesse est arcus temporum m R, n P, inuicem ęquales esse. Deducãtur ex punctis t, z, y, x in rectam p q. per pẽdiculares t C, z A, y F, x D: & detur primum arcus m R, n P, inter se ęquales esse. Igitur quoniam duo arcus m h, n i, æquales ostẽsi sunt, duo reliqui R h, P i, æquales erunt per communem sententiam: idcirco angulus R k z, trianguli z *K* R, angulo P l x. trianguli x l P, ęqualis erit per 27. tertij: anguli autem ad z, x ęquales sunt, nempe recti, & *K* R, L P, semidiametri ęquales: igitur K z, l x, per

per.26. primi, inter se æquales erunt: ex ijs itaq; detractis K s, l r, æqualibus, duæ rectæ s z, r x, æquales relinquentur per cōmunem sententiam. Quoniam vero in triangulis A z s, D x r, anguli ad s, r, æquales sunt, quod per 15. propositionem. 28. & 29. primi Euclidis facilè probabitur, & anguli ad A. D, recti, & ipsa latera s z, r x, vt modo demonstrauimus æqualia, idcirco latus A z, lateri D x, per. 26. primi æquale erit: atqui t C, parallela est ipsi A z, & y F, paralella ipsi D x, per. 28. propositionem primi. & duæ rectæ y G, Q t, ipsi p q. paralelle per. 16. propositionem. 11. igitur per 34. propositionem primi & cōmunem sententiā duę rectę y F, t C. inter se ęquales erūt: Hæ autem sinus recti sunt arcuum t q, p y. igitur ipsi arcus t q, p y, æquales erunt: quorum vnus est occultationis puncti b, sub horizonte, quum est ad R. alter vero eleuationis puncti c, in hemisphęrio supero, quum est ad punctum P. sui paralelli. Sed ponantur arcus t q, p y, ęquales: dico quòd duo arcus m R, n P. quibus occultationis tēpora, & æqualis eleuationis metiūtur, inter se æquales erunt. Vtemur enim ad hoc demonstrandum eadem ipsa descripta figuratione, in qua perpendiculares t C, y F, æqualium arcuum sinus recti, æquales inuicem esse comprobantur: igitur perpēdiculares z A, x D. inter se æquales erūt per. 34. propositionem primi Euclidis & commu- nem sententiam: anguli verò ad s, r, puncta in ipsis triangulis A z s, D x r, ęquales ostensi sunt, & duo anguli ad A, D, recti: propterea duo latera s z, r x, inter se ęqualia erūt per. 26. primi: At duas rectas K s, l r, æquales esse demonstrauimus, igitur per commūnē sententiam K z, l x. ęquales inuicem erunt: idcirco in duobus triangulis K R z, l P x, rectangulis latus z R, lateri x P, æquale erit per 47. propositionem primi & communem sententiā: igitur in eisdem triangulis rectangulis, anguli ad K, l, puncta ęquales erunt per. 8. propositionem primi: ideoq; arcus R h. P i ęquales per. 26. propositionem tertij. Hos denique auferemus ex m h, n i. ęqualibus, & relinquētur duo m R, n P, æquales quibus tempora occultationis & æqualis eleuationis metimur, quod demonstrasse oportuit.

Idē aliter demonstrare. Omniū duorum punctorum oppositorum ex diametro sphęrę, necesse est tantum vnū eorum eleuari supra horizontē, quāntum alterum sub horizonte occultatur. Ducatur enim circulus maximus per verticem & alterum ipsorum pūctorum, qui necessariò per alterum trāsibit, alioqui non essent opposita ex diametro, & perueniet huiusmodi circulus ad punctum oppositum vertici. Huius autem circuli duos semicirculos intelligamus, alterum totum supra horizontem, alterum verò inter ipsa duo puncta opposita, ex arcu oc-

cultationis conflatum quadrante minore, & alio arcu quadrante maiorē ſupra horizontem. Hunc porrò arcū qundrante maiorem à duobus illis ſemicirculis auferemus, & per cōmunē ſententiam duo arcūs occultationis & eleuationis ipſorum punctorum oppoſitorū ęquales relinquentur. Quod tempora ſint ęqualia demonſtratur. Moueatur enim ſphęra, & attigat alterum eorum horizontem. Neceſſe eſt igitur alterum etiam in horizonte eſſe, alioqui, non eſſent oppoſita ex diametro. Sic igitur patet in vno eodemq; tempore alterum deprimi, & alterum eleuari vſquè ad vtroſq; horizontis contactus, quod demonſtraſſe oportuit.

QVod autem ſub æqualibus eleuationibus à parte orientali atq; occidua, in vna eadēq; die æqualia labantur tempora, & viciſsim ęqualia temporum ſpacia non niſi ſub æqualibus eleuationibus fluant facilè demonſtrabimus. Concipiamus enim circulum quęuis ex eis qui horizōti æquidiſtāt, ſecare circunferentiam circuli i n o, quem c. punctum motu diurno deſcribit, ab ortu quidē ſuper P, at ab occaſu ſuper E: quapropter P, E, puncta æqualibus arcubus ſupra horizontem eleuari neceſſe eſt. Dico ꝙ arcus n P, orientalis arcui E o, occidentali æqualis eſt. Secet enim ipſe circulus horizōti ęquidiſtans planum meridiani ſuper rectam y x G, ſecabit igitur & circulum i n o, ſuper recta P x E: porro eūdem ſecuit horizon ſuper recta n r o, igitur ipſæ duę rectę lineę P x E, n r o, ęquidiſtantes erunt per 16. propoſitionem 11. Euclidis. Quare ſi puncta o P, coniungantur, duo anguli ad o, P, alterni ęquales fient per 29. propoſitionem primi. Idcirco arcus n P, E o, inter ſe æquales erunt per 26. propoſitionē tertij. Sed arcus temporum n P, E o, ſint ęquales: dico ꝙ P, E, puncta ſupra horizontem æqualiter eleuabuntur. Cōnectatur enim P E, & per punctū x. communem ſectionem rectarū P E, i c. ducatur in plano meridiani, recta linea, y x G, æquidiſtans ipſi p q, horizōtis diametro per 31. propoſitionem primi Euclidis. Igitur ſi P o, puncta per lineam rectam cōiungantur, alterni anguli ad P, o, ſuper ęqualibus circunferentijs deducti, per 27. propoſitionem tertij æquales erunt: igitur paralellę ſunt ipſę rectæ lineæ n o, P E, ꝑ 27. propoſitionem primi. Quoniam verò rectæ lineæ y x G, P x E, ſeſe inuicem ſecant in vno erunt plano per. 2. propoſitionē. 11. Euc. Huiuſmodi autē planū, ſecundū circuli circunferētiā ſphęrā ſecare neceſſe eſt per primam propoſitionem primi Theo. atqui duę ipſæ rectæ y x G, P x E, duabus rectis p r q, n r o, paralellæ ſunt: igitur plana ex eis deducta per. 15. propoſitionem

11.Euc.paralella erunt. Itaq; circulus qui ex y x G, P x E, rectis lineis sese secantibus deducuntur, horizonti æquidistat: arcus igitur quibus huiusmodi circulus ab horizontis ambitu, secundum verticales abest, inter se æquales sunt. Quapropter ipsa P, E, puncta circuli 1no, equales supra horizontem altitudines habebunt, æqualesq; ipsis arcubus y p, G q, quod demonstrasse oportuit. Aduerte q̄ arcus inter circulos æquidistantes eorum circulorum maximorum qui per polos ipsorum equidistantium veniunt, inter se equales sunt, quemadmodum 14. secūdi libri Theodosij probat. Sunt enim descendentes arcus circulorum maximorum equales per 2 7. tertij Euclidis quia recte lineæ subtensæ per poli diffinitionem equales, igitur per cōmunem sententiam arcus inter equidistantes equales. Pręterea intelligere oportet, quòd omnis recta linea in diametrum circuli perpendicularis, intersecentis circunferentię sinus rectus existit. Ipsa enim deducta perpēdicularis totius rectæ subtensæ dimidia pars est per tertiam propositionem tertij Euc. quare per quartam primi & 26. aut 28. tertij, dimidiūerit eius rectę quæ sub duplici arcu subtēditur. Quòd autē in vno circulo aut duobus equalib⁹ equales arcus equales habeant sinus. 27. tertij & 26. primi probant: vicissimque demonstrabitur equales sinus equalibus arcubus respondere.

Idem aliter demonstrare. Describatur in sphæra circulus æquidistās horizonti interuallo æquali complemēto eleuationis puncti dati. Et quoniā hic circulus & paralellus æquinoctialis per motum sphæræ descriptus in ipsis duobus punctis æqualis eleuationis sese intersecant, secabit itaq; meridianus vtranque portionem inter ipsa duo puncta in partes equales per propositionē 12 secūdi lib. Theod. Eas autem auferemus ab arcubus semidiurnis equalibus, & æquales arcus relinquentur per communem sententiā. Conuersionem verò ita demonstrabimus. Si arcus temporum dātur æquales, æqualiter igitur distabunt à pūcto meridiei: describatur æquidistans horizōti per alterum ipsorum punctorū. Dico quòd transibit per reliquum. Si non, sequitur per 12. secundi lib. Theo. partem æqualem toti, quod est impossibile. Quapropter si tempora fuerint equalia, altitudines erūt equales, quod erat ostendendum.

Aeterum vt innotescat æquales dies noctesque fieri alteram alteri, sole eclipticæ pūcta possidēte, quę equali vtrinque interuallo ab alterutro tropicorum punctorum distant, solum demonstrare oportebit, quod huiusmodi pūcta motu diurno agitata, vnū eundemque circulum describant. Igitur concipiamus in exigua hac depic-



ta figuratione circunferētiā a b c d, in quadrantes diuisam duabus diametris a c, b d, sese ad rectos angulos super centro e, intersecantibus, eclipticam esse: a c, communem sectionem plani huius circuli, & eius coluri qui æquinoctia distinguit: præterea & æquinoctialis: b d, cōmunem sectionem eiusdem plani atq; coluri solsticia indicantis. Erunt igitur a, c, æquinoctialia puncta b, d, tropica: sumantur autem puncta f, g quę vtrinque æquali interuallo distent ab ipsis b, aut d, puncto. Dico quòd ipsa f, g, puncta motu diurno vnum eundemque circulum describunt. Cōnectatur enim recta f g, quę diametrū b d, secet super o, puncto: & quoniam planum coluri qui per tropica puncta venit, æquatoris planum secat, esto recta e h, in communi sectione ipsorum planorū: & à pūcto o quod in plano eiusdem coluri existit: recta linea excitetur o i, rectæ e h, parallela per 31. propositionē primi Euc. quare binę rectæ lineæ f g, o i, sese intersecantes in vno erūt plano per 2. propositionem. 11. Quoniam vero rectæ o g, e c. parallelæ sūt, ob equalitatem arcuum a f. c g, æquos angulos alternosque apud circunferentiam suscipientium. & o i. e h. parallelæ quoq;, plana idcircoque ex f g. o i. & a c. e h. deducuntur, inuicem æquidistare necesse est. Atqui communis sectio plani & sphæræ: circunferentia circuli est, per primam propositionem primi libri Theo. Venit igitur per f. g. puncta circulus ęquatori ęquidistans: at is est qui motu diurno describitur.

Idē aliter demonstrare ad impossibile. Super polo mundi circulus describatur ęquinoctialis paralellus per alterum duorum punctorum veniēs. Dico quòd transibit per reliquum. Si non, sequitur partem æqualem esse toti per 12. secundi lib. Theo. & in hunc modū demonstrabis puncta quę ęquali distant interuallo à puncto tropico æquales habere declinationes.

Corrolarium.

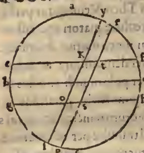
ET quoniam velut ex prima parte lēmatis liquet, circuli ex oppositis eclipticę pūctis ęquales sunt: ex hac vtique manifestum est, eos quoq; ęquidistantes qui à punctis describuntur: quæ ab alterutro pūctorum æquinoctialiū vtrinque ęqualiter distant: æquales esse.

Appendix. III.

Præterea colligitur, pūctis vtrinque æqualiter ab alterutro punctorū æquinoctialiū distantibus, inæqualia crepuscula deberi, maiora quidem punctis septētrionalibus, in regione septētrionali, minora verò pūctis australibus: sed in regione australi econtrario.

Esto

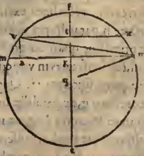
ESto enim meridianus circulus a b c d, æquatoris sectio recta b d, rectæ e f, g h, sectiones sunt duorũ quotũuis circulorum parallellorum, quos sol motu diurno describit, quum grad' ecliptricæ obtinet, qui æquali; vtrinq; interuallo ab alterutro pũctorum æquinoctialiũ distant. polus boreus sit a, manifestusq; habeatur: sectio horizontis esto diameter l y, hæc autem secet rectas e f, g h, in punctis k, o. Præterea sub horizonte circulus quidam concipiatur, ei æquidistans, à quo sol matutinum crepusculum auspicatur: huius atque meridiani communis sectio, esto recta linea p r, puncta vero in quibus hæc rectas e f, g h, secat, sint s, r. Igitur quoniam per propositionem 16. 11. Euclidis rectæ e f, g h, circulorum æquidistantium communes sectiones, paralellæ sunt: rursum per eandem propositionem l y, p r, paralellæ, idcirco duæ rectæ lineæ o s, k t, per. 34. propositionem primi, inter se æquales erunt. At vero circulus meridianus per polos æquatoris, & circulorum ei æquidistantium transit per primam secundi Theodosij item per polos horizontis & ei æquidistantium: igitur per 19. propositionem primi omnes eos circulos ad rectos angulos secabit: ideirco communes sectiones horizontis & circulorum æquidistantium æquatori, super punctis K o, plano descripti meridiani, ad rectos angulos erunt per 19. propositionem. 11. Euc. Præterea communes sectiones æquidistantis horizonti & æquidistantium æquatori, ipsi quoque meridiano super punctis s, t, ad rectos angulos. Et quæ super k, t, eum arcum borealis paralelli intercipiunt, qui matutini crepusculi longitudinem diffinit: sed quæ super o, s, arcum australis paralelli intercludunt, qui similiter matutini crepusculi intercapedinem indicat. Quoniam vero concepta ecliptricæ puncta vtrinque æqualiter ab alterutro punctorum æquinoctialium
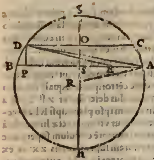


distant, paralelli ab eis descripti æquales erũt, per corrolarium præcedentis lẽmatis. Eos autem secat meridianus a b c d, in duas partes æqualiter per. 19. propositionem primi Theo. igitur e f, g h, communes sectiones, ipsorum paralellorum diametri sunt, æqualesq;. Et quia portiones e K, o h, semidiametris maiores sũt, quod prima pars lẽmatis demonstrauit, idcirco recta K r, longius abest à centro sui paralelli, à quo certe recedit, quam o s, à centro sui paralelli distet, cui quidem appropinquat. At vero demonstratũ est, ipsas rectas lineas k r, o s, æquales inuicem esse: igitur rectæ lineæ quæ super punctis K, t, ipsi meridiano ad rectos angulos insistunt, maiorem arcum circumferentiæ paralelli cõprehẽdunt, quàm quæ super o, s. Et longior igitur mora crepusculi, cũ sol boreale pũctum ecliptricæ occupat, quàm cum illud australe, quod æquali interuallo ab æquinoctiali pũcto distat: hoc autem in regione boreali, sed in australi econtrario, vt conuersis paralellorum nominibus, ex hoc ipso schemate manifeste liquet.

Lemma.

VT autem demonstremus, rectas lineas perpendiculares ad planum meridiani, super punctis K, t, maiorem arcum circuli æquidistantis resecare, quàm quæ ad rectos angulos insident ipsi meridiano super pũctis o, s: ipsos circulos æquidistantes concipiamus, quorũ alter q diametrum habet e f nẽpe borealis, esto e f m, super cẽtro q, descriptus: alter vero qui. Diametrum



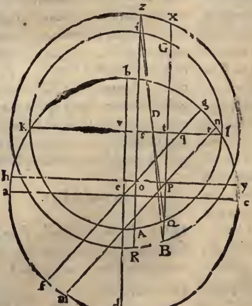


mettũ habet, g h, esto A g h, super cẽtro R. Porro ipse perpẽdiculares lineę vtrĩq; deductę, quę super K, t, sint m n, v x, & quæ super o, s, sint A B, C D: & quoniam hę ad planum meridiani rectæ sunt, in quo quidem e f, g h, circulorum æquidistantium diametri sitæ sunt, idcirco per secundam diffinitionem 11. Euc. anguli ad puncta k, t, in plano circuli e f m, recti erunt. Similiter anguli ad o s, puncta, in plano circuli A g h, recti. Ex pũctis v. D, super m n, A B, ad rectos angulos deducãt̃ v z, D P, & cõnectãt̃ q n. A R: igit̃ in duob⁹ triãgulis rectãgulis n q k, A R S quia semidiametri q n, A R. æquales sunt. bina quadrata quę ex q K, K n. binis quadratisquę ex R s. A s fiunt: æqualia sunt, per 47. propõnẽ primi Euc. & cõmunẽ sententiã. est autẽ quadratũ ex R s, minus quã quadratũ ex q K, quippe quod R s, minor ostensa sit quã q K, ob maiorẽ distantiã pũcti K, à cẽtro sui circuli, igitur quadratũ ex A s, quadrato ex k n, mai⁹ erit: & maior igitur A s, recta linea quã k n. Similiter demõstrabitur, rectã O D, maiorẽ esse recta t v: atqui duo quadrilatera O D P S, t v z K. parallelogrãma sunt per. 28. propositionẽ primi Euc. igitur per. 34. æqualis est O D, ipsi P s & t v, ipsi K z. idcirco recta P s, recta K z. maior erit per cõmunẽ sentẽtiã: Quare & tota A P, tota n z. maior: abscindatur ab A P, maiori, recta E P. minori æqualis, & cõnectantur E D, A D, v n. Quoniã vero K t. ęqualis est ipsi v z, & O s, rectę D P, ęqualis quoq; per. 34. propõnẽ primi, ostensæ autẽ sunt æquales K t, O s, idcirco rectæ lineę D P, v z, inter se ęquales erunt. Quapropter in duobus triangulis rectangulis E D P, n v z, angulus D E P, angulo v n z, per. 4. propositionẽ primi ęqualis erit. At vero ipse angulus D E P, angulo D A P, maior est per 16. propositionem primi, igitur & angulus v n z. ipso angulo D A P, maior erit. Quare per vltimam propositionem sexti arcus v m, arcu B D, maior etiam erit. Eos autẽ arcus à circũferentijs æquidistantium circulorũ, rectæ lineæ abscindunt super k, t, O, s, punctis, plano meridiani ad rectos angulos insidentes, igitur ipsæ rectæ lineæ perpendiculares super k, t, maiorem arcum abscindunt, quàm quæ super O, s, quod demonstrasse oportuit.

Appendix. IIII.

Item colligitur, Sole borealia signa possidente, punctis propinquioribus tropico æstiuo, in regione septentrionali longiora Crepuscula respondere.

ESto enim meridianus circulus a b c d. super cētro e, descriptus, in quadrātes que diuisus, p diametros b d, a c, ad rectos āgulos sese secātes, quarū quidē a c, esto cōis sectio meridiani & æquinoctialis, & b d, cōis sectio horizōtis recti eorū qui degūt sub a: duæ rectæ h y, K l, sint diametri duorū circulorū æquidistantiū æquatori: ita tamen vt is qui diametrū habet K l, propinquior sit tropico æstiuo, quā qui diametrū habet h y: & cōmunis sectio horizontis obliqui loci borealis esto recta f g, Dico longiora crepuscula fieri, cū sol eū parallelum describit, cuius diameter est K l, quā cum eum qui diametrū habet h y. Esto enim recta m n, cōmunis sectio circuli cuiusdam æquidistantis horizōti, à quo cū iam lucescit, matutinū crepusculū sol auspicatur. Secet autē ipsa m n, rectas k l, h y, super pūctis r, p: itē easdē secet recta f g, in pūctis o, q: quare per ea quæ in præcedenti appendice demóstrauimus, duæ rectæ lineæ o p, q r, inter se æquales erūt. Præterea ab o, & p, pūctis in plano meridiani, perpendiculares excitētur, quæ diametrū K l, in pūctis s, t, secēt. Igitur o s, p t, æquidistantes erunt per. 28. propositionem primi. Sunt autem K l, h y, cōmunes sectiones meridiani & circulorum æquidistantiū æquidistātes: igitur s t, o p, æquales erūt, & æqualiter à centris distabunt: quippe quòd velut superius ostensum fuit in primo lēmate rectæ K l, h y, circulorū æquidistantiū æquatori diametri sunt, eorumq; cētra in cōmunibus sectionibus rectæ b d, cū ipsis diametris. Proinde circulus borealior qui diametrum habet k l, esto k i l A, super v, cētro descript⁹: atq; in eius plano super eodē cētro: spacio æquali dimidio diametri h y, circulus describatur z R B: & à punctis s, t, in eodem ipso plano, ipsi K l, ad rectos angulos excitētur vtrinq; rectæ lineæ, secātes ex vna parte interiorē circulum super punctis i G, & exteriorem super punctis z x: at ex altera parte interiorem in A, Q, exteriorē vero in R, B: cōnectanturque i Q, z B, quarum quidem intersectio esto D, punctum. Igitur in triangulo i D z, angulus A i D, exterior, angulo i z D, interiore maior est per. 16. propositionem primi. Quapropter maiorem rationē habebit rectus angulus ad angulum i z D, quā ad angulum A i D, per. 8. propositionem quinti libri: atqui in æqualibus circulis, anguli eandem rationem habent ipsis circunferentijs in quibus deducuntur per vltimam propositionē sexti: igitur & maiorem rationem habebit quadrans circuli exterioris ad arcum R B, quam qudrans interioris ad arcum A Q per. 13. propositionem quinti. At vero maiorem arcum circuli interioris resecant rectæ lineæ, quæ ex punctis q, r, à centro v. remotioribus, ad rectos angulos excitantur super diametro k l, quàm A Q. vt lemma præcedentis appendicis demonstrauit, igitur maiorē habebit rationem quadrans circuli exterioris ad arcū R B, quā quadrās interioris ad arcū cōprehēsū sub duabus rectis lineis, quæ ad rectos angulos deducūtur ex q r, q quidē arc⁹, inter horizōtē & ei æquidistātē cōprehēditur. Porro circulus exterior æqualis est ei æquidistāti, q diametrū habet h y, q- q; à tropico æstiuo lōgius abest & arcus R B, æqualis cōprobatur arcui q in eodē ipso parallelo inter horizōtē et ei æqdistātē cōprehēditur, p ea quæ in primo lēmate demōstrauimus. Igitur & maiorē rōnē habebit quadrás parallelì remotioris à tropico æstiuo, ad arcū iter horizōtē & ei æquidistantē, quā quadrás
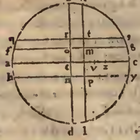


paral-

paralleli propinquioris,ad arcum inter horizō tem & circulum ipsum qui ei æquidistat. Quoniam vero temporum spacia partibus æquatoris & eorum circulorū qui ei æquidistāt, æqua proportione respondent:& maiorem igitur rationem habebit spatium sex horarum ad longitudinem crepusculi paralelli remotioris à tropico estiuo,quam ad longitudinem crepusculi paral'eli propinquioris. Quare per decimā propositionem quinti,crepusculum paralleli propinquioris tropico estiuo,longius esse necesse est,quod demonstrasse oportuit.

Appendix. V.

Habitantibus sub æquatore,sole obtinente ecliptice puncta quæ vtrinque æqualiter ab alterutro punctorum æquinoctialiū distant æqualia crepuscula fiunt. sed quæ inæqualiter,inæqualia. Longiora vero respondent remotioribus punctis,sed breuiora propinquioribus. Et sicut sinus rectus complementi declinationis puncti propinquioris, ad sinum complementi puncti remotioris,ita sinus rectus arcus longitudinis crepusculi pūcti remotioris,ad sinū arcus longitudinis crepusculi pūcti propinquioris.

ESto enim vt in præcedenti figuratiōe circul⁹ a b c d, meridianus: diamerer a c, sectio equatoris & meridiani:diamerer b d, sectio horizōtis recti eorū qui degunt sub a,æquatoris pūcto:b,polus bore⁹, d, austrinus: duæ rectæ f g,h y, sint diametri duorū paralelorum, quos sol describit cum æquali vtrinq; interuallo ab alterutro pūctorū æquinoctialiū distat:horū cōmunes sectiones cū diametro b d,sint pūcta o n, cētra videlicet cōceptorū parallelorū,vt in primo lēmate ostēsū est. Deinde circulus quidā intelligatur sub horizōte recto ei æquidistās,qui initiū matutini crepusculi,vespertiniq; finē definiat,hui⁹ cōis sectio atq; meridiani esto recta K l,quæ quidē rectas f g,h y,in signis m,p,secet. Manifestū est ex eis quæ ostēsa sūt in tertia appēdice,rectas o m, n p,inter se æquales esse,& vtrāquæ earū æqualē sinui recto eius arc⁹ qui in suo paralello lōgitudinē crepusculi diffinit. Et quoniā ipsi paralleli æquales sunt vt ex corrolario primi lēmatis liquet,idcirco intercepti arc⁹ inter se æquales erūt:itaquæ crepuscula ipsa inter se equalia quod primū demōstrasse oportuit. Præterea esto recta q s,diameter circuli cuiusdā ex æquidistātibus,qui borealior sit quā is cuius diameter posita est f g:eius cētrū esto r:secet autē rectā K l,in pūcto t. Rursum liquet ex eis quæ super tertia appēdice demōstrauimus,rectam r t, æqualē esse sinui recto eius arcus,qui in suo parallelo lōgitudinē crepusculi diffinit. Quare binos intelligemus meridianos per fines huius arcus venictes,qui ex circūferētia æquatoris arcū ei proportionalē abscindēt,per 14. propositionē libri secūdi Theo.ipsaq; tēpora lōgitudinis crepusculi cōmostrabūt:horū vero meridianorū vnus erit ipse rectus horizon,alter sub terra descriptus. Sumatur autem in semidiametro e c,recta quedā e z,equalis sinui recto ipsius arcus æquatoris. Idē quoq; intelligatur in eo parallelo cui⁹ diameter est f g,esto enim recta e v, quā statim ostēdem⁹ minorē esse quā e z, æqualis sinui recto illius arcus equatoris,qui proportionalis existit arcui,quē duo cōcepti meridiani ex eo parallelo abscindūt,qui diametrū habet f g. Et quoniā arcubus circulorum similib⁹ existentibus,& eorū sinus recti,& ipsorū circulorū semediametri proportionales sunt: erit idcirco sicut a e,semediameter æquatoris ad f o, semidiametrū paralelli propinquioris, ita e v, ad o m:præterea sicut q r,semidiameter paralelli remotioris ad a e, semidiametrū æquatoris, ita r t,aut æqualis o m,ad e z:igitur per 23. propositionē quīti libri Euc.sicut q r,ad f o,ita e v, ad e z: est autem q r,sinus rectus cōplemēti declinationis pūcti q,remotioris borealiorisq;,& f o,sinus rectus cōplemēti declinationis pūcti f,æquatori propinquioris:at e v,æqualis est sinui recto arcus æquatoris qui lōgitudinē crepusculi metitur,sole obtinēte pūctū eclipticæ propinqui⁹:recta vero e z,æqualis posita est sinui recto arc⁹ æquatoris qui lōgitudinē crepusculi demōstrat,sole existēte in pūcto borealio-



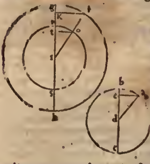
 ris

ri:minor est aũt q r, quã f o, igitur minor e v, quã e z, & arcus quoq; arcu minor: quod etiã velut in appendice quarta demonstrari poterat. Qua re patet quòd habitantibus sub æquatore, sole possidente puncta quæ inæqualiter ab eo distant, inæqualia crepuscula fiunt: longiora quidem respondent punctis remotioribus, sed breuiora propinquioribus. Et sicut sinus rectus cõplementi declinationis puncti propinquioris, ad sinũ rectũ cõplemẽti puncti remotioris, ita sinus rectus arcus crepusculi, qui in æquatore puncto remotiori respõdet, ad sinum arcus crepusculi qui in æquatore puncto propinquiori debetur: quod secundo demonstraile oportuit.

Lemma.

25 *Sinus recti & versi quoque similium arcuum eandem habent rationem & circulorum semidiametri.*

Esto enĩ circulus a b e, cuius cẽtrum d, Diameter b c, & circulus f g h, cuius centrum i, diameter g h, in quibus a b, f g, sint similes arcus proportionales vt a e, f K, sint sinus recti ipsorũ similium arcuum: b e, g k, sinus versi.



Aio quòd ratio a e, ad f K, & b e, ad g K, est sicut ratio semidiametri b d, ad semidiametrum g i. Cõnectantur enim a d, & f i: & aut circulus a b c, æqualis est circuli f g h, aut inæqualis. Sit primum æqualis: igitur semidiametri a d, f i, æquales erunt. Sũt autẽ binæ rectæ a e, f K. perpendiculares in diametros b c, g h, per diffinitionem sinus recti & tertiã propositionẽ tertij Euc. igitur bina triangula e a d, k f i, rectos habebũt angulos qui ad e, k: quoniã vero arcus a b, f g, similes dantur, igitur per vltimã diffinitionẽ tertij, angulus a d e angulo f i K, æqualis erit: quare per. 32 propositionẽ primi, et cõmunẽ sententiã, duo illa triangula æquiangula erũt: & latera idcirco habebũt proportionalia, quæ æqualibus angulis subtenduntur, per quartam propositionẽ sexti libri: est igitur sicut a d, ad f i, ita a e, sinus rectus arcus a b, ad f K sinũ rectũ arcus f g, & e d ad K i: atqui a d, æqualis est ipsi f i. æqualis igitur a e, ipsi f k, & e d, ipsi K i, quod etiam sola. 26. propositio primi libri concludere poterat: auferantur autẽ ex æqualib. semidiametris rectæ e d, k i, æquales: igitur per cõmunẽ sententiã b e, sinus versus arcus a b, rectæ g k, sinui verso arcus f g, æqualis relinquetur: idcirco harũ omniũ rectarũ ratio eadẽ erit, nempe æqualitatis. Iam vero si circulus a b c, minor ponatur circulo f g h, super cẽtro i: interuallo æquali semidiametro a d, circulus describatur r s o, rectam f i, secans super o, & rectam g i, super r: sinus rectus arcus o r, esto o t: demonstrabitur vt superius angulos ad K, t, rectos esse: & rectas lineas i t, t r, o t, ipsis d e, e b, a e, æquales esse: ipsaq; triagula K f i, t o i,

per,32.propofitioné primi,& cōmuné fententiá,equiangula effe:idcirco late ra habebũt proportionalia,quę æqualibus angulis fubtẽdũtur, per quartam propofitioné fexti libri. quare vt recta f i,ad o i,ita f K,ad o t,& Ki,ad t i: eft autẽ f i,rectę g i,ęqualis, & o i.ipfi r i: igitur per feptimã propofitioné quinti,vt g i,ad r i:ita k i,ad t i.quapropter vt g i,ad r i,ita reliqua g K,ad reliquá r t,per 19.propofitionem quinti: itaq; per feptimam propofitionem quinti quoties oportuerit repetitam,propofitum concludetur.

Idem quoque fimplicius abfque cõftructione circuli r s o,in vniuerfũque demonftrari poterit. Etenim anguli ad i,d,cẽtra,æquales funt per vltimá diffinitioné tertij libri Euc.anguli vero ad K , e, recti per diffinitioné finus recti,& tertiam propofitionem eiufdem libri tertij,igitur reliquus angulus ad f,reliquo ad a per.32 propofitionem primi & cōmuné fententiam equalis erit.Quamobrem bina triangula k f i,e a d.latera habebunt proportionalia quę ęqualibus ãgulis fubtẽdũtur:eft igitur ficut f i, femidiametri maioris ad a d,femidiametrũ minoris: ita f k finus recti arcus f g,ad a e, finum rectum arcus a b,& fic K i : cõplementi finus verfi g K : ad e d: complementũ finus verfi b e: idcirco per feptimam propofitionem quinti : vt g i:ad b d:ita K i:ad e d:quare per 19. propofitionem eiufdem quinti libri Euclidis, ficut g i,femidiameter ad b d femidiametrum. ita g K finus verfus arcus g f,ad b e : finum verfum arcus a b:quoniam vero vt modò demõftrauimus & per feptimam quinti vt femidiameter h i: ad femidiametrum c d: ita K i :ad e d:idcirco per duodecimam propofitionem quinti : vt femidiameter ad femidiametrum:ita tota h K : finus verfus arcus f h: qui ex femicirculo relinquitur:ad totam c e arcus a c:finum verfum. Igitur finus recti & verfi quoque fimilium arcuum, eandem habent rationem & circulorũ femidiametri,quod demõftraffe oportuit.

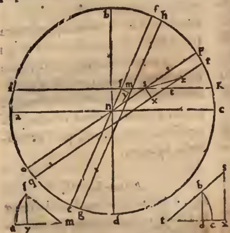
Appendix.VI.

In locis borealioribus, fiue fol obtineat borealia figna,fiue auftralia, fiue etiã æquinoctialia puncta,longiora Crepufcula fiũt. Præterea ficut finus rectus complementi minoris altitudinis poli ad finum complementi maioris,ita differentia finuum verforum feminocturni veri & manifefti loci borealioris,ad differentiam finuum verforum feminocturni veri atque manifefti reliqui loci.

Esto enim meridianus circulus a b c d, circa centrũ n,æquatoris cõmunis fectio recta a c,diameter paralelli cuiufuis borealis , quem fol defcribit,cũ per borealia figna incedit,efto i k,recta b d,axis fpheræ: b, punctum polus boreus: d,auftrinus: fectio eius horizontis fupra quem polus ipfe boreus arcu b f, eleua-

 tur,

tur,esto e f,sed sectio horizontis eorum quibus idem polus altius extollitur,esto,o p. Aio primum,hac ipsa die qua sol motu diurno conceptum parallelum describit,in loco borealiori longius crepusculum haberi. Recta enim q r, sectio communis sit meridiani & eius circuli qui horizonti borealioris loci æquidistat: recta g h, sectio communis meridiani & circuli æquidistantis horizonti reliqui loci, qui ad æquatorē propius accedit. Arcus autem f h, æqualis po-



natur arcui p r,& vterque eorum æqualis distantiæ solis ab horizonte,cum superiꝰ hæmisphærium scilicet ante exortum illuminare incipit,aut post occasum illustrare desinit. Præterea à punctis l, s, in communibus sectionibus diametrorum e f,o p,cum recta i K.perpendiculares l y,s x, deducātur in rectas lineas g h, q r. Igitur bina triangula rectangula contemplabimur y l m,x s t, in quibus latus l y, lateri s x,æquum est:nam vtrumque eorum sinui recto arcus f h,aut p r,æquale existit,vt ex eis quę antea demonstrauimus liquet: & angulus l m y, angulo a n e altitudinis æquatoris æqualis est, per secundam partem 29. propositionis primi libri Euc. bis sumptam. Item angulus s t x,similiter ostendetur æqualis angulo a n o, reliquæ altitudinis æquatoris: est autem ipse angulus a n e,angulo a n o,maior,igitur angulus l m y, angulo s t x.maior est. Porro latꝰ t x,lateri m y æquale esse non potest.nam quum anguli ad y, x,recti sint,& ipsa latera l y,l x, æqualia, duo anguli l m y, s t x.per quartam propositionem primi inter se æquales essent. Nec eo minor esse potest,quando quidem producta ipsa recta linea t x,ex parte t, donec æqualis fieret ipsi m y,vt in pūcto z,cōnexaq; s z,essent in duobus triāgulis y l m,x s z,duo anguli l m y,s z x inter se æquales per quartam propositionē primi: at vero angulus s t x,angulo s z x, maior est per 16.propositionem primi: & maior igitur esset angulo l m y,per communem sententiam. At quia huius oppositum modo demonstrauimus,relinquitur rectā t x,recta m y, maiorem esse & maiora igitur erūt bina quadrata ex s x,t x,quam quadrata ex l y, m y, idcirco in duobus illis triangulis rectangulis y l m, x s t,maius erit quadratum ex s t, quam ex l m.per 47. propositionem primi Euc.& communem sententiam: & ideo recta ipsa linea s t,maior erit quam l m,centro propinquior. Propterea per pendiculares insidentes ipsius meridiani plano super punctis l m,minorem arcum circumferentiæ paralleli resecabunt,quam quæ super punctis s t,insistunt,per ea quæ in lemmate appendicis tertiæ demonstrauimus. Et quoniam hæ communes sectiones sunt concepti paralelli,cum horizonte loci borealioris, & ei æquidistante sub terra: illæ vero communes sectiones eiusdem paralleli cum horizōte reliqui loci,& ei æquidistante. Igitur sole obtinēte borealia signa, in locis borealioribus lōgiora crepuscula fiunt, quod primū demonstrare oportuit. Secundum quod proposuimus hoc modo demonstrabimus. Manifestum est enim ex eis quæ in primo lēmate,& appendice tertia ostensa sunt, communes illas sectiones quæ fiunt à concepto parallelo solis, tam cum horizontibus, quam cum eis æquidistantibus,super plano descripti meridiani perpendiculares esse. Igitur communis sectio eiusdem paralleli & horizontis loci borealioris, cū diametro i k,rectos angulos faciet super punctos s, ipsaque communis sectio ad punctum s, terminata,sinus rectus erit arcus veri seminocturni,qui quidem ab occasu solis vsque ad angulum mediæ noctis computari solet: vel ab angulo mediæ noctis vsque ad exortum. Idcirco recta s K,eiusdem arcus seminocturni sinus versus. Præterea communis sectio concepti paralleli & circuli æquidistantis ipsi horizonti loci borealioris,super punctō r,cum recta i k,rectos angulos faciens,sinus rectus est arcus seminocturni manifesti: & recta igitur r K, eius arcus sinus versus erit. Eum autem appellamus seminoctiurnum manifestum, qui ex semi-

noctur-

nocturno vero relinquitur, crepusculi intercapedine subtracta. Erit idcirco recta linea s t, differentia sinuum versorum seminocturni veri, & seminocturni manifesti. Eodem modo demonstrabitur rectam l m, differentiam esse duorum sinuum versorum, quorum vnus respondet arcui seminocturno vero, & alter seminocturno manifesto reliqui loci, qui ad æquatorẽ vergit, cuius altitudo poli est arcus b f. Porro huius arcus complementum est arcus c f, angulum subtendens in circuli centro f n c, æqualẽ quidẽ angulo l m y, ex opposito iacenti in parallelogrãmo, vt propositio 34. primi libri Eu. probat. Similiter arcus c p, complementũ existit arcus b p, altitudinis poli loci borealioris, angulumq; subtendit p n c, æqualẽ angulo s t x, in parallelogrãmo ex opposito iacenti. Iam vero his ita constitutis, hoc modo demõstrationẽ nostram concludemus: in triangulo y l m, sicut sinus rectus anguli l m y, ad sinum totũ, ita recta l y, ad rectam l m, rursum in triangulo x s t, sicut sinus totus ad sinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x: & quia rectæ l y, l x, inuicem sunt æquales, erit igitur sicut sinus totus ad sinũ anguli s t x, ita s t, ad rectam l y, per septimam propositionem quinti. Quare per. 23. propositionem eiusdem quinti libri, sicut sinus anguli l m y, ad sinum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam l m. Atqui sinus anguli l m y, æqualis est sinui complementi arcus b f, & sinus anguli s t x, æqualis sinui complementi arcus b p, ipse autem arcus b f, altitudo est primi loci minorq;, arcus vero b p, altitudo secundi loci maiorq;. Igitur sicut sinus rectus cõplemẽti minoris altitudinis poli, ad sinũ rectũ cõplemẽti maioris altitudinis, ita differentia sinuum versorũ seminocturni veri & manifesti loci borealioris, ad differentiam sinuum versorũ seminocturni veri & manifesti loci minoris altitudinis, quod demonstrandum proposuimus. Iterumque hoc priorem partem ostendit. Quanquam vero presentẽ demonstrationẽ ordinauimus ad parallelum solis borealem, nihilominus absq; vlla varietate eandẽ accõmodare poterimus ad australes parallelos: similiter & ad æquatorem circulũ, in quo quidẽ ipsæ rectæ lineæ quas diximus differẽtias esse sinuũ versorũ seminocturnorũ verorũ & manifestorũ, sunt etiã æquales sinibus rectis magnitudinum crepusculorum. Siquidem vtraque earum ad æquatoris centrum terminatur.

Lemma.

Assumebatur in demõstratione sinum rectũ anguli l m y, ad sinũ totum, & rectam l y, ad rectam l m, in eadẽ esse ratione. Preterea quod in triangulo x s t, sicut idem sinus totus ad sinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x. Hoc autem vt ostendatur, recta m y, in rectum extẽsa, super puncto m, interuallo l m, arcus anguli l m y, describatur a l. Deinde super puncto t, ad mensuram semidiametri l m, arcus b c, anguli s t x, describatur, & à puncto b, super rectam t x, perpẽdicularis deducatur b d. Igitur prior lemmatis pars liquidissime constat: est enim eadem recta l y, sinus rectus anguli l m y, & recta l m, sinus totus, nẽpe circuli semidiameter. Posterior quoque pars manifesta est: nã bina triangula x s t, d b t, æquiãgula sunt, per 32. propositionẽ primi & cõmunẽ sententiam: igitur per quartam propositionẽ sexti libri vt b t, sinus totus priori equalis, ad b d, sinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x.

Sed vt nostrę appendicis demonstratio id concludere possit, quod secũdo demonstrandũ proposuimus, operę pretium est, has omnes rationes ad eum sinum totum referre, qui semidiametro descripti meridiani sit ęqualis. Quapropter rectas lineas l m, m y, extendemus in rectum, ad æqualitatem semidiametri descripti meridiani:

diani: similiter & s t, t x, & super centris m, t, circunferentias in quibus anguli l m y, s t x, subtendātur, describemus: earū vero sinus rectos deducem' hoc est perpēdiculares in rectas m y, t x, quas ad ęqualitatē semidiametri meridiani produximus. Igitur quēadmodū circa bina triāgula x s t, d b t, demōstrauimus, ostēdemus & in his figurationibus, quòd sicut sinus rectus anguli l m y, ad sinū totū, nempe circuli semidiametrū ęqualēque semidiametro descripti meridiani, ita l y, ad l m: Rursum sicut sinus totus, eiusdē meridiani semidiametro æqualis, ad sinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x, ob ęqualitatem angulorum, & similitudinem triangulorum. Ex his itaque quod appendix proposuit, rectè concluditur. Nam propositio 23. quinti libri probat, quod sicut s t, ad l m, ita sinus rectus arcus āguli l m y ad sinū rectū arcus āguli s t x, id que in circulis ęqualib' descripto meridiano: est aūt sinus anguli l m y, æqualis sinui cōplemēti arcus b f, & sinus āguli s t x, ęqualis sinui cūplemēti arcus b p, siquidem in æqualibus circulis æquales anguli in ęqualibus arcubus subtenduntur, per 26. propositionem tertij: æqualesque arcus æquales habēt sinus, vt in primo lēmate. Idcirco per septimā propositionē quinti cōcluditur, rectā s t, ad rectā l m, & sinū cōplemēti arcus b f, ad sinū complementi arcus b p, eandem rationem habere.

PARS SECVNDA.

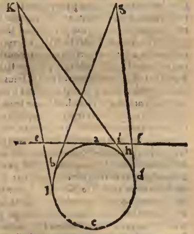
PROPOSITIO PRIMA.

Arcum distantiæ solis ab horizonte, in principio crepusculi matutini aut fine vespertini, stabilem esse non posse, sed pro tēporū vicissitudine necesse sit variari, demonstrare.

SED certe primū illud fundamentū falsum existimari debet. Nulla enim distātia solis ab horizonte in hemisphęrio infero, quæ crepusculum efficit, certa & stata esse potest. Nam crepusculum matutinū tunc auspicatur, cum in nostro hemisphærio aër splendescere incipit. Porro tunc incipit, cum lumen solis in superficie horizontis primum reflecti potest. Tunc autem potest, cum aër cui occurrit, non omnino purus est: sed ob vaporū permistionē crassior densiorq; quā qui à terra nimium abest. Quod si vapores accidat à terra multum distare, reflectetur tunc temporis lumen solis à maiori arcu sub horizonte: sed si parum à minori. At vero manifestū est, summam vaporum eleuationem varietatem suscipere, & excelsiorem aliam alia pro temporum vicissitudine fieri. Igitur nec arcus ipse verti-

calis

ualis circuli, quo sol ab horizōte distat, certus, statusque permanebit. Hoc autem vt lucidius constet, operæpretium est vt causas crepusculi referamus. Esto enim a b c d, maximus terræ circulus, intra superficiem maximi cuiusdam circuli verticalis, qui ante diluculum per solē & regionis verticem meat. Centrū visus sit a, recta linea e a f, descriptum circulū tangat in pūcto a, Intelligatur autem hoc ipso nocturno tēpore conus vmbræ terræ d f g b. Aër igitur intra huiusmodi vmbræ conum consistens, non illuminabitur à sole. Sed quanquam radius solaris perueniat ad punctum f, & ad alia puncta extra vmbrā, aër tn̄ illic existens idcirco non apparebit illuminatus, quia propter magnā à terra distantiam, purior tenuiorque est, quàm vt reflexionem efficere possit. Igitur concipiamus solē moueri ad principium vsq; crepusculi matutini, quādo scilicet aër splendescere in-



cipit. Referatq; iterū circulus a b c d, maximū terræ circulum, sub eo verticali qui ipso tēporis momento per solē meat, & a, punctū centrū visus, in quo quidem recta linea e a i, cum tangat conus vmbræ terræ erit h i K l. Quapropter quū ab ipso i, puncto lumen solis primum reflectatur ad visum, aërque qui apud i, primū videatur illuminatus: summa vaporum eleuatio quæ aërem crassiorem reddit, ob idque visibilem eum efficit, erit apud i. Quoniam vero huiusmodi vaporum summa altitudo variabilis est, quippe quæ nōnunquam minus distet à terra quam i. & nōnunquam magis, iuxta variam solis actionem in eam materiam ex qua vapores suscitat: certum est vt quisque facile demonstrare poterit, quod cū minus distiterit à terra quàm i, & minus quoque distabit ipse sol ab horizonte: sed si magis similiter & maiori arcu ab horizonte distabit. Non poterit igitur distantia solis ab horizonte apud initium crepusculi matutini, aut vespertini finē, certa stataq; permanere, quod erat demōstrandū. Cæterū Strabo ad calcē secundi libri Geographiæ, hāc distantiā statuit gradus habere 17 & dimidiū. Nā circa Borysthenē inquit, secundum vrsales locos horizontis, in omnibus fere æstiuis noctibus illuminatur à sole, ab occasu vsq; ad ortū, circūuertēte se luce. Abest enim æstiuus tropicus ab horizōte, vnius animalculi semis & duodecima parte, quantū distat sol ab horizōte secundū intēpestā noctē. Ex quibus elicitur polū borealē in eis locis, eleuari supra horizontē gradibus 48. & dimidio. Quippe distantiā inter æquinoctialē & tropicū quatuor sexagesimas partes maximi circuli habere posuit, nēpe gradus 24. Igitur distantiā æstiui tropici à polo boreali, gradus 66. eo tēpore habuisse necesse est: ex ijs detractis $17\frac{1}{2}$, qui sunt in dimidia parte atq; duodecima vni⁹ signi relinquuntur gradus $48\frac{1}{2}$ altitudinis poli supra horizontē, quod itē ex eo numero stadiorū colligitur, quo ea loca ab æquinoctiali distare supposuit. Refert etiā idem author, Hipparchū dixisse, ad Borysthenem & Galliam totis æstiuis noctibus solis splendorem ab occasu ad ortum ambientem illucescere. Verumtamen omnia illa ambigua mihi sunt: præsertim quòd secum pugnare videantur. Allacen vero huiusmodi distantiam solis ab horizonte, gradus habere subiecit 19. nulla ratione suffultus. Deinde Vitelo eo iunior, & à quo vniuersum fere ingens illud opus suum de ratione videndi mutuatus est, gradus etiam 19. continere scribit, idq; instrumento armillarum aut tabulis per obseruationem astronomicam deprehendisse. Denique recentiores omnes prædictam distātiam gradus 18. habere subijciunt. Quod si vnusquisque horum authorum tantam verè deprehendit distantiam solis ab horizonte in principio crepusculi matutini, quantam asseruit: negare iam non possumus eā variabilē esse: sin minus, nulla eorum authoritate moueri debemus, quo minus huiusmodi distantiam varietatem suscipere credamus. Verū dū artē tradere molimur,

Strabo.

Hipparchus.

Allacen.

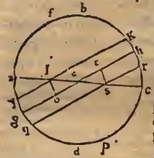
Vitelo,

qua huiusmodi distantia recte deprehendi pos sit, tantã interea eam esse supponemus, quantã recentiores astrologi, graduum videlicet. 18.

Propositio. II.

Concepti puncti eclipticæ declinationẽ inuenire. Ratio enim sinus totius ad sinum rectum maximæ declinationis, sicut ratio sinus recti arcus distantiæ à sectione vernali aut autũnali, ad sinum rectũ declinationis eiusdem puncti.

Circulus a b c d, esto colurus solstitia distinguens: b, d, poli eclipticæ: f, p, æquatoris poli: huius & eclipticæ communis sectio sit recta a c, recta vero g h, eiusdem coluri & æquatoris cõmunis quoq; sectio. Hæ igitur cõmunes sectiones quia circulorum maximorum Diametri sũt p Theodosiũ, super centro mũdi e, se interseca-



bunt. Porro circuli æquatori æquidistantis, per conceptum eclipticæ punctum venientis communis sectio, atque descripti coluri, esto aut recta y K, aut q r: harum vero & rectæ a c, intersectiones sint pũcta l, s: à quibus super rectam g h, ad rectos angulos deducãtur binæ rectæ lineæ l o, s t. Igitur quoniam æquatoris & eclipticæ poli in ipso coluro sunt, vtrũque circulum colurus ad rectos angulos secat per 19. propositionẽ primi libri Theodosij: quare eorum cõmunis sectio plano eiusdẽ coluri ad rectos angulos erit: eius vero extrema puncta ad initia arietis & Libræ terminari necesse est. Similiquoque ratione demonstrabitur, communes sectiones circulorũ æquidistantiũ & eclipticæ eidẽ plano coluri super punctis l s, ad rectos angulos esse. Igitur si posuerimus a, initiũ Cãcri, & c, initiũ Capricorni, erit cõmunis sectionis quæ super l, pars ad ipsum l, terminata, sinus rectus distantię cõcepti pũcti borealis ab initio Cancri: & recta e l, æqualis sinui recto cõplementi quadrãtis, nẽpe distãtiæ cõcepti pũcti ab initio Arietis, aut libræ, per 28. & 34. propositionẽ primi libri Euc. Similiter communis sectionis quæ super s, pars ad ipsum s, punctum terminata, sinus rectus erit distantiæ concepti pũcti australis ab initio Capricorni: recta vero e s, æqualis sinui recto distãtię ab initio Arietis aut libræ. At quoniã rectæ lineæ g h, y K, parallelæ sunt per 16. propositionẽ 11. Euc. recta autẽ l o, sinui recto arcus y g, parallela per 28. propositionẽ primi, idcirco per 34. propositionẽ eadẽ recta linea l o, ipsiusq; arcus y g, sinui recto æqualis erit. Arqui vt in primo lẽmate demõstrauimus, arcus inter circulos æquidistãtes eorum circulorũ maximorũ qui p polos ipsorũ æqdistãtiũ veniũt æquales sunt, arcusq; æquales lin' rectos æquales habẽt, igitur per cõmunẽ sententiã recta l o, sinui recto declinatiõis cõcepti pũcti borealis æqualis erit: recta vero s t, æqualis sinui recto declinatiõis cõcepti pũcti australis. Porro in triãgulo rectãgulo e l o, sicut sinus tot' ad sinũ rectũ arcus a g, qui est anguli o e l, maximæ declinatiõis, ita recta e l, ad l o, per lẽma sextæ appẽdicis. Igitur per septimã propõnẽ quarti vt sinus totus ad sinũ rectũ arcus maximæ declinatiõis, ita sinus rectus distãtiæ cõcepti pũcti borealis à proxima sectione vernali aut autũnali, ad sinũ rectũ declinationis eiusdẽ puncti. Idẽ probabitur in triãgulo rectãgulo e s t. Nã sicut sinus totus ad sinũ rectũ arcus c h, maximæ declinationis eclipticæ, angulũ t e s, subtẽdẽtis, ita e s, æqualis sinui recto distãtiæ cõcepti pũcti australis à proxima sectiõne, ad s t, æqualem sinui recto declinationis eiusdẽ pũcti. Quapropter multiplicabimus sinũ rectũ arcus eclipticæ quo conceptum punctũ à proxima sectione abest, in sinũ rectũ maximæ declinationis, productũ diuidem' per sinũ totũ, vltimas quinq; figuras abijciẽdo, & prodibit ex huiusmodi partitione sinus rectus declinationis cõcepti pũcti eclipticæ: idcirco p tabulã sin' recti declinatio ipsa innotescet: borealis quidẽ si cõceptũ pũctũ locũ habuerit in signis borealibus, australis si in australib'. Sed si declinatio nota proponeretur, & arcus distantiæ ignotus, illorũ quatuor terminorũ proportionaliũ primũ in quartum perducere oporteret, productũq; per secũdum

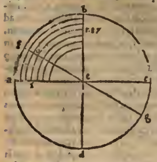
diuide

diuidere, ex huiusmodi enim partitione tertius terminus notus prodiret, nempe sinus rectus quæsitæ distantiæ. Hæc documenta numerorum proportionalium eliciuntur ex 16. propositione sexti libri, aut 19. septimi Euclidis. Et ex hac demonstrandi arte liquet, eclipticæ puncta quæ æquali distant interuallo, ab alterutra sectione aut vernali aut autũnali, æquales declinationes habere. Sunt enim duo illa triangula e l o, e s t, æquiangula: quapropter si arcus distãtiarũ ponãtur æquales, vel per 4. sexti vel 26. primi rectã o l, rectæ s t, æqualẽ esse cõcludemus. Idcirco sinus recti declinationũ æquales: & arcus quoque ipsi æquales, quod per alios syllogismos demonstrari solet. Præterea ex hac manifestũ est, puncta eclipticæ quæ ab alterutro tropicorũ pũctorũ æquali distant interuallo, æquales declinationes habere: sub vno enim circulo æquatori æquidistante cõprehẽdũtur. Nam recta linea communis sectio eclipticæ & æquatori æquidistantis, quæ super l. colurũ ad rectos angulos secat, in ipso l. puncto cum diametro a c, rectos angulos facit. per secũdã diffinitionem vndecimi libri. Igitur per ea quæ in primo lẽmate demonstrauimus, ipsa cõmunis sectio in duos sinus rectos æquales æqualiũ arcuum, qui ad a. punctũ terminatur, super l. pũcto diuisa est. Hoc etiam seorsum demonstrauit eiusdem primi lẽmatis postrema pars.

Propositio. III.

Instrumentum quoddam construere, ad obseruationes astrorum valde opportunum, quo vid licet eorum eleuationes examussim deprehendi possint.

Construatur enim Astrolabium quàm exactè fieri possit, dioptramq; habeat, hoc est regulam quæ super centro voluitur, quàm rectissimam ad hanc tabellæ vt fieri solet erectæ sint: quarum meatus maiores non sint quàm vt per ea lucidiora fixa sydera distinctè videri possint. Esto exempli gratia huiusmodi astrolabij plana vna atque circularis superficies a b c d, diametrisque a c, b d. in quadrantes diuisa: eius centrum sit e, punctum. Super hoc intra ipsam circunferentiam, quantouis interuallo (pari aut impari nihil refert) alius intra alium circulorũ quadrantes describantur numero 44. Exterior quadrãs vt a b, in nonaginta æquales partes



diuidatur. Interiorũ vero ei propinquior in partes æquales 89. Sequẽs deinde in 88. & qui hũc proxime sequitur in 87. et ita deinceps hoc ordine progrediatur, donec ad vltimũ interiorum minimũq; perueniatur, qui in partes æquales 46. secabitur. In quolibet quadrante singulæ denæ partes tenuissimis quibusdã lineolis, parũ circũferẽtiã prætergrediẽtibus notentur. Nã nisi Astrolabiũ ingẽtis magnitudinis esset, si quinæ aut denæ partes numeris distinguerẽtur, præ nimia interuallorũ angustia, magna cõfusio accideret. Numerus autẽ partiũ quas vnusquisq; quadrans habet, prope vnũ eius extremũ iuxta semidiametrũ scribatur. Vt si supputatio fiat ab a, versus b, super ipso b, pũcto 90, scribãtur notis algoristicis: sub vero iuxta diametrũ e b, reliqui numeri suis debitisq; locis collocabũtur. Igitur hac arte numerus graduũ nonaginta quẽ vnusquisq; quadrãs etiã interior habere intelligitur, & si in pauciores partes diuisus proponatur, omnẽ aliquotã partẽ actu habet, quæ à quouis numero nonaginta minori denominatur: nempe dimidiã partẽ totius, tertiã, quartã, quintã, sextã, septimã, octauã, nonam, decimã, vndecimã, duodecimam, & reliquas singulatim vsque nonagesimam, quã exterior quadrãs actu habet. Nã quod à minoribus partibus ad maiores progrediendo vsq; ad quadragesimã sextã, aliquotas partes habeat, videlicet nonagesimã, octogesimam nonam, octogesimam octauam, & reliquas, nemo inficiabitur. At quod & cæteras quoque habeat, quæ ab ijs numeris denominantur, qui inter vnitatem sunt atq; 46, hinc facile constare poterit, quod qui numerũ aliquẽ in numerum diuidit, diuidit & ipsũ subduplũ, sub quadruplũ, cæterosq; numeros sub multiplices quos diuidẽs numerus habet: vt q diuidit in nonagita, diuidit & in

 quadra

quadraginta quinque, & qui in 88, diuidit & in 44, & ita deinceps in cæteris. Arqui singuli numeri à 23. vsque 45. subdupli sunt eorũ qui in serie numerorũ disponũtur à 46. vsque 90. vno semper intermisso: & hi quoq; aliorũ minorũ multiplices sunt, & ita in reliquis, alij ad alios eodẽ modo se habent, vsque ad vnitatem. Igitur numerus ipse graduũ nonaginta quę in vnoquoq; quadrante contineri intelligimus, p prædictas diuisiones omnẽ aliquotã partẽ habet, à dimidia vsq; ad nonagesimã. Hactenus de instrumenti structura: vsus vero per quã facilis erit. Libeat enim nocturno tẽpore, cuiusuis stellæ altitudinẽ supra horizontẽ ex amussim deprehendere: attollemus huiusmodi Astrolabiũ in sublime supra oculũ, ita vt ex armilla suspensoria pũcto b, affixa libere pẽdeat, & eius latus a b, ad stellã ipsam dirigemus, dioptrãq; sensim sursum atq; deorsum versus torquebimus, quoad per vtrunq; foramen obseruatã stellã pspiciamus. Quoniã vero vix vnquã dioptra descriptis quadrantibus superponitur, quin secundũ aliquã diuisionis notã aliquẽ eorũ inter secet, considerabimus numerũ partiũ integrarũ quẽ abcisa portio habet, numerũ præterea in quẽ totus ipse quadrans diuisus fuerit, & per cõmune documentũ numerorũ proportionaliũ, has partes in nonagesimas partes quadrantis, quas gradus appellare consueuimus, hoc modo conuertemus. Multiplicabimus earũ numerũ in nonaginta, productũ diuidemus per numerũ partiũ totius quadrantis, & prodibit ex ea partitione numerus graduũ quẽ ille partes habẽt. Sed si numerꝰ aliquis ex diuisione relinquatur (vt sepe numero cõtingit) multiplicabimus eũ in sexaginta, productũ diuidemus per prædictũ numerum partium totius quadrantis, cõmunem diuisorem, & prouenient minuta prima. Relictũ quoquo numerum ex huiusmodi partitione iterum multiplicabimus in sexaginta, productumq; diuidemus per cõmunẽ diuisorẽ: & prouenient secunda minuta: & ita deinceps fiet quoadusque aut nihil ex partitione relinquatur, aut minutiæ quæ ex partitione proueniunt, ob earũ paruitatẽ contẽni debeant. Exẽplum: obseruata altitudine alicuius stellæ, habeat in Astrolabio extrema linea dioptræ per centrum veniens, quam fiduciæ lineam Astronomi appellant, eam positionem quam diameter f g: secetque quadrantem i r, partium æqualem 87. in puncto o, & ipse arcus altitudinis o i, partes comprehendat triginta. Igitur multiplicabimus 30. in 90. fientq; 2700. hunc numerum diuidemus per 87. & venient ex partitione gradus 31. sed relinquentur 3. hũc numerum multiplicabimus in 60. & fiẽnt 180. denique diuidemus 180. in 87. communem diuisorem, & venient ex partitione minuta prima duo, numerusq; relictus erit 6: hunc deinde multiplicabimus in 60. ad colligenda minuta secunda, fientq; 360. hæc diuidemus per 87, & prodibũt ex partitione minuta tertia quatuor: sed relictus numerus erit 12. hoc igitur ducto in 60. productoq; diuiso per cõmunem diuisorẽ, venient minuta quarta octo, at relinquẽtur ex partitione 24. Et eadem prorsus arte progredienur quoad libuerit. Cæterum vt huiusmodi instrumentum obseruationibus solis cõmodius inseruire possit, fiant in erectis tabellis alij duo meatus angustissimi: per eos enim interdiu radius solis ingrediens, eius altitudinem supra horizontem certius cõmõstrabit.

Propositio. IIII.

Per meridianam solis altitudinem, eleuationem poli supra horizontẽ loci in quo fit obseruatio, latitudinẽ vẽ regionis inuenire.

P Er locum solis cognitũ eius declinatio habeatur, hęc vero quadranti adiungatur, si australis fuerit, sed auferatur si borealis: numerus enim qui ex huiusmodi adiectione aut subtractione prodierit, distantia solis erit à polo mundi arctico. Deinde sit ne polus horizontis inter solẽ & polum arcticum, an econtrario sol inter horizontis polum & mundi polũ arcticũ constitutus sit, ex vmbra meridiana in superficie horizontis porrecta eliciemus. Nam si ea vergat ad septentriones, manifestũ est polũ horizontis inter solem & ipsum borealẽ polũ situ esse: sed si ad austrũ, necesse est solem inter polum mundi arcticum & horizontis polum positionem habere. His itaq; præcognitis obseruabimus per Astrolabiũ, cuius constructionẽ in præcedenti propõne docuimus, maximã solis altitudinem: hanc vero meridiano tempore eũ habere necesse est: huius maximæ altitudinis solis cõplemẽtum, nempe distantiam inter polũ horizontis & solem in Astrolabio supputabimus, quam auferemus ab eo arcu quo sol à polo mundi arctico

arctico distat, si polus horizontis inter ipsos inuentus fuerit: at eandem adijciemus, si econtrario sol inter polum horizontis & mundi polū arcticū locū habuerit: arcus enim qui aut eiusmodi subtractione relictus fuerit, aut additione conflatus, distantia erit poli horizontis à polo mundi arctico. Iam igitur loci quē incolim⁹ latitudo ignorari non poterit. Nam si is arcus quadranti æqualis fuerit, erit nimirū horizontis polus sub Aequatore collocatus. Si vero inæqualis: differentia eius à quadrante latitudo loci nuncupabitur: borealis quidem si inuentus arcus quadrante minor fuerit: at australis si maior. Vbi autē meridiana solis altitudo quadranti æqualis fuerit, loci latitudo in quo id deprehensum fuerit, & declinatio solis inuicem æquales erunt. Porro latitudinem loci altitudini poli mundi supra horizontem æqualem esse, sola communis sententia demonstrat. Caeterum meminisse oportet, quædam esse loca quibus sol ad quoddam tempus nec oritur, nec occidit, sed perpetuo eleuatus cernitur: supra quorum horizontes duas altitudines meridianas habet, alteram maximam, alteram minimā intra quatuor & viginti horas. In his vtemur etiā maxima altitudine, nihilque operatio variabitur. Possunt præterea interdiu locorum latitudines inueniri citra meridiem. Nos enim vt in eo commentario quod ad artem nauigandi, materno sermone conscripsimus videre licet, artem excogitauimus, qua omni diei tempore, hora & meridiani positione ignotis existentibus, eleuatio poli mundi supra horizontem, simul atq; hora, & ipsa meridiani positio inueniantur: idque etiam si medio aberrantes pelago, aut in solitudinibus degentes, non solū horam & meridiani positionem ignoraremus, verum etiam & solis locum eiusque declinationem, & denique annum atque diem in quo huiusmodi obseruatio fit.

Propositio. V.

Ex data loci latitudine altitudine vè poli supra horizōtem, astri meridianum possidentis declinationem deprehendere.

PER tertiam propositionem obseruetur examussim propositi astri altitudo cum meridianum occupauerit. Tum vero si recesserit à polo horizontis ad partes poli manifesti qui eleuatus cernitur, iungemus complementum altitudinis eiusdē astri, arcui latitudinis loci in quo fit obseruatio: numerus enim ex his duobus conflatus si quadrantem non superauerit, erit ipsius astri declinatio: Sed si quadrante maior inuētus fuerit, auferemus eum à semicirculo, & relinquetur propositi astri declinatio, eiusdem denominationis cum latitudine loci. At si recesserit à polo horizontis ad partes poli occulti, facta collatione inter latitudinem loci & complementum altitudinis astri: si æqualia inueniantur, propositum astrum declinatione carebit. Sed si inæqualia, auferatur minor numerus à maiori, relinqueturque ipsius astri declinatio, eiusdem denominationis cum ea quam latitudo loci habet, si latitudo ipsa maior inuenta fuerit, sed oppositæ si maior. Verumenim vero si nulla distātia repetta sit inter astrum & horizontis polum, astri declinatio latitudini loci æqualis erit, & ad eandem partem. Huius & præcedentis propositionis demonstrationes quoniā facillimæ sunt, consulto prætermisimus.

Propositio. VI.

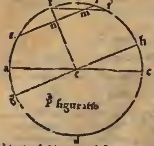
Ex longitudine latitudineque stellæ datis, eius declinationem, & vicissim ex latitudine atque declinatione eius longitudinem, rectamque ascensionem inuenire. Nam sicut quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinibus rectis maximæ declinationis Eclipticæ & complementi latitudinis stellæ, ita sinus versus longitudinis eius ab alterutro punctorum tropicorum initium capientis, ad quandam rectam lineam, quam non ab re argumentum declinationis appellabimus. Ea enim æquali existente sinui recto complementi differentia duorum prædictorum arcuum, nulla prorsus habebitur declinatio. At vero si inæqualis fuerit, erit nimirum ipsarum rectarum differentia, sinus rectus quæsitæ declinationis: eiusdem quidem denominationis

cum latitudine, si minor: sed opposita si maior. Porro si latitudo borealis fuerit, computari debet stellæ longitudo à capite Cancri, secundum signorum consequentiam, si modo in Ecl ptica medietate descendenti posita fuerit: contra vero si in ascendenti. Sed à capite Capricorni ord.ne contrario si australis.

Alter. Si concepta stella intra polum Ecliptica Arcticum sita est, & eum æquidistantem Australem qui ab Ecliptica arcu maxima declinationis vndique recedit: quomodo se habet quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinibus rectis maxima declinationis Ecliptica, & complementi latitudinis stellæ: ita sinus versus longitudinis eius à capite Cancri, ad quandam rectam lineā Qua æqua li reperta sinui recto complementi differentia duorum arcuum, quorum vnus est ipsa maxima declinatio, alter vero distantia propositæ stellæ à polo Ecl pticæ boreali, nulla prorsus habebitur declinatio. At eidem sinui recto inæquali existente. erit nimirum ipsarum rectarum differentia sinus rectus quæsitæ declinationis: borealis quidem si minor, australis autem si maior. Sed si proposita stella in concepto circulo posita sit, quartus proportionis terminus sinus rectus erit suæ declinationis australis. Iam vero si extra eum, quartus terminus proportionis simul cum sinu recto eius arcus quo stellæ latitudo maximam declinationem excedit, sinum rectum declinationis australis conficiet.

Verumenimuero proposita stella latitudine carente, sicut sinus totus ad sinum rectum maxima declinationis Ecliptica, ita sinus rectus eius arcus quo distat à proxima sectione aut vernali aut autūnali, ad sinum rectum declinationis quā habet.

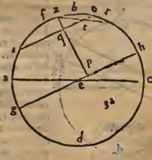
ET si multis modis id quod præsens problema inquirendum proponit, inuenire possemus: malui tamen ea demonstrandi arte, eisque figurationibus vti, quibus ab initio huius opusculi vsi sumus: nec iniuria. Nā præter hoc quod iuxta hanc methodum paucissimis multiplicationibus ac diuisionibus negotium absoluitur, habent huiusmodi schemata pulchrū quoddam, quod alibi meis demonstrationibus quoad potui, immiscere consueui. Referūt enim adeo vere in plano vnius meridiani cælestiū circulorum superficies, vt in eisdem velut in instrumento quodam, absque numerorum exercitio quod inquirendū proponitur, cognoscere possimus. Esto igitur circulus a b c d cuius centrum e, colurus qui per principia Cācri & Capricorni venit, punctum f, polus mundi Arcticus. h, polus Eclipticæ proximus: recta a c, sectio Eclipticæ: g h, sectio Aequatoris. Ponamus præterea eam stellam cuius declinationem metiri volumus, latitudinē borealē habere, æqualemque complemento maximæ declinationis Eclipticæ, vt in prima figuratione, cumque circulum intelligamus ipsi Eclipticæ parallelum qui per centrū stellæ trāsit: eius sectio est o f is circulus ille deinde cōcipiatur æquatori parallel⁹, quē stella ipsa motu diurno describit eius sectio cū n l. Igitur recta linea horū duorum circulorum communis sectio, ad stellamque



Iamque propositam terminata, plano descripti coluri super puncto m, rectarum f i, K l, intersectione, ad rectos angulos erit, per 19. propositionē primi Theodosij, & vndecimi Euc. Itaque recta f m, sinus versus erit distantiæ propositæ stellæ ab initio Cancri in ipso cōcepto parallelo Eclipticæ, quam quidem computare debemus secundum consequentiam signorum, si locū habet in semicirculo Eclipticæ descendēti, sed contra si in ascendenti, vt huiusmodi distantia semicirculo minor euadat. Cōnectatur autē f e, quæ rectā K l, secet super pūcto n. Quoniā vero rectæ lineæ g h, k l, parallelæ sunt: item a c, f i, parallelæ per 16. propositionē vndecimi libri Euc. Idcirco angulus f m n, triāguli n f m, angulo a e g, maximæ declinationis eclipticæ æqualis erit per primam partem 29. propositionis primi libri Euclidis bis assumptam: angulus autē f e h, rect⁹ est, quia f g, f h, quadrātes, quod item decima primi Theo. demōstrat: igitur angulus f n m, per secundam partē eiusdē vigesimæ nonæ propositionis primi rectus etiā erit. Quapropter in ipso triangulo f n m, sicut sin⁹ totus ad sinū rectum arcus anguli f m n, ita recta f m, sinus versus longitudinis stellæ ab initio Cancri inchoatæ in concepto parallelo latitudinis, ad rectam f n, per lēma sextæ appendicis. Atqui sicut idem ipse sinus totus nempe semidiameter a e, ad sinum rectum complementi latitudinis stellæ, semidiametrum videlicet concepti paralleli latitudinis, sic sinus versus longitudinis eiusdē stellæ secundus gradus eclipticæ computatæ, ad rectam f m, per lēma quintæ appendicis: idcirco ratio sinus versi longitudinis stellæ secundum eclipticæ gradus, ad rectā f n, ex eisdem rationibus componitur, eis quas habet sinus totus ad sinū rectū arcus anguli f m n, angulo maximæ declinationis æqualis, & ad sinum rectum cōplementi latitudinis ipsius stellæ. Proterea per 23. propositionem texti libri septima quinti adiuuante, sicut quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinibus rectis maximæ declinationis Eclipticæ & complementi latitudinis stellæ, ita sinus versus longitudinis quā habet, ad rectam f n. Quoniā autem complementum latitudinis stellæ æquale ponitur arcui b f, polorum interuallo, & ipse b f, arcui a g, maximæ declinationis eclipticæ æqualis est per communem sententiam: hinc fit vt nulla relinquatur differentia inter maximam declinationem & cōplementum latitudinis stellæ: igitur totus quadrans g f, complementum differētiæ quodāmodo appellari potest ipsorum æqualium arcuum: & sinus totus e f, huiusmodi complementi sinus rectus. Hic vero rectam f n, quartum proportionis terminū recta e n, excedit: deinde ipsa e n, sinui recto arcus g k, æqualis est per 28. & 34. propositionē primi: at vero g k, & declinationis stellæ arcus, æquales sunt, æqualesq; habent sinus rectos per ea quæ in primo lēmate demonstrauimus. Igitur per communem sententiam subtracta recta f n, quarto proportionis termino è recta e f, sinu toto quem sinum rectum complementi differentiæ duorū prædictorū arcuum appellauimus, relinquetur sinus rectus quæsitæ declinationis. Atqui per commune documentum numerorum proportionalium quartus ipse proportionis terminus innotescit: igitur & sinus rectus quæsitæ declinationis notus relinquetur. Quare & ipsa declinatio per tabulam sinus recti nota. Sed ponatur vt in secunda & tertia figura

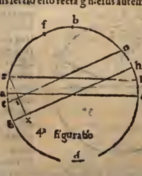


tione, latitudo stellæ itē septentrionalis, eiusq; cōplemētum maximæ declinationi inæquale: sectio circuli per cētrum corporis stellæ venientis q eclipticæ æquidistās esto z r, ei⁹ autem qui æquatori æqdistat esto s o. Igitur arc⁹ b z, æqualis erit cō

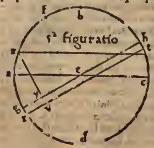


plemento latitudinis stellæ: est autem b f, æqualis maximæ declinationi eclipticæ: idcirco arcus z f, differētia maximæ declinationis eclipticæ & complementi latitudinis stellæ. Ducatur autem à puncto z, recta linea z p, perpendicularis

cularis in g h: quoniā vero f g, aut f h, quadrans existit, erit ipsa recta z p, sinus rectus complementi arcus z f. Porro rectarum z p, s o, intersectio sit super puncto q, itaque recta linea p q, æqualis erit sinui recto arcus septentrionalis g s, ipse vero arcus g s, æqualis declinationi propositæ stellæ: recta igitur z q, differētia erit duorū sinuum rectorum, quorum vnus est declinationis stellæ, alter vero complementi differentiæ duorum prædictorum arcuum, nempe maximæ declinationis eclipticæ, & complemēti latitudinis eiusdem stellæ. Atqui anguli trianguli q z t, ęquales sunt angulis trianguli n f m, primæ figurationis: est enim angul⁹ ad t, æqualis angulo maximæ declinationis: præterea angulus ad q, rectus. Igitur concludemus quēadmodum in ipsa prima figuratione quatuor terminos sub eadē ratione proportionales. Quorū primus, quadratū sinus totius. Secundus, rectangulum contentum sub sinibus rectis maximæ declinationis eclipticæ & complementi latitudinis stellæ. Tertius, sinus versus longitudinis eiusdē stellæ ab initio Cancri inchoatę. Quartus denique recta z q. Primi autem tres termini noti supponuntur, idcirco & quartus innotescet per cōmune documentum numerorum proportionaliū. Proinde auferemus ipsam z q, ab recta z p, & relinquetur nota p q, æqualis sinui recto quæsitæ declinationis. Et arcus igitur declinationis per tabulam sinus recti notus euadet. Rursum latitudine septentrionali existente, circuli cuiusdam per conceptam stellam ducti, cui ijdem poli cum mundo sunt, communis sectio esto recta g h: eius autem qui per eandem stellā transit, sed Eclipticæ æquidistat, communis sectio esto z K, vt in quarta figuratione. Igitur arc⁹ z f, æqualis erit differentiæ maximę declinationis



Eclipticæ, & complementi latitudinis stellæ. Deducatur à puncto z, super rectam g h, perpēdicularis z x: igitur recta ipsa linea z x, quartus terminus proportionalis fiet memoratæ proportionis. Porro supponatur sinum rectum cōplementi differentiæ duorum prædictorum arcuum, quorum vnus est maxima eclipticæ declinatio, alter vero complementum latitudinis stellæ, ipsi perpendiculari z x, æqualē esse. Dico rectam lineam g h, sectionem Aequatoris esse: propositamque stellam declinationē carere. Nam si non est recta g h, æquatoris sectio, erit igitur alia, vel supra, vel infra, verumtamen ei æquidistans vt necesse est per 16. propositionē 11. libri. Esto huiusmodi linea recta e n, quæ rectam z x in puncto i, secet. Igitur quoniam anguli ad x, recti sunt, anguli quoque ad i, recti erunt, per 29. propositionem primi. At vero arcus e f, inter polum mundi & æquatorem quadrans est, idcirco arcus e z, complementū erit arcus z f, & recta i z, eius sinus rectus. Erat autem per hypothesim recta z x, æqualis sinui recto complementi arcus z f, æquales igitur inter se i z, z x. per communem sententiam, pars & totum, quod est impossibile. Non potest idcirco æquator colurum secare supra g, nec etiam infra propter idem incommodum. secabit igitur eum super recta ipsa linea g h. Quapropter propositam stellam declinatione carere necesse est. Præterea ponamus latitudine sicut in cæteris septentrionali existente, differentiaq; prædicta z f. circulum ductum per conceptam stellam æquatori æquidistantem, secare vt in quinta figuratione planum coluri super recta linea r t, communi eorum sectione: sinūque rectum complementi arcus z f, esse lineam z y, quā producemus in rectum donec secet rectam lineam r t, in puncto v. Erit igitur quartus terminus proportionis recta linea z v, quæ quidem rectā z y, superabit differētia y v æquali sinui recto arcus g r. Est autem ipse arcus g r, ęqualis declinationi stellæ: æqualesq; arc⁹ æquales sinus rectos habent, per ea quæ in primo lēmate demonstrauimus: idcirco sublata recta z y, ab recta z v, quarto termino, quoties ea minor inuenta fuerit, recta y v, æqualis sinui recto declinatio-



clinationis stellæ nota relinquetur: & declinatio denique per tabulā sinus recti innotescet. Necesse est autē huiusmodi declinationē Australem esse. Nā recta z v, quartus proportionis terminus non posset superare rectā z y, sinū recti arcus z g, nisi circulus æquidistans æquatori p stellā ductus, colurū secaret infra g h. Porro latitudine existēte Australi in eisdē figurationib' propositū assequemur. Sed ponemus pūctū b, esse polū eclipticæ Australē: s, vero polū mūdi Antarcticum: longitudoq; stellæ cōputabitur ab initio Capricorni, secundum signorum consequentiam, aut contra: & inuenta declinatio oppositam denominationē habebit priori.

Aliter quoque queadmodum proposuimus stellarum declinationes, earū longitudines atq; rectæ ascensiones inueniri possunt: idq; via parumà prima diuersa. Nam si latitudo septentrionalis fuerit, tres primi proportionis termini minime variabūtur, quartus etiā intactus seruabitur. propterea quod vn' ideq; arcus cōplemētū latitudinis stellę nūcupabitur, & distātia eius à polo eclipticæ septētrionali. Quare quū ita acciderit, vna eadēq; demōstratio fiet. Sed si latitudo australis fuerit, minorq; arcu maximæ declinationis, in eisdē figurationib' propositū demōstrabitur: dūmodo in eis intelligatur circulum æquidistantem eclipticę per cōceptā stellā venientem, secare colurū inter a, & g, pūcta. At vero habeat proposita stella latitudinem australē, æqualēque arcui maximæ declinationis. Ponemus rursum punctū b, esse polū eclipticæ septentrionalē, a c, sectionē eclipticę at q h, æquatoris sectionem. a, initiū Cancri: c, finē Sagittarii: sectio circuli æquidistantis eclipticæ per stellam venientis esto q k: recta autē o g, sectio æquidistantis æquatōri qui per eam quoq; ducitur: extēdatur præterea hęc ad partem o, & in eam à puncto q, perpendicularis deducatur q z, vt in sexta figuratione. Igitur q z, erit quart' proportionis terminus æqualisq; sinui recto arcus q o declinatiōis nēpe australis propositæ stellæ: quod p 34. propōnem primi facile ostēdi poterit, deducta prius perpēdiculari a pūcto o, in q h. Denique ponamus concepta stellā latitudinē australē habere, maiorē arcu maximæ declinationis: sectio circuli æqui distantis eclipticæ per eam venientis esto r p: sectio æquidistātis æquatori per eam quoque venientis, sit o g: in quā a pūcto r, perpendicularis deducatur r t: ipsa deinde perpēdicularis deducta extendatur, donec occurrat rectæ q h, super s, puncto. Igitur r t, erit quartus proportionis terminus: arcus vero q r, excessus quo stellæ latitudo arcū a q, maximæ declinationis superat: recta r s, eius sinus rect' totaq; ipsa s t, ex his duabus rectis lineis cōstās æqualis est sinui recto arcus o q, declinationis stellæ, vt iterū per 34. propositionem primi demōstrari poterit. Quapropter quarto portionis termino cognito, isigemus eū sinui recto differentiæ latitudinis stellæ & maximæ declinationis eclipticæ: numerus enim conflatus sinus rectus erit quæsitæ declinationis: & ipsa igitur declinatio per tabulam sinus recti innotescet.



Cæterum si proposita stella latitudine caruerit, multò facilius eius declinationē supputabimus. Secunda enim propositione demōstratū habetur, quod sicut sinus totus ad sinū rectū maximæ declinationis eclipticę, sic rectus sinus arcus distantiæ stellæ latitudine carentis à sectione vernali aut autūnali, ad sinū rectū suæ declinationis. Igitur p cōmune documētū numerorū proportionaliū ex cognita stellæ distātia, ei' decinationē, & vicissim ex declinatiōe distātiā qua ab alterutra sectiōe abest eliciem'.

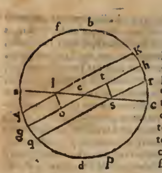
Per latitudinem quoque & declinationem stellæ, eius longitudinē ab initio Cancri secundum signorum consequentiā aut contra facile supputabim'. Nā latitudine existēte septētrionali, si eius complementū æquale proponatur arcui maximæ declinationis eclipticæ, vt in prima figuratione, auferemus à sinu toto sinum rectū declinationis, & relinquetur quart' proportionis terminus notus. Sed si inæquale fueritq; declinatio borealis vt in secūda & tertia, auferem' à sinu recto cōplemēti differētiæ ipsorū arcuū inæqualiū sinum rectū ipsius declinationis borealis propositæ, & relinquetur quartus terminus notus. At vero si rursum inæquale, & declinatio australis proponatur vt in quīta, adiiciemus sinui recto complementi prædictæ differentiæ sinum rectum propositæ declinationis australis: & conflabitur quartus terminus notusq;. Demū si inæquale & stella decli-

clinatione caruerit vt in quarta, ipse quartus terminus erit finus rect us cōplementi prædictæ differentiæ. Quū igitur quartus termin⁹ quolibet horū modorū notus euaserit, multiplicabimus eū in primum, & productū diuidemus per secundū & prodibit tertius terminus notus, videlicet sinus versus longitudinis stellæ ab initio Cancri secundū signorum consequentiam aut contra, igitur eius arcus per tabulam sinus innotescet. Et consimili prorsus modo si latitudo Australis extiterit, quartus proportionis terminus inuestigabitur: eumq; in primum perducendo & productum per secundum diuidendo, prodibit tertius terminus, nempe sinus versus lōgitudinis stellæ ab initio Capricorni supputatæ secundum signorum successionem aut contra: per tabulam igitur sinuum arcus ipse longitudinis notus euadet.

Correlarium.

Et quoniā quotidie per solis radiū meridianum altitudo poli supra horizontē deprehendi potest: & per eius cognitionē nocturno tempore stellarum declinationes indagari possunt, vt quinta propositio docuit, earumque latitudines haud quaquam variantur. Hinc manifestum est quonam modo vera stellarum longitudines quauis nocte inueniri debeant.

RVrsum per declinationē & latitudinē stellæ cognitā, rectam eius ascensionē in eisdē figurationibus inuestigabimus, nominibus tantū permutatis: b, punctū intelligemus polū mūdi Arcticū: f, polum Eclipticæ proximiū: a c, sectionē æquatoris: g h, sectionē Eclipticæ: rectā f i, primæ figurationis, sectionem circuli ducti per centrū corporis stellæ æquatoriq; æquidistantis: sed k l, sectionem circuli æquidistantis eclipticæ, per centrū quoq; stellæ venientis: & cōsimili mōdo in cæteris figurationibus. Quoties igitur declinatione boreali existente, eius cōplementū æquale proponatur maximæ declinationi eclipticæ vt in prima, auferemus à sinu ipso sinū rectū latitudinis stellæ, nēpe rectā e n, & relinquetur quart⁹ terminus notusq;. Sed si inæquale, & non solum declinatio borealis fuerit, verūetiam latitudo vt in secunda & tertia, auferetemus a sinu recto complemēti differentiæ maximæ declinationis & complemēti declinationis stellæ, sinū rectū latitudinis, rectā videlicet p q, & relinquetur quartus terminus notus. At vero si rursus inæquale, & latitudo proponatur australis vt in quinta, adijciemus sinui recto cōplementi prædictæ differentiæ rectam y v, sinū rectū propositæ latitudinis & colligetur quartus proportionis terminus notus. Demū si inæquale & proposita stella latitudine caruerit vt in quarta, ipse sinus rectus complementi prædictæ differentiæ erit quart⁹ terminus. Quum igitur quartus proportionis terminus quolibet horū modorū notus euaserit, multiplicabimus eū in quadrarū sinus toti⁹ primū proportionis terminū, productū diuidemus per eū numerū qui fit ex ductu sinuū rectorū maximæ declinationis eclipticæ & cōplementi declinationis stellæ, qui quidē secūd⁹ proportionis terminus statuitur, & prodibit ex ea partitione tertius proportionis terminus not⁹, sinus versus videlicet ascēsionis rectæ ab æquatoris pūcto initio Capricorni exorienti inchoatæ: igitur per tabulā sinuū, ascēsionis arc⁹ innotescet. Cōputabitur autē huiusmodi arcus secundū motū diurnū si stella ipsa in eis signis quæ à principio cācri in finē Sagittarij descendūt, posita fuerit: sed cōtra si in signis ascēdētibus. Simili processu si declinatio stellæ australis proponatur ascēsionē rectā inuestigabimus: sed ea sumet initiū à pūcto æquatoris principio cācri exorienti: cōputabiturq; secūdū motū diurnū si stella ipsa reperta fuerit in signis semicirculi ascēdētis: cōtra vero si in reliquis signis semicirculi descēdētis. Cæterū si proposita stella declinatione caruerit, vt in septima figuratione, ascēsionē eius rectā inuestigabim⁹ per latitudinē, quēadmodū per secūdā propositionē ex sola declinatione, arcū eclipticę clicim⁹ inter stellam latitudine carentem & alterutram sectionem aut vernalem aut autūnalē, conuersis tantum nominibus. Erunt enim b, & d, poli æquatoris: f, & p, eclipticæ poli, recta a c, sectio ęquatoris: reliqua g h, eclipticæ sectio: y k, aut q r, sectio æquidistantis eclipticæ p cēce, tā stellā ducti. Erit itaq; l o, aut s t, æqualis sinui recto latitudinis stellæ: e l, aut e s, æqualis sinui recto arc⁹ rectæ ascēsionis. Liquet aūt ex secūda propositione quod sicut sin⁹ tot⁹ ad sinū rectū maximę declinationis, ita e l, ad l o. Quapropter p



commune documētū numerorū proportionalium ex primo secū do & quarto termino cognitis, terti⁹ innotescet: & arc⁹ ipse ascēsionis rectę per tabulā sinuū cognit⁹ quoq;. Cōputabitur autem huiusmodi arcus à proxima æquatoris & eclipticæ sectione. Hæc præterea septima figuratio accommodari poterit ad rectam ascensionem stellæ latitudine carentis inuestigandam, quod per quartā præcedentem figurationem sub maioribus numeris supputare docuimus. Esto enim a b c d, circulus æquinoctialis: diameter g h, sectio Coluri per puncta tropica venientis: recta y K, sectio circuli cuiusdam ipsi Coluro æquidistantis, qui per stellam ducitur: recta a c, sectio circuli declinationis ipsius conceptæ stellæ. Igitur per ea quæ in primo lemmate demonstrauimus, arcus y g, æqualis erit arcui Eclipticæ inter stellam & punctum tropicum: perpendicularis vero l o, æqualis sinui recto eiusdē arcus: deinde recta e l, æqualis sinui recto complemēti declinationis propositæ stellæ: siquidem declinationis circulus colurum & ei æquidistantem secat: sunt autem huiusmodi communes sectiones rectæ quædam lineæ ad planū æquatoris perpēdiculares, super punctis e, l, quarum vna terminatur ad mundi polum, altera ad conceptam stellam: porro arcus a g, est ascensio recta ipsius stellæ à puncto æquatoris proximo puncto tropico contermino supputata, ad morum mundi aut contra. Quoniam vero in triangulo e l o, sicut sinus totus ad sinum rectum arcus anguli l e o, ita recta e l, ad rectam l o: per lemma sextæ appendicis: ipse autem angulus l e o, arcui a g, subtenditur: erit idcirco sicut sinus totius ratio ad sinum rectæ ascēsionis stellæ, ita ratio sinus recti complemēti declinationis eiusdem stelæ ad sinum rectum arcus eclipticæ quo eadē à puncto tropico abest. Quapropter multiplicabimus quartū terminum in primū additione sola quinque ziphrarū: productū diuidemus per tertiū, nēpe sinū rectū cōplementi declinationis: & numerus prouenīens sinus rectus erit arcus a g, ascensionis videlicet stellæ. Propterea per tabulam sinuum ascensio ipsa cognita fiet.

Reliqua quoque pars huius sextæ propositionis quæ longitudines refert semper ad caput Cancri, huiusmodi inquisitioni rectæ ascensionis accommodari potest, nominibus etiam commutatis.

Sed horū omniū quæ demōstratione stabilita sunt, nonnulla subiungemus exēpla. Supponamus Spicam virginis locū habere in decimo octauo minuto primo decimi septimi gradus libræ: duos etiā gradus latitudinis australis: oporteatque eius declinationem inuenire. Sinus rectus graduum 88. quos habet complementum latitudinis, partes continet 99939. qualium sinus totus habet 100000. Sinus vero rectus maximæ declinationis eclipticæ partes habet 39874: horum duorum numerorū ductus 3984967686. nempe secūdus memoratę proportionis terminus: arc⁹ lōgitudinis ab initio Capricorni supputatus cōtra signorū successionē gradus cōtinet 73. minuta prima 42. eius sin⁹ versus 71934 tertius terminus. Igitur multiplicabimus hunc tertiū terminū in secūdū, & fiet ex ipsa multiplicatione 28665466552472 4. hūc numerum diuidemus per quadratū sinus totius primum terminum, sola abiectione decē vltimarū figurarū: & prouenient ex ea partitione 28665. & vnius partis fere dimidium, quartus scilicet proportionis terminus. Quoniā vero differētia maximæ declinatiōis eclipticæ & cōplemēti latitudinis predictæ stellæ grad⁹ habet 64. & $\frac{1}{2}$ huius differētiæ cōplemētū gradus cōtinebit 25. & $\frac{1}{2}$, cuiusquidē sinus rectus 43051. Et quia quart⁹ proportiōis termin⁹ 28665. minor est quā 43051. sinus rectus cōplemēti prædictæ differētiæ, latitudoq; propositæ stellæ australis existit: eius quoq; declinatio australis erit: auferem⁹ itaq; vnū numerū ab altero, & relinquētur 14386. quē deniq; numerū sinū rectū esse

 quæsi-

quæsitæ declinationis necesse est, iuxta secundæ figurationis demonstrationem. huic respondent in tabula sinuum rectorum, gradus octo & minuta prima 16. quos habebit australis declinatio Spicæ virginis.

Præterea supponamus stellam luminosiorē lancis septentrionalis Libræ gradus octo habere, minuta vero prima 30. latitudinis septētrionalis: itē gradus septē, minuta 18. declinationis australis: oporteatq; eius verū locū indagare. Igitur cōplemētū latitudinis gradus habet 81. minuta 30. eius sinus rectus partes semidiametri cōtinet 98901. sinus rectus maximę declinationis eclipticæ 398 - 4: horū duorū numerorū ductus 3942578474. secūdus proportionis terminus. Differētia maximę declinationis & cōplemēti latitudinis gradus habet 58: huius differētię cōplemētū gradus 32: eius sinus rectus partiū erit 52991. Et quoniā latitudo est borealis, declinatio vero australis vt in quinta figuratione adijciemus ipsis 52991. sinū rectū declinationis propositæ stellæ partes videlicet 12706. & cōflabitur quartus proportiōis termin⁹ 65697: huic multiplicabimus in quadratum sinus totius primum proportionis terminum, & fient 6569700000000000: hic demq; numerus diuidetur per secundum terminum, & prodibit ex ea partitione tertius, nempe 166660. sinus versus longitudinis stellæ ab initio Cācri inchoatæ: porro huic numero respondet in tabula sinuū, arcus graduū 131. primorūq; minutorū 48 quibusdā secūdis minutis additis. Igitur proposita stella collocabitur iuxta premissas hipotheses intra minutū quadragesimū nonū, duodecimi gradus signi Scorpij. Eius autē ascēsionē rectā hoc modo supputabimus: cōplemētū declinationis gradus habet 82. minuta prima 42: huius arcus sinus rect⁹ partes 99189: porro hūc numerum multiplicabimus in 39874. sinum rectū maximæ declinationis eclipticæ, & fiēt 3955062186. nempe secundus proportionis terminus. Deinde à gradibus 82. minutis primis 42, cōplemēti declinatiōis propositę stellæ auferemus gradus 23. minuta prima 30. maximæ declinationis, & relinquentur gradus 59. minuta prima 12. differētiæ: hui⁹ præterea differētiæ cōplementū gradus cōtinebit 30. minuta prima 48. quorū sinus rectus partes habet 51204. cui quidē numero adijciemus 14780, sinū rectū latitudinis stellæ, iuxta demōstrationē quintæ figurationis, quia declinatio borealis existit & latitudo australis: & cōflabitur ex eis numerus partiū 65984. videlicet quartus proportionis terminus: hunc denique multiplicabimus in quadratū sinus totius primum terminum, & fiet numerus partium 6598400000000000. Eum igitur diuidemus per secundū terminū, & prodibūt ex huiusmodi partitione 166834. nēpe sinus versus ascensionis rectæ propositæ stellæ à puncto contermino initio Cancri inchoatæ. Eius autem arcum elicimus ex tabula sinuū gradus æquatoris habere 131. minuta prima 56: quibus si addiderimus 90. gradus, ascensionem videlicet rectam primi quadrantis eclipticæ, conflabitur tandē ascensio recta ab initio Arietis inchoata graduum 221. primorum minutorum 56. quam ipsa luminosior stella lācis septentrionalis Libræ habet.

Et per reliquam quoque partem propositionis quæ longitudines sēper refert ad caput Cācri, haud lōgiore syllogismo declinationes supputari possunt, hoc videlicet modo. Habeat Canis maior gradus 39. minuta prima 10. latitudinis australis: lōgitudinis vero ab initio Cancri gradus 7. minuta 18: oporteatq; eius declinationem metiri. Igitur cōplementū latitudinis gradus habebit 50. minuta 50: huius arc⁹ sinus rectus partes habet 75531: hunc numerū multiplicabimus in 39874. sinū rectum maximæ declinationis, fietq; 3011723094. nempe secundus proportionis terminus. hunic præterea perducemus in 811. sinum versum graduū 7. minutorum 18. quos habet distantia propositæ stellæ à capite Cancri, tertiū videlicet proportionis terminū, numerūq; productū 2442507429234. per quadratū sinus totius primū terminū diuidemus, decē vltimas figuras abijciēdo, & prouenient ex huiusmodi partitione partes semidiametri 244. At quoniā latitudo ipsius stellæ ad austrū subijcitur, maiorq; quā sit arcus maximæ declinationis eclipticæ gradibus 15. minutis 40. horū graduū & minutorū sinum rectum 27004 cum 244. quarto termino in vnā summam colligemus fientq; 27248: huic numero respondent in tabula sinus recti gradus 15. minuta 49. quos necesse est habere Canis maioris declinationē iuxta præmissas hipotheses. Nos enim stellarum loca quibus in his exemplis vsi sumus, ex vulgata ephemeride accepim⁹, perinde ac vera essent: & si non dubitemus fixa ipsa sydera longius progressa esse, quàm Alfonsinus Abacus demonstret: in qua quidem re Albategnij opinionem, sicuti multis obseruationibus deprehendimus, quam proxime ad veri-

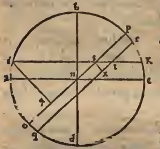
tatē

tatem accedere putamus. Sed de his aliâs.

Propositio. VII.

Dierum ac noctium, & Crepusculorũ magnitudines, in quouis Horizonte obliquo breuissimo calculo computare.

Dierum ac noctium & crepusculorum lõgitudines, multis modis inuestigari possunt: attamen is nobis perplacet, quem in istis figurationibus excogitauimus, quia cæteris facilior, veramq; rei ipsius imaginem refert. Igitur sinũ rectũ altitudinis meridianæ solis quã ex declinatione eius & altitudine poli eliciemus, in sinum totũ multiplicabimus: productũ numerũ diuidemus per sinũ rectũ cõplemẽti altitudinis poli, & prodibit ex ea diuisione numerus quidã, quẽ perducemus in sinũ totũ, productũ vero diuidemus per sinũ rectum cõplemẽti declinationis puncti eclipticæ dati, & prodibit ex ea partitione sinus versus arcus semidiurni. Igitur arcus ipse semidiurnus per tabulã sinuũ innotescet: hũc auferem⁹ à duodecim horarũ spatio, & relinquetur nota magnitudo seminocturni. Porro crepusculi longitudinem ita supputabimus. sinum rectum graduum decem & octo perducemus in sinum totum, productum numerum diuidemus per sinum rectum complementi altitudinis poli eiusdem horizontis obliqui, & eũ numerũ qui ex huiusmodi partitione prouenerit adijciemus illi numero qui ex prima partitione prodijt, cõpositũ autẽ ex eis perducemus in sinum totum, productũ denique diuidemus per sinum rectum complemẽti declinationis propositi puncti eclipticæ, & prodibit ex ea partitione sinus versus cuiusdã arcus, qui longitudinem arcus semidiurni complectitur simul cum crepusculo: igitur totus huiusmodi arcus innotescet. Quapropter auferemus ab hoc magnitudinẽ arcus semidiurni, vt longitudo crepusculi nota relinquatur. Atque vt hanc operationem per verissima euidentissimaq; mathematicæ artis principia demõstremus, sexiæ appendicis figuratio resumatur, in qua circulus a b c d, circa centrum n, descriptus meridianus existit: recta a c, communis sectio æquinoctialis & ipsius meridiani: i K, communis sectio paralleli descripti à sole ad diem: o p, sectio horizontis obliqui: q r, sectio circuli ei æquidistantis sub quo sol illuminare incipit superum hemisphærium apud initium crepusculi matutini: puncta s, t, intersectiones rectæ i K, cũ o p, q r, & ex puncto i, super recta linea o p, horizontis sectione ad rectos angulos recta i R, deducatur: præterea ex pũcto s, super q r, recta s x. Deinde triãgulũ rectãgulũ i R s, cõtẽplabimur, in quo sicut sin⁹ rectus anguli i s R, ad sinum totũ, ita recta i R, ad rectam i s. At vero angulus i s R, notus existit, nempe



æqualis angulo altitudinis æquatoris: & recta i R, sin⁹ rectus altitudinis meridianæ, nota quoque, igitur per commune documentum numerorum proportionalium, recta i s, sinus versus arcus semidiurni, in partibus semidiametri maximi circuli sphæræ nota fiet: & quoniã in eisdem partibus dimidium diametri i K, videlicet sinus rectus complementi declinationis puncti dati, nota est: ratio igitur semidiametri paralleli puncti dati, ad sinum versum arcus semidiurni innotescet. Propterea supponemus huiusmodi semidiametrum partes æquales habere 100000. & per commune documentum numerorum proportionalium recta i s, sinus versus arcus semidiurni, in eisdem partibus cognita erit: igitur & arcus ipse semidiurnus notus: hũc auferemus à semicirculo, & nota relinquetur magnitudo arcus seminocturni. Rursum trianguli s t x, rectum habet angulum s x t, angulũ vero x t s, angulo altitudinis æquatoris æqualem, notumque: præterea latus s x, sinum rectũ graduum 18. quibus sol ab horizonte distat notum: igitur simillimis argumẽtis prioribus, recta s t, innotescet: quare tota i t, nota reddetur, quæ certè sinus versus existit arcus compositi ex arcu semidiurno, & arcu longitudinis crepusculi. Quamobrem ab eo arcu auferemus arcum semidiurnum notum per priores syllogismos, & relinquetur nota longitudo crepusculi, quod demonstrasse oportuit.

 Proposi-

Propositio. VIII.

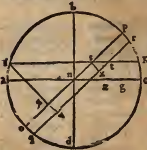
Sicut sinus rectus complementi declinationis pũcti dati, ad sinũ rectũ altitudinis meridianæ, ita quadratum sinus totius ad id quod sub sinu recto altitudinis æquatoris & sinu verso arcus semidiurni continetur rectangulum.

Præterea sicut sinus rectus complementi declinationis puncti dati, ad sinum rectum altitudinis meridianæ, simul cum sinu recto eius arcus quo sol ab horizonte distat apud initium crepusculi matutini, ita quadratum sinus totius ad id quod sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus compositi ex arcu semidiurno & arcu longitudinis crepusculi rectangulum continetur.

Aliter. Sicut quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris & sinu recto complementi declinationis puncti dati, ita sinus versus arcus semidiurni, ad sinum rectum altitudinis meridianæ.

Item. Sicut quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu etiam recto cõplementi declinationis puncti dati, ita sinus versus arcus compositi ex arcu semidiurno & arcu crepusculi, ad rectam quandam lineam compositam ex duobus sinibus rectis, quorum vnus est altitudinis meridianæ, alter vero eius arcus quo sol ab horizonte distat in initio crepusculi matutini.

Repetatur enim præcedentis propositionis schema. Et quoniam recta i s, sinus versus est arcus semidiurni in dato parallelo, esto in recta a c, æquatoris diametro, recta a z, sinus versus ei proportionalis. Proinde quemadmodũ superius demõstrauimus, sicut i s, ad i R, ita sinus totus ad sinum rectũ altitudinis æquatoris:



& sicut dimidiũ diametri i k, ad rectam i s, ita semidiameter æquatoris, hoc est ipse sinus totus ad rectam a z, sinum versum arcus semidiurni, per lemma appendicis quintæ. Quare ea ratio quam habet dimidiũ diametri i K, ad i R, ex duabus rationibus composita erit, quarum vna eadem est ei rationi, quam habet sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, altera vero eadem ei, quam idem ipse sinus totus ad sinum versum arcus semidiurni habet. Atqui ex eisdem duabus rationibus conficitur ratio quadrati sinus totius, ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus semidiurni, per 23. propositionem sexti libri Euc. igitur sicut dimidium diametri i K, sinus videlicet rectus complementi declinationis concepti puncti eclipticæ, ad rectam i R, sinum rectum altitudinis meridianæ, ita quadratum sinus totius ad id rectangulum quod sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus semidiurni continetur: quod demonstrasse oportuit. Itaque quoties metiri libuerit, iuxta præsens documentum longitudinem arcus semidiurni, per tabulam subijcientem sinum totum partium æqualium 100000. adijciemus sinui recto altitudinis meridianæ concepti puncti, ziphras decem, numerum productum diuidemus per sinum rectum complementi declinationis eiusdem puncti. Deinde numerum qui ea partitione prodierit, diuidemus per sinum rectum altitudinis æquatoris, numerus enim qui ex hac secunda partitione prouene-

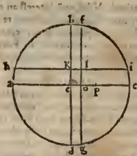
prouenerit, sinus versus erit arcus semidiurni concepti pũcti, pro data eleuatione polari: per tabulam denique sinuum, arcus ipse semidiurnus notus habebitur.

Sed vt secundum demonstremus, producatur recta linea i R, vsque ad punctum v, in recta linea q r. Et quoniam recta linea i t, sinus versus est arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi in dato parallelo, esto in diametro æquatoris recta a g, sinus versus arcus ei proportionalis in ipso æquatore. Erit igitur sicut i t, ad i v, ita sinus totus ad sinum rectum arcus anguli altitudinis æquatoris. Præterea sicut dimidium diametri i k, nempe sinus rectus complementi declinationis puncti dati, ad rectam i t, ita a n, sinus totus, ad rectam a g, sinum versum arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi. Quapropter ratio sinus recti cõplementi declinationis puncti dati, ad rectam i v, quę quidem ex i R, sinu recto altitudinis meridianæ constat, & ex R v, sinu recto arcus distãtiæ solis ab horizonte apud initium crepusculi maturini, ex duabus rationibus componi intelligetur: quarum vna eadem est ei quam habet sinus totus ad sinum rectũ altitudinis æquatoris: altera vero eadem ei quam ipse sinus totus habet ad sinum versum arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi. Atqui ex his duabus rationibus conficitur ratio quadrati sinus totius, ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi per 23. propositionem sexti Euc. igitur sicut sinus rectus complementi declinationis puncti dati, ad rectam compositam ex sinibus rectis altitudinis meridianæ & arcus distantiæ solis ab horizonte apud initium crepusculi matutini, ita quadratum sinus totius ad id quod sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi rectangulum continetur: quod secundo demonstrasse oportuit. Proinde ad mensurandũ longitudinem crepusculi, sinus rectos altitudinis meridianæ & arcus distantiæ solis ab horizonte, in vnum colligemus: numero ex eis cõposito decem ziphras adijciemus, conflatũque numerum per sinum rectum complementi declinationis puncti dati diuidemus, & numerũ qui ex huiusmodi partitione prouenerit, per sinum rectum altitudinis æquatoris diuidemus: numerus enim qui ex hac secunda partitione prodierit, sinus versus erit arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi. Ipse vero integer arcus longitudinem temporis complectitur, ab initio crepusculi matutini ad meridiem vsque, idcirco auferemus ab eo spatium temporis semidiurni, & relinquetur nota crepusculi intercapedo.

Reliquorum vero duorum documentorum demonstrationes in hũc modũ fient. Est enim sicut sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, ita recta i s, ad rectam i R, sinum rectũ altitudinis meridianæ: præterea sicut sinus totus ad sinum rectum complementi declinationis puncti dati, ita sinus versus arcus semidiurni, ad rectam i s. Ratio itaque sinus versi arcus semidiurni ad sinum rectum altitudinis meridianæ, ex eisdem rationibus composita intelligetur, quas quidem habet sinus totus & ad sinum rectum altitudinis æquatoris, & ad sinũ rectum complementi declinationis propositi puncti. Hæ autem eam conficiunt rationem, quam quadratũ sinus totius habet, ad id quod sub sinibus rectis altitudinis æquatoris & complementi declinationis rectangulum continetur: igitur sicut sinus versus arcus semidiurni ad sinũ rectum altitudinis meridianæ, ita quadratum sinus totius ad rectangulum contentũ sub sinibus rectis altitudinis æquatoris, & complementi declinationis propositi puncti, quod demonstrasse oportuit. Proinde longitudinem arcus semidiurni propositi pũcti in quouis horizonte, iuxta hanc demonstrationem, hoc modo inueniemus: sinui recto altitudinis meridianæ adijciemus ziphras decem: conflatum numerũ diuidemus per eũ qui fit, ex ductu sinus recti altitudinis æquatoris, in sinum rectum cõplementi declinationis dati puncti: numerus autem qui ex ea partitione prouenerit, sinus versus erit arcus semidiurni concepti puncti in dato horizonte.

Præterea quoniam manifestum est ex superioribus demonstrationibus, quod sicut sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, ita recta i t, ad rectam i v, conflatam ex sinibus rectis altitudinis meridianæ puncti dati, & arcus distantiæ solis ab horizonte apud initium crepusculi matutini: item sicut sinus totus ad dimidium diametri i k, sinum videlicet rectũ complementi declinationis propositi puncti, ita a g, sinus versus arcus compositi ex semidiurno & crepusculino, ad rectam i t. Igitur ratio quadrati sinus totius ad rectangulum contẽtum sub sinibus rectis altitudinis æquatoris & comple-

zonti recto, qui initiũ crepuſculi matutini, aut veſpertini finem diffinit; h, i, ſit ſectio paralleli deſcripti à ſole, extra æ-



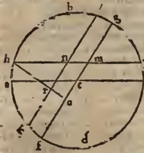
quinoctialem conſtituto: huius autem rectæ lineæ & rectarũ b d, f g, interſectiones, ſint puncta k, l, rectarũ vero a c, f g, interſectio dicatur o. Manifeſtum eſt cum ſol puncta æquinoctialia ingreſſus fuerit, motuque diurno æquatorem circulum deſcripſerit, quod vnus idemq; arcus erit diſtantia eius ab horizonte recto in verticali circulo, & ipſi⁹ æquatoris arc⁹ qui crepuſculi lõgitudinẽ diffinit: eritq; recta e o, æqualis ſinui recto huiuſmodi arcus. Sed eſto iam ſol extra æquatorẽ, eũq; parallelũ deſcribat, cuius diameter h i. Igitur recta K l, æqualis erit ſinui recto arcus b f, æqualis quoque ſinui recto arc⁹ longitudinis crepuſculi, in deſcripto parallelo per 34. propoſitionem primi libri. Eſto itaque recta e p, ſinus rectus proportionalis arcus in æquinoctiali circulo: igitur ſicut h K, ſemidiameter concepti paralleli ad ſinũ rectũ arcus crepuſculini in eodẽ ipſo parallelo, ita a e, ſemidiameter æquatoris ad e p, ſinum rectum arcus longitudinis crepuſculi ei proportionalis. Idcirco ſicut h K. ad ſinũ rectũ arc⁹ b f, ita a e, ad e p, per ſeptimã propõnẽ quinti: atqui p ea quæ oſtẽſa ſunt in primo lẽmate b f, & diſtãtia ſolis ab horizõte recto apud initiũ crepuſculi, æquales arcus ſunt, æqualesq; ſinus habẽt: propterea ſicut a e, ſin⁹ tot⁹ ad e p, ſinũ rectũ magnitudinis crepuſculi, ita h K, ſemidiameter cõcepti paralleli, nẽpe ſinus rectus cõplemẽti declinationis loci ſolis, ad ſinũ rectũ ei⁹ arc⁹, quo ipſe ſol abeſt ab horizõte recto, apud initiũ matutini crepuſculi, aut veſpertini finẽ, per eandẽ ſeptimã propoſitionẽ quinti. Quare perducemus in ſinũ totum ſinũ rectũ arcus diſtantiæ ſolis ab horizõte: productũ diuidemus per ſinũ rectum cõplementi declinationis cõcepti puncti: numerus cui q ex huiuſmodi partitione prodierit, ſin⁹ rect⁹ erit arc⁹ lõgitudinis crepuſculi; igitur & arc⁹ cui reſpõdet p tabulã ſin⁹ recti, innoteſcet.

Propoſitio. XI.

Arcum ſtellæ ſemidiurnũ & eius diſtantiã à meridiano inuenire. Sinus enim rectus altitudinis meridianæ cuiuſuis ſtellæ eandẽ habet rationẽ ad ſinũ rectũ altitudinis eius tẽpore obſeruationis, quã ſinus verſus arcus ſemidiurni eiuſdẽ ſtellæ ad exceſſum quo ipſe ſuperat ſinũ verſum diſtantiæ à meridiano.

Aliter. Sicut ſinus verſus arcus ſtellæ ſemidiurni ad ſinũ verſũ arcus diſtãtiæ eiuſdẽ à meridiano, ita ſinus rectus altitudinis meridianæ ad exceſſũ quo ipſe ſuperat ſinum rectum altitudinis quam ſtella ipſa habet tempore obſeruationis.

CIrculus a b c d, circa centrũ e, deſcriptus eſto meridianus. Diameter a c, ſectio æquatoris: recta h y, ſectio paralleli deſcripti a concepta ſtella: recta f g, ſectio horizontis obliqui, in quo ipſa concepta ſtella ortũ habet atq; occaſũ: recta denique k l, ſectio circuli cuiuſdã horizõti æquidiſtantis, q p eãdẽ ſtellã tempore obſeruationis deſcribi intelligitor: pũcta autẽ in quibus recta h y, rectas f g, K l, ſecat, ſint m n. Manifeſtũ eſt ex 19. propõne primi libri The. & 11. Eu. rectas lineas cõmunes ſectiones, in quib⁹ planũ cõcepti paralleli horizõtẽ & ei æquidiſtãtẽ ſecat, ſuper pũctis m, o, plano deſcripti meridiani ad rectos ãgulos eſſe. Igitur rectos ãgulos faciẽt p ſecũdã diffinitionẽ ũdecimi cũ recta h y, quã ex



 prædic-

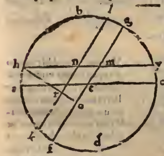
prædicta 19. cõstat descripti paralleli diametrũ esse. Quapropter ea que super m, ad pũctũ exortiuũ terminabitur, & ad occiduum ex altera parte. Itaque per ea quæ in primo lẽmate demõstrauimus, vtraq; eius portio sinus rect⁹ erit tam arc⁹ stellæ semidiurni, quã seminocturni: alterius vero sectionis cõis portio pũctui n, & obseruatæ stellæ interiacẽs, arc⁹ vtriusq; distãtię à meridiano sin⁹ rectus erit in descripto parallelo. Proinde supponemus b, polũ mũdi esse semper apparentẽ: fietq; recta h m, sinus versus arcus semidiurni, & m y, reliqua pars diametri, sinus versus arc⁹ seminocturni cõceptæ stellæ: recta vero h n, sinus versus arc⁹ distantiæ ab h, pũcto meridiei: at n m, differẽtia sinuũ versorũ arcus semidiurni & arcus distãtiæ eiusdẽ stellę à pũcto meridiei. Deducatur autẽ ab ipso h, pũcto in rectã f g, ad rectos ãgulos recta linea h o, secãs K l, in r, pũcto: Igitur ipsa h o, sinus rect⁹ erit arcus h f, altitudinis meridianæ: recta porro o r, æqualis sinui recto arcus f k, qui æqualis existit altitudini stellæ supra horizonẽ tẽpore obseruationis. Deinde triangulũ contẽplabimur h o m: cuius quidẽ latera h o, h m, recta n r, basi parallela, in pũctis n, r, secat. Quapropter p secũdã propositionẽ sexti & cõpositã proportionẽ, sicut h o, sinus rect⁹ altitudinis meridianæ, ad o r, sinũ rectũ altitudinis stellæ tẽpore obseruationis, ita h m, sinus versus arcus semidiurni ad n m, differẽtiã ipsius h m, & h n, sinus versi arcus distantiæ stellæ à pũcto meridiei. Horũ quatuor tria nota sunt, sinus videlicet rect⁹ altitudinis meridianæ nã eius arcus ex notitia eleuationis æquatoris supra horizonẽ, & declinationis stellæ ilico innotescit: sinus etiã rectus altitudinis stellæ tempore obseruationis notus supponitur: item sinus versus arcus semidiurni stellæ, eo modo quo in septima aut octaua propositione vsi sumus cognoscitur: igitur per cõmune documentũ numerorũ proportionalium, differentia ipsa n m, cognita reddetur. Hãc vero à sinu verso arcus semidiurni auferemus: & recta h n, sinus versus arcus distantiæ stellæ à meridiei pũcto nota relinquetur: & arcus ipse per tabulã sinuũ denique notus fiet, quod inuestigandum proposuimus. Rursum cõ simili probatione, aut per quartam sexti illucescet, quod sicut h m, sinus versus arcus semidiurni ad h n, sinum versum arcus distantiæ stellæ à meridiano, ita h o, sinus rectus altitudinis meridianæ ad h r, excessum quo ipsa h o, superat rectam o r, sinum rectum altitudinis stellæ tempore obseruationis. Nihil autẽ interest an o r, in demonstratione assumatur eadẽ sinui recto altitudinis stellæ, an æqualis: nam per septimã quinti eadem proportio concluditur. Præterea nihil variabitur demonstratio si proposita stella declinatione caruerit: erit enim sinus versus arc⁹ semidiurni ipse sinus totus: excessus autem quo ipse superat sinũ versum arcus distantiæ à meridiano, æqualis erit sinui recto arcus horarum ab ortu stellæ. Igitur sicut sinus rect⁹ altitudinis meridianæ, ad sinum rectũ altitudinis stellæ tempore obseruationis: ita sinus totus ad sinũ rectũ arcus horarũ ab ortu eiusdem stellæ. In sphera quoque recta propositio vera est nam vna eadẽque recta linea sinus rectus erit altitudinis meridianæ, & sinus versus arcus semidiurni in descripto parallelo: reliqua vero quæ differentia existit inter sinus versos arcus semidiurni, & arcus distantiæ stellæ à meridiano in eodem parallelo, æqualis est sinui recto altitudinis quã habet tẽpore obseruationis. Quapropter sicut sinus rect⁹ altitudinis meridianæ ad sinum rectum altitudinis stellæ tempore obseruationis: ita sinus versus arcus semidiurni ad differẽtiam ipsius & sinus versi arcus distãtiæ à meridiano. Quoniã vero huiusmodi sinus versus arcus semidiurni, in descripto parallelo stellæ sinus totus est, prædicta autẽ differẽtia æqualis est sinui recto arcus horarum ab ortu stellæ in eodem parallelo: idcirco in sphæra recta semper quemadmodum in sphæra obliqua, quum proposita stella declinatione caret: nẽpe sicut sinus rectus altitudinis meridianæ. ad sinum rectum altitudinis stellæ tempore obseruationis, ita sinus totus ad sinum rectum arcus horarum ab ortu eiusdem stellæ.

Propositio. XII.

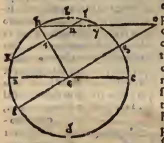
Proportio differentiæ sinuum rectorum altitudinis meridianæ solis aut stellæ, & eius quam habet tempore obseruationis, ad sinum versum arcus distantiæ à meridiano, est sicut proportio rectanguli contenti sub sinibus rectis complementi declinationis eiusdem stellæ & complementi altitudinis poli: ad quadratum sinus totius.

Repe-

Repetatur præcedens figuratio:& contemplemur triangulum r h n, in quo angulus h r n,rect⁹ eſt per 29, propoſitionẽ primi·angulus autem h n r, æqualis angulo g e c,complementi altitudinis poli per eandem.Igitur per lẽma ſextæ appendicis ſicut h r,ad h n, ita ſinus rectus complemẽti altitudinis poli ad ſinum totum. Atqui,ſicut ipſa recta linea h n,ſinus verſus diſtantiæ ſtellæ á meridiano in deſcripto parallelo,ad ſinum verſum arcus huiuſmodi diſtantiæ proportionalis in æquatore, ita ſemidiameter deſcripti paralleli nempe ſinus rectus cõplementi declinationis eiuſdẽſtellę,ad ſemidiametrum æquatoris ſinũ videlicet totum per lẽma quintę.Quapropter per 23 propoſitionem ſexti

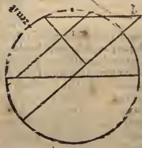


ſicut h r,ad ſinũ verſum arc⁹ æquatoris proportionalis arcui paralleli diſtantiæ ſtellæ á meridiano,ita rectangulũ contẽtũ ſub ſinibus rectis cõplementi altitudinis poli & cõplementi declinationis eiuſdẽ ſtellæ,ad quadratum ſinus totius. At vero recta ipſa linea h r, differentia eſt ſinuum rectorum altitudinis meridianæ & ei⁹ quam tempore obſeruationis eadem ſtella habet:igitur ſicut differentia ſinuum rectorũ duarum prædictarũ altitudinum ad ſinũ verſum diſtantiæ ſtellæ á meridiano,ita rectangulum cõtentũ ſub ſinibus rectis cõplementi altitudinis poli,& cõplemẽti declinatiõis eiuſdẽ ſtellæ ad quadratũ ſinus totius. Præſens autẽ propoſitio in vniuerſum vera eſt,ſiue propoſita ſtella in dato horizõte ortũ habeat atq; occaſũ,ſiue ſuper eũ integrã reuolutionẽ perficiat. Stella enĩ quæ declinationẽ habet maiorẽ cõplemẽto altitudinis poli ſupra horizontẽ,tote nocte verti cernitur circa polũ,ſi regio & ſtella ipſa ad eandem partẽ vergant,nempe aut ad boream, aut ad auſtrũ. Verũtamẽ duas altitudines meridianas eã ſingulis diebus habere neceſſe eſt: alterã maximã: alteram minimã. Maxima erit, quũ vel ſtella ipſa in polo horizõtis cõſtituta fuerit,vel ab eo minimum receſſerit: minima vero quũ maximè. Quapropter ſinus rectus eius altitudinis quam ſtella habet obſeruationis tẽpore,ex ſinu recto maximæ altitudinis meridianæ ſubtrahi debet,vt primus proportionis terminus relinquatur. Porro diſtantia á meridiano ad eã partẽ ſupputanda eſt,in qua meridies eſſe ſolet:velut ex ipſa demõſtratione liquet. Eſto enim vt in precedenti circul⁹ a b c d, cui⁹ cẽtrũ e,meridianus: diameter a c, ſectio ęquatoris: recta h y, ſectio paralleli deſcripti á cõcepta ſtella circa b,polũ mũdi: recta f g, ſectio horizõtis obliqui: punctũ h,eius polus: deinde recta k l,ſectio circuli cuiuſdã horizõti æquidiſtãtis,qui obſeruationis tẽpore p ſtellã duci intelligitur:punctũ in quo hæc recta linea rectã h y,ſecat eſto n. Itaq; quoniã y c,arcus declinationis ſtellæ,maior ponitur quã g c,cõplemẽtum altitudinis poli,ipſa propoſita ſtella ſupra horizõtẽ integrũ circulũ deſcribet. Et quoniã ea tranſire ponitur per polũ horizõtis,maximã altitudinẽ circuli quadrantẽ habebit,cũ ad h, peruenerit:minimã vero arcũ g y,cũ ad y, pũctũ in quo rurſus deſcripti paralleli circũferẽtia meridianũ ſecabit. Hoc enim ex eo cõſtat, qđ recta h y,ipſi⁹ paralleli diameter eſt per 19. propoſitionẽ primi Theo. igitur maior quauis alia recta linea quæ per centrũ nõ tranſit quod per 20. propõnẽ primi Eu. & cõmunẽ ſcẽtiã demõſtrabitur. Sunt autẽ huiuſmodi rectæ lineæ cõmunes ſectiones circulorũ verticaliũ & prædicti paralleli: ipſosq; arcus ſubtẽdũt q inter h,horizõtis polũ & propoſitã ſtellã interiacẽt: igitur per 27. propoſitionẽ tertij Euc. ex Cãpani traditiõe,arcus h y,maior erit quocũq; alio arcu inter horizontis polum & ſtellam intercepto. Quare per cõmunem ſententiam concludemus minimã propoſitæ ſtellæ altitudinẽ eſſe ſub arcu g y. Agatur aũt ſemidiameter e h,quã ſecet k l,in pũcto r:& extẽdantur h y, f g, donec cõcurrãt ad o. Quoniã itaq; parallelæ ſunt

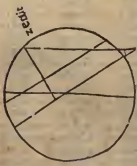


ac,

a c,h o,in eas incidēs recta linea e o,alternos ā-
gulos h o e,o e c,æquales faciet,per 29. proposi
tionē primi Euc.est autem angulus h n r,exte-
rior ipsi angulo h o e,interiori æqualis per ean
dem:igitur per cōmunē sentētiā angulus h n r,
angulo o e c,complemētū altitudinis poli sub-
tēdēti æqualis est. Atqui anguli quos e h, facit
cum f g,recti sunt per 10.propositionem primi
Theo.& secundā diffinitionē vndecimi Euc.
Igitur anguli ad r,recti erūt per ipsā 29. propo
sitionē primi.ideoq; recta e r, æqualis erit si-
nui recto arcus k f,igitur & æqualis sinui recto
altitudinis stellæ tēpore obseruationis per ea
quæ in primo lemmate demonstrauimus. Ita-
que h r,differentia relinquetur sinus totius,alti
tudinis videlicet maximæ propositæ stellæ, &
eius quam habet tempore obseruationis: recta
autem h n,sinus versus erit arcus distantiæ stel
læ á meridiano. Iam igitur in triangulo h n r,



quēadmodum in prima figuratione,propositā proportionem concludemus.Proinde siue polus horizōtis collocetur inter æquatorē &
stellæ parallelum,siue inter hūc & polū apparentē demonstratio generalis est, vt in subiectis figurationibus licebit inspicere: in quibus
per propositiones 28.& 29. secūdi libri Theo.



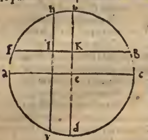
liquido constat,alterā altitudinē meridianā maximam esse: alterā vero minimā. Aduerte q̄d si proposita stella declinatiōe caret nihil opus est cōpositione propor
tionū:deducta enim in prima figuratione a pūc
to a,perpendiculari recta linea super f g, per-

spicuum erit per lēma sextæ appēdicis & præ-
missas hipotheses atq; constructiones,differen
tiam sinuum rectorum altitudinis meridianæ
& eius quam stella ipsa habet obseruationis
tempore,eandem habere rationem ad sinū ver
sum distantiæ à meridiano,quam sinus rectus
complementi altitudinis poli ad sinum totū.

Propositio. XIII.

*In horizonte recto,sicut sinus rectus al
titudinis meridianæ,cōplementi ve declinatiōis
solis aut stellæ,ad sinū rectū altitudinis quā
habet tēpore obseruationis.ita sinus totus ad
sinū rectum arcus complementi distantiæ
à meridiano.*

Quamuis quod hic proponitur ad finem vndecimæ ostensum habeatur; peculiari tamen figuratiōe hoc ipsum demonstrare inutile non erit. Esto enim vt solet circulus a b c d, circa
centrum e,descriptus meridianus:recta a c, sec
tio æquatoris:b d,sectio horizōtis recti: f g, sec
tio paralleli descripti à sole aut stella:h y, sec-



tio circuli æquidistātis ipsi horizonti recto, qui per solem aut stellam obseruatā ipso obseruationis tēpore trāsit:secet autem recta f g, re
ctas h y,b d,in punctis l. K. Igitur per ea quæ
superius demonstrauimus,recta f K,sinus rect⁹
erit cōplementi declinationis, aut altitudinis
meridianæ eiusdē stellæ,nempe arcus f b. Quo
niam vero recta l K,æqualis est sinui recto ar-
cus b h,idcirco æqualis etiam erit sinui recto
altitudinis astri obseruationis tempore, per cō
munem sententiā. Atqui eadem ipsa f K, semi
diameter est descripti paralleli,sinusq; totus:et
l K,æqualis sinui recto arcus distantiæ stellæ
ab

ab exortu, aut ab occasu, seu complementi distantiæ à meridiano in eodem hoc ipso parallelo. Quapropter per septimam propositionem quinti, sicut sinus rectus altitudinis meridianæ complementi ve declinationis solis aut stellæ, ad sinum rectum altitudinis quam habet tempore obseruationis, ita sinus totus ad sinũ rectum complementi distãtiæ à meridiano, quod erat demonstrandum.

Propositio. XIIII.

Ex altitudine solis aut stellæ cognita supra horizontem horam diei æqualem elicere: & vicissim ex hora cognita altitudinem solis aut stellæ indagare.

INterdiu ex altitudine solis, eius distantiam à meridiano per præcedentes supputabimus. Noctu vero ex altitudine stellæ atque declinatione cognitis, similiter distantiam eius à meridiano inquiremus: sed eam semper computabim⁹ à meridiano ad stellam ordine cõtrario ei quo mundus incedit, siue ea ad ortum vergat, siue ad occasum: ita enim regularũ multiplicatione liberabimur. Vt si stella distet ad occasum gradibus 40 auferemus eos à 360. relinquẽrut gra. 320. quibus obseruata stella distare dicetur à meridiano ad eam partem ad quam motu proprio zodiacus ducitur, sed in contrariam partem primi motus. Deinde ascensiones rectas solis & stellæ per sextam propositionẽ supputabimus: ex eisdemque colligemus, quanto arcu æquatoris sol distet ab obseruata stella, secundum ordinem signorum. Nam dum ascensio recta solis maior reperitur ascensione recta stellæ, earum differentia, quæsita ascensionalis distantia est: sed si minor, ascensionum differẽtia de toto circulo dempta, quæsitam distantiã notam relinquit. Iam vero has ambas distantias in vnam summam colligemus, videlicet distantiam stellæ à meridiano, & distantiam solis ab ipsa stella: compositus enim arcus si integro circulo minor fuerit, aut quod ab eo relinquitur dempto circulo, si maior: distantia solis erit à meridiano, à meridie ad solem secundum signorum ordinem supputata: hora igitur ignorari non poterit. Quoties autem ascensio recta stellæ, ascensioni rectæ solis æqualis inuenta fuerit, sol & stella æqualiter à meridiano distabunt, & ad easdem mundi partes aut ad ortum aut ad occasum. Et quoties suarum rectarum ascensionum differentia, semicirculus fuerit, distantia stellæ à puncto meridiei, distantiæ solis ab angulo mediæ noctis ęqualis fiet, & econtrario, sed ad oppositas partes. Hinc elicitur ratio conficiendi horariũ vniuersale nocturnũ, per distantiam alicuius stellarum semper apparentium à meridiano.

Sed quum ex cognito numero horarũ æqualium, altitudinem solis aut stellæ propositæ inuestigare libuerit: principio ex notitia arcus semidiurni loci solis, & arcus dati tẽporis, perpendemus sit ne datum ipsum tempus diurnũ, an nocturnum. Si diurnum, per 12. propositionem altitudinẽ solis cognoscem⁹. Habet enim eam rationem quadratum sinus totius, ad rectangulum contentum sub sinibus rectis complementi declinationis solis, & complementi altitudinis poli, quam sinus versus arcus distantiæ solis à meridiano, ad differentiam sinuũ rectorum altitudinis meridianæ, & eius quam sol ipse habet obseruationis tẽpore. Igitur per cõmune documentum numerorum proportionalium ex primis tribus terminis notis, quartus innotescet. Itaque subtracto quarto ipso termino ex sinu recto altitudinis meridianæ, quã quotidie ex altitudine poli & solis declinatione scimus, sinus rectus altitudinis solis quæ dato tempori respondet, notus relinquetur: igitur eius arcus per tabulam sinuum cognitus erit. At vero si datum tempus nocturnum esse inueniatur, numerum horarum in gradus conuertemus: & ex eorum numero distantiam solis à meridiano, secundum ordinem signorum sumptã eliciemus: præterea distantiam ascensionalem solis ab stella nobis proposita, modo supra declarato, ex rectis ascensionibus: minorem q; distantiam à maiori subtrahemus: residuus enim arcus distantia erit stellæ à meridiano: ea que supputabitur à meridie ad signorum successionem, si distãtia solis à meridiano maior reperiatur: contra vero si minor. Iam igitur ex notitia arcus semidiurni stellæ & eius distantia à meridiano, facile cognoscem⁹, sit ne stella ipsa sub horizonte an supra. Quod si supra horizontem reperiatur, atq; in angulo mediæ noctis constituta, minimam altitudinem habere pronunciabimus, vt in 12. propositione ostẽsũ

eſt eamq; relinqui neceſſe eſt, complemento declinationis ſtellæ ex altitudine poli ſublato: verum hoc eis tantum quæ ſemper apparent accidere poteſt. Porro ſi propoſita ſtella nihil à meridiano diſtare inueniatur, eius altitudinē meridianam maximamq;, per conuerſionem quartæ aut quintæ propoſitionis inquiremus. Alibi autem dum modo ſupra terram, ex diſtantia inuenta, per 12. propoſitionem eius altitudinem cognoſcemus. Harum omnium ſupputationum rationes neminem puto eſſe aſtrologiæ adeo ignarum, qui ex ſe abſque præceptore intelligere non poſsit.

Iam in exemplo hæc omnia facilliora videbuntur. Habeat ſol gra. 20. mi. 12. declinationis borealis: eleueturq; ſupra horizontē Olyſſipponenſium gra. 36. & oporteat iuxta doctrinam præſentis propoſitionis antemeridianum tempus aut pomeridianum ſupputare. Quoniam eleuatio poli arctici in eo horizonte gradus habet 38. mi. 40. idcirco altitudo æquatoris gra. habebit 51. minu. 20. his addemus gra. 20. minu. 12. declinationis ſolis: & conflabitur arcus graduum 71. minu. 52. altitudinis meridianæ. huius ſinus rectus partes continet 94850. ab hoc autē numero auferemus 58778. ſinum rectum gra. 36. altitudinis ſolis, & relinquentur 36072. eorum differentia: hic vero numerus vt ex 12. propoſitione liquet primus terminus proportionis erit: eum igitur multiplicabimus in quadratum ſinus totius & fient 36072000000000. Præterea 93849. ſinū rectum complementi declinationis ſolis multiplicabimus in 78079. ſinum rectum complementi altitudinis poli, fientque 7327636071. nempe tertius terminus: per hunc deniq; diuidemus productum ex primo in quartū, & prodibunt 49227. ſinus verſus arcus diſtantiæ ſolis à meridiano, nempe ſecūdus terminus: huic autem in tabula reſpondent gra. 59. minu. 29. Igitur gra. 15. pro hora computatis, ſolem à meridiano diſtare promulgabimus ipſo temporis momento, horis tribus, minutis fere 58. vnius horæ.

Præterea ponamus ſolem occupare initium Tauri: & diſtare à meridiano horis quatuor æqualibus: oporteatq; eius altitudinem inuenire. Declinatio ſolis per ſecundam propoſitionem ſupputata gradus habet 11. mi. 30. Igitur complementum eius gra. 78. mi. 30. cuius quidem complementum ſinus rectus 97992. hūc porro numerum multiplicabimus in 78079. ſinum rectum cōplementi altitudinis poli, fietque 7651217468. tertius proportionis terminus: hunc deinde multiplicabimus in 50000. ſinum verſum propoſitæ diſtantiæ ſolis à meridiano ſecundum proportionis terminum: & fient 382560873400000. hunc denique numerum diuidemus per quadratū ſinus totius quartum terminum, decem vltimas figuras abijciēdo: & prodibunt ex ea partitione 38256. primus videlicet terminus memoratæ proportionis. Quoniam vero huiuſmodi numerus differentia eſt ſinuum rectorum altitudinis meridianæ, & eius quam ſol ipſe habet quum dato tēpore à meridiano diſtat: auferemus ab 88968 ſinu recto gra. 62. mi. 50. altitudinis meridianæ, 38256. partes quas prædicta differentia cōtinet: relinquenturque 50712. ſinus rectus altitudinis ſolis: huic autem numero reſpondent in tabula gra. 30. minuta 28. Igitur quum ſol principium Tauri occupauerit, receſſeritque à meridiano Olyſſiponenſium horis quatuor æqualibus, eleuatus cernetur ſupra horizontē ipſis gra. 30. mi. 28.

Rurſus ponamus eo temporis momēto, quo ſol tenet gra. 15. mi. 13. Geminorum, Lucidam coronæ ſeptentrionalis ad occidentem vergere. eleuarique ſupra horizontem gra. 41. eiuſq; declinationem borealem eſſe, graduſq; habere 28. mi. 51. præterea aſcenſionem rectam habere a ſectione vernali inchoatam graduum 227. mi. 44. oporteat autem ex his quota hora ſit elicere. Igitur altitudo meridiana obſeruatæ ſtellæ gradus habebit. 80. mi. 11. eius ſinus rectus 98535. ab hoc auferemus 65605. ſinum rectum gra. 41. & relinquentur 32930. hanc autē differentiam, primum proportionis terminū, in quadratum ſinus totius quartum terminum, multiplicabimus, fietque 329300000000000. Præterea 87588. ſinum rectum gra. 61. minu. 9 quos habet complementum declinationis obſeruatæ ſtellæ, multiplicabimus in 78079. ſinū rectum complementi altitudinis poli, fient 6838783452. tertius videlicet terminus memoratæ proportionis: per hunc denique diuidemus eum numerū qui ex multiplicatione primi in quartum prodierat: venientq; ex ea partitione 48152. ſinus verſus diſtantiæ eiuſdem ſtellæ à meridiano verſus occidentem: quibus reſpondent in tabula gra. 58. mi. 46. Hanc itaque diſtantiam auferemus á toto circulo, & relinquentur gra. 301. mi. 14. quibus item diſtabit ſol à meridiano: ſed ſupputatio fiet in con-

trariam

trariam partem:habet autem ascensio recta solis gra.73.mi.57.stellæ vero gra.227.minu.44 distantia igitur ascensionalis solis ab ipsa stella gradus habebit eodem ordine sumptos 206. minu.13.Porro ex his duabus distantijs conflabitur numerus graduum 507. minu.27.à quo subinde auferemus gradus 360.totius circuli summam,& relinquentur tandem gra.147.mi.27., quibus tunc temporis sol distabit à meridiano horis videlicet 9. minut. 49. secun. 48. ante meridiem.

Præterea inquiramus eodem ipso tempore de quacunque stella,cuius declinatio & ascensio recta nota sit ex præcedentibus, sit ne sub terra,an supra,& quantam habeat eleuationē supra horizontem:verbi gratia de ea stella quę latine vocatur vociferans, arabice Alramech, cuius quidem declinatio borealis supponatur gra.21,minu.45.ascensio recta gra.207. minu. 57.Quoniam quidem ascensio recta solis gradus habet 73.minu.17.erit idcirco distantia ascensionalis gra.226,minu.40.ab his subtrahemus distantiam solis à meridiano gra.147.mi. 27.& relinquentur gra.79.minu.13.quibus cōcepta stella distabit à meridie versus occasum. Arqui vt magnitudo arcus semidiurni ipsius stellæ innotescat,multiplicabimus 92880.sinū rectum cōplemēti suæ declinationis in 78079. sinum rectum complementi altitudinis poli:& fient 7251977520.per hunc igitur diuidemus 9567200000000.qui fiunt ex ductu quadrati sinus totius in 95672.sinum rectum graduū 73.minu.5.quos habet altitudo propositæ stellæ meridiana,& venient ex partitione 131925. sinus versus arcus semidiurni eiusdem stellæ, quod octaua propositio demonstrat.Porro ipsi numero partium respondent in tabula gra. 108.minu.37.pro magnitudine arcus semidiurni.Ipsa igitur concepta stella eleuata cernetur supra horizontem.Hoc etiam absque computatione arcus semidiurni ex sola declinatione elici potest.Nam quum ea borealis esse supponatur,necesse est per ea quæ superius demonstrauimus huiusmodi stellæ arcum semidiurnū quadrantem superare:habet autem eius distantia à meridiano gra.79.minu.13.igitur eleuata conspicietur supra horizontem.Verumtamen quoties distantia stellæ à meridiano quadrante maior fuerit,necesse erit arcum eius semidiurnum computare,vt perpendere possimus sit ne sub horizonte an supra.Iam igitur vt in assumpto exemplo ex cognita distantia stellæ à meridiano,eius altitudinem deprehendamus, iuxta præsentis propositionis institutū 81291. sinū versum gra.79.minu.13.quibus stella distat à meridiano,multiplicabimus 7251977520. productum ex multiplicatione sinus recti cōplementi altitudinis poli in sinum rectum cōplementi declinationis ipsius stellæ : & fient 589520504578320. hunc denique numerum diuidemus per quadratum sinus totius, prodibuntque ex ea partitione 58952.nempe differentia sinuum rectorum altitudinis meridianæ & eius quam stella habet obseruationis tempore.Igitur auferemus 58952 à 95672.sinu recto altitudinis meridianæ eiusdem stellæ,& relinquentur 36720. sinus rectus graduum 21. mi. 33.eleuationis supra horizontem.

Propositio. XV.

Longitudinē Crepusculi indagare.

IN initio crepusculi matutini aut fine vespertini, obseruetur cum Astrolabio cuius constructionem in tertia propositione docuimus, altitudo cuiusuis stellæ quæ per sextam, declinationem & ascensionem rectam cognitā habeat: & per præcedentem supputetur arcus horarum à qua lium ante meridiem aut post.supputetur etiam per septimam aut octauam longitudo arcus semidiurni loci solis:differentia enim vtriusque arcus,erit crepusculi intercapedo magnitudo ve.Exemplum:Olysippone labente anno salutis 1541.prima die mensis Octobris vesperi, sereno cœlo,ex summa vrbis arce, quum nihil splendoris iam esset in parte occidua, obseruaui stellam cordis Scorpij tendentem in occasum,eamque quinque gradibus supra horizontem eleuatam deprehendi.Et quoniam eius locus est finis quarti gradus Sagittarij, quod Albategnij sententiæ & nostris etiam alijs obseruationibus conuenit,erit idcirco eius declinatio gra.24.mi.56.ascensio recta gra.241. mi.10 proinde 8715.sinum rectum gra. 5. auferemus à 44463 sinu recto gra.26.minu.24. altitudinis meridianæ eiusdem stellæ,& relinquetur differentia sinuum rectorum 35748.hanc itaq; differentiam multiplicabimus in quadratum sinus totius:productum diuidemus per eum numerum qui fit ex ductu 90679.sinus nēpe recti

ti complementi declinationis prædictæ stellæ; in 78079. sinum rectum complementi altitudinis poli, & venient ex partitione 50492. sinus versus gra. 60. mi. 19. distantiæ ipsius stellæ à meridiano. Et quoniam sol occupabat eo tempore finem gradus 18. libræ, cuius ascensio recta gra. 196. mi. 35. differentia igitur ipsarum rectarum ascensionum gra. 44. mi. 35. fuit itaque distantia solis à meridie secũdum motum diurnum gra. 104. mi. 54. ab ijs detrahemus arcum semidiurnum solis, gra. 84. mi. 18. & relinquentur gra. 20. mi. 36. pro crepusculi magnitudine, nempe hora vna, mi. 22. se. 24. Verumtamen si exactæ rationis examini stare velimus hæc sũma maiuscula est quam crepusculi longitudo. Nam crepusculum vespertinum non incipit, priusquã centrum solis minutis 14. sub horizõte occultetur: oportebit igitur per octauã propositionem tempus à meridie supputare ad cẽtrum solis ipsis 14. mi. sub horizonte conditũ: hoc deinde subtrahemus ab inuenta distantia, relinqueturq; vera crepusculi longitudo.

Propositio. XVI.

Ex data longitudine crepusculi distantiã solis ab horizonte elicere.

SVperius in octaua propositione demonstratum est, quod sicut quadratum sin' totius, ad rectangulum contentum sub sinibus rectis cõplementi altitudinis poli, & complementi declinationis loci solis, ita sinus versus arcus compositi ex arcu semidiurno & arcu crepusculi, ad quandam rectam lineam cõpositam ex duobus sinibus rectis, quorum vnus est altitudinis meridianæ, alter vero eius arcus quo sol ab horizonte distat in initio crepusculi matutini, aut fine vespertini. Igitur computabimus per septimam aut octauam, magnitudinem arcus semidiurni loci solis: ei addemus arcum longitudinis crepusculi: compositi arcus sinũ versum multiplicabimus in eũ numerum qui fit ex ductu sinus recti complementi altitudinis poli in sinum rectum complementi declinationis loci solis: productum diuidemus per quadratum sinus totius: & exibit ex partitione numerus quidam partiũ diametri, à quo auferemus sinum rectũ altitudinis meridianæ solis: & relinquetur sin' rectus arcus circuli verticalis, quo centrũ solis ab horizonte abest, in principio crepusculi matutini aut fine vespertini: ipse igitur arcus per tabulam innotescet. Exemplũ: in eadem die declinatio solis est gra. 7. mi. 5. eius cõplementum gra. 82. mi. 55. cuius complementi sinum rectum 99236. multiplicabimus in 78079. sinũ rectũ cõplementi altitudinis poli, & numerũ qui ex ipsa multiplicatione prodierit multiplicabimus in 125713. sinum versum arcus compositi ex semidiurno & crepusculino, qui inuentus fuit gra. 104. mi. 54. productum vero diuidemus per quadratum sinus totius, abijciendo decem vltimas figuras, & venient 97405. ab ijs auferemus 69779. sinum rectum graduum 44. mi. 15. quos continet altitudo solis meridiana, & relinquentur 27626. pro sinu recto arcus occultationis solis ad finem crepusculi. His autem in tabula respondent gradus circunferentiæ circuli 16. minuta duo: igitur nota magnitudo arcus occultationis solis ad finem crepusculi, quod inuestigandum proposuimus.

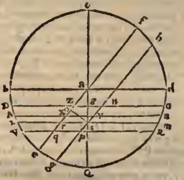
Propositio. XVII.

Rationem augmenti & decrementi crepusculorum aperire.

LOnge diuersam rationem inuenimus crepuscula seruare in augmento & diminutione à dierum & noctium progressu. Dies enim augentur semper ab initio Capricorni vsque ad Cancrum: & in ipso Arietis initio noctibus æquãtur. Crepuscula vero ab initio Capricorni minui incipiunt, & in dies minora fiunt, sensibili semper differentia, vsque ad id eclipticæ punctũ, in quo sicut sinus rectus altitudinis poli ad sinum totum, ita sinus rectus arcus occultationis solis ad duplũ sinus recti declinationis eiusdem puncti. Priusquam tamen in ipsa diminutione perueniatur ad æquatorem, offendemus punctum eclipticæ cuius arcus crepusculinus æquabitur crepusculo æquatoris. Igitur decrescunt deinceps crepuscula, quamuis insensibili fere quantitate, vsque ad punctum quoddã eclipticæ ante initium Arietis, in quo crepusculũ

sit

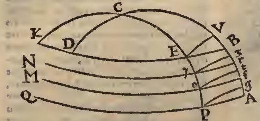
sit omniũ breuissimum quod esse potest. Inde vero crescunt semper vsque ad Cancri initiũ. Porro omnia hæc ordinatim demõstrabimus. Præterea ipsum eclipticæ punctum inuestigabimus in hyemali quadrante, in quo crepusculum fit crepusculo æquatoris æquale: & illud quoque vltra hoc ante Arietis initium inquiremus, in quo sol breuissimum crepusculum efficit. Principio igitur describemus meridianum b e d Q. super a centro, in quo e f, sectio horizontis obliqui: g h, sectio circuli ei æquidistantis: e g, aut f h, arcus occultationis solis in principio crepusculi matutini, aut fine vespertini: e Q. sectio horizontis recti habitantium sub b: ipsa b d, sectio æquatoris. Concipiamus deinde circulum quendam æquatori æquidistantẽ, venientẽ per cõmunem sectionem horizontis recti & æquidistantis horizonti: eius & meridiani communis sectio esto recta linea l t m. diuidatur a t, in duas partes æquales in puncto s, & igitur recta linea D G, per s, parallela ipsi b d: manifestũ quidem est per ea quæ in prima parte demõstrauimus, rectam a s, æqualem esse sinui recto arcus declinationis ab æquatore, eius paralleli qui diametrum habet D G, nempe sinui recto arcus b D, aut d G: excitetur autẽ à pũcto t, perpendicularis t o, in e f: & agitur alij duo paralleli, quorũ vnᵘˢ secet meridianũ sup recta v R, infra l m, alter vero sup recta A B, inter D G, & l m: secet præterea e f, ipsorum parallelorum diametros super punctis z, x, r, q: & easdẽ secet g h, super punctis n, y, t, p. Igitur per ea quæ super quarta appendice demonstrauimus, plures gradus circũferentiæ paralleli abscindũt perpẽdiculares super p q, quã quæ super r t: & quæ super r r. plures quã quæ super x y: & quæ deniq; super his plures gradᵘˢ



intercludunt quàm quæ super z n. Est enim duplex ratio sensibilis diminutionis ab initio Capricorni vsq; ad eum parallelum, qui diametrũ habet D G: quod ipsi circuli australiores, minores sint, & quod in eisdem ipsæ rectæ lineæ super quarũ terminis perpẽdiculares cõmunes sectiones erectæ sunt, magis distant à centris: hoc namque fuit duplex medium demonstrationis appendicis quartæ. Atqui per lẽma sextæ appendicis, sicut sinus rectus anguli t a o, altitudinis poli, ad sinum totum, ita o t, æqualis sinui recto arcus e g, occultationis solis, ad rectam lineam a t, duplam ipsius a s, æqualis nempe sinui recto declinationis puncti D, aut G: igitur ex tribᵘˢ terminis cognitis, cognoscetur a t: & dimidia eius pars a s, innotescet: quapropter ex tabula sinᵘˢ rectiarcᵘˢ b D, declinationis concepti puncti eclipticæ deprehẽdetur. Exẽpli gratia in horizonte Olysipponẽsi, sinus rectus altitudinis poli partes habet 62478. per hunc igitur numerũ diuidemus id quod fit ex multiplicatione sinus totius in 27626. sinũ rectũ arcus occultationis solis, & prodibit ex partitione 44217. huius numeri pars dimidia partes haber 22108 ½, sinus rectus gra. 12. mi. 46. declinationis puncti D, aut G: ex declinatione autem cognita, cognoscetur per secundam punctum eclipticæ cui ea respondet, nempe grad. 3. minu. 40. Scorpij: & gra. 26. minu. 20. Aquarij. Igitur decrescũt crepuscula sensibili semper differentia, à bruma vsque ad quintam diem Februarij nostra ætate: at decrescente die augeri incipiunt augmento sensibili a 17, die Octobris. Et ex hac quoque figuratione latitudo ortus concepti puncti eclipticæ facile deprehendi potest. Manifestum est enim ex eis quę in prima parte demonstrauimus, quod sectio cõmunis horizõtis & paralleli, cuius diameter D G, perpẽdicularis est super ipsam diametrũ D G, in plano eiusdẽ paralleli, efficitur que sinus rectus arcus semidiurni & seminocturni, & quoniã ea perpẽdicularis est super plano meridiani, erit etiã sinus rectus cõplementi latitudinis ortus in horizontis plano, nẽpe eius arcus horizontis qui comprehenditur inter pũctũ e, & intersectionem circunferentiæ horizontis cum concepto parallelo. Quapropter recta linea e z, sinus versus erit complementi latitudinis ortus, & reliqua a z, æqualis sinui recto latitudinis ortus concepti puncti eclipticæ, ipsum parallelũ describẽtis cuius diameter D G. Igitur magnitudinem rectę a z, in hunc modũ

inueftigabimus: quoniam angulus z a s, æqualis eft angulo altitudinis poli, erit reliquus angulus a z s, æqualis angulo altitudinis æquatoris. Atqui per lemma fextæ appendicis ficut finus rectus anguli a z s, ad finum totum, ita a s, finus rectus declinationis concepti puncti eclipticæ, ad rectam a z, finum rectum latitudinis ortus eiufdem puncti: harum vero quatuor quantitatum tres primæ dantur notæ: igitur per cõmune documentum numerorum proportionalium, quarta innotefcet: per tabulam itaque finus recti, ipfe arcus latitudinis ortus cognitus euadet.

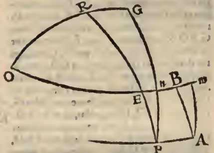
His itaque oftenfis deinceps demonftrabimus, quòd non fiat cõtinua crepufculorũ diminutio ad æquatorẽ vfq;. Quin potius priufquã fol ingrediatur Arietis initiũ, in quodã eclipticæ pũcto hyemalis quadrãtis, qđ ftatim indicabimus, crepufculũ fiat æquale ei quod fol efficit in æquinoctiali circulo cõftitutus: in pũctis autẽ eclipticæ intermedijs, his femper minora. Quare neceffe eft vt finis decremẽti crepufculorũ fit in vno ipforũ punctorũ intermediorum, in quo crepufculũ fiet omniũ breuifsimũ. Inde vero crefcẽtibus femper crepufculis, foleq; perueniente ad Arietis initiũ, crepufculũ habebitur priori æquale, perpetuaq; ferie augebuntur vfq; ad Cancri initiũ. Efto enim circulus æquinoctialis B D K: obliquus horizon A B C D, & ipfum B, æquinoctialis ortus: efto præterea B E, arcus longitudinis crepufculi qđ fol facit, quum Arietis initiũ occupat: veniat autem per E, punctũ, horizon P E C K, priori horizõti fimilis, hoc eft æqualis altitudinis poli, eumq; fecans fuper C, à parte Aquilonis. Et quoniam anguli C B E, C E D, altitudinum



æquatoris interfe æquales funt, erũt igitur duo arcus B C, C E, iuncti femicirculo æquales per decimam propofitionem primi libri Menelai. Atqui maior eft angulus B E C, obtufus exiftens angulo E B C, acuto: & maior idcirco arcus B C, arcu E C, per feptimam: igitur B C. quadrante maior eft, & E C, quadrante minor. Affumatur itaque arcus o C, æqualis ipfi B C, vt duo arcus E C, o C, iuncti femicirculum conficiant: & agatur parallelus f o M: itẽ per puncta y, P, quorum alterum vergit ad æquatorem, alterum ad hyemalem tropicum, paralleli ducantur r y N, A P Q: & ab ipfis punctis E, y, o, P, in Horizontem A B C D, ad rectos angulos deducantur arcus P g, o t, y z E V: hoc enim facile fiet, fi inuento altero polo horizontis A B C D, per 31. propofitionem primi libri Theod. ab eo circuli maximi ducantur per puncta E, y, o, P: ij enim horizontem A B C D, ad rectos angulos fecabunt per 19. propofitionem. Igitur vt finus rectus arcus P C, ad finum rectum arcus E C, ita finus rectus arcus P g, ad finum rectum arcus E V, per 12. propofitionem primi libri Gebri: quod etiam per fuperiores demonftrationes oftendi poterit. Nam per eam demonftrandi artem, qua modo vfi fumus ad oftendendum finus rectos declinationis concepti puncti eclipticæ & fuæ latitudinis ortus, eandem habere rationem quam finus rectus altitudinis æquatoris & finus tot⁹, vel queadmodum ratiocinati fuimus circa inquifitionem declinationum punctorũ eclipticæ, & longitudinis crepufculi æquinoctialis, manifefte liquet quod in triãgulo rectangulo fphærico, fin⁹ recti laterũ & fubtẽforũ angulorũ eodem ordine funt proportionales: & per 23. propofitionẽ quinti Euc. id etiã de õni alio triãgulo cõcludem⁹: quapropter per 11. propofitionẽ quinti, ficut finus rect⁹ arcus P C, ad finũ rectũ arcus P g, ita finus rectus arcus E C, ad finũ rectũ arcus E V: igitur per permutatã ficut finus rectus arcus P C, ad finum rectũ arcus E C, ita finus rectus A g, ad finum rectũ arcus E V. Nec quempiam perturbari velim, quod folum circa latera minora quadrantibus occupati fuimus, quando eadem recta linea arcũ minorem quadrante & quod ei deeft ad femicirculũ fubtendit. Sed vtcũq; theorema illud demõftretur, procefs⁹ nofter minime propterea variabitur. Itaq; ficut fin⁹ rect⁹ arc⁹ P C,

P C, ad sinum rectum arcus E C, ita sinus rectus arcus P g, ad sinū rectū arcus E V: at vero minor est sinus rectus arcus P C, sinu recto arcus E C, quia minor est sinus rectus arcus P C, quam sinus rectus arcus o C, ipsi porro arcus o C, E C, eundem habent sinum rectum: minor igitur & sinus rectus arcus P g, sinu recto arcus E V. Est autem ipse arcus E V, occultationis arcus in principio crepusculi matutini, quum sol æquatorem possidet: minor igitur P g, quā occultationis arcus quū sol parallelum A P Q, describens matutinū crepusculū inchoat. Quapropter priusquā sol motu primi cœli perueniret ad punctū P, crepusculū illius diei inchoauerat. Sunt autem omnes ipsi arcus parallelorum inter binos horizontes æqualiū altitudinum poli comprehensi arcu⁹ B E, crepusculo æquatoris proportionales: longius igitur crepusculum paralleli A P Q, vergentis ad tropicum hyemalē, quàm crepusculum æquinoctiale. Verū enimuero crepusculū paralleli f o M, & crepusculū æquinoctiale æqualia esse demōstrabimus: nā vt sinus rectus arcus o C, ad sinū rectum arcus E C, ita sinus rectus arcus o t, ad sinum rectū arcus E V, atqui eadē recta linea sinus rectus est arcuum o C, E C, igitur æquales sunt inter se sinus recti duorū arcuū o t, E V: idcirco æquales ipsi arcus o t, E V: propterea arc⁹ o t, occultatio solis erit in principio crepusculi matutini quū sol parallelum f o M, describit: est itaq; o f, crepusculi longitudo: at vero arc⁹ f o, B E, proportionales sūt: igitur crepusculū quod sol facit, quū parallelū describit f o M, & crepusculū æquinoctiale æqualia sunt quod demonstrasse oportuit. Cæterū crepusculū paralleli r y N, & quælibet alia crepuscula eorū parallelorum, qui inter f o M & æquinoctialem circulū positi sunt, ipso crepusculo æquinoctialis minora esse necesse est: manifestum est enim per eadem principia, quod sicut sinus rectus arcus y C, ad sinum rectū arcus E C, ita sinus rectus arcus y z, ad sinū rectū arcus E V: atqui maior est sin⁹ rectus arcus y C, sinu recto arcus E C, quod y C, cōstitutus sit inter E C, & o C, arcus semicirculum conficientes: maior igitur sinus rectus arcus y z, sinu recto arcus E V. Quapropter maior erit arcus y z, quam E V: est autem E V, arcus occultationis solis in principio crepusculi marutini, ergo y z, maior ipso arcu occultationis: itaque nondum crepusculum matutinum inchoabitur, quum sol motu primi cœli peruenerit ad y: at vero proportionales sunt arcus y r, & E B, mensura crepusculi æquinoctialis: igitur breuius crepusculum efficitur quum sol parallelum describit r y N, quàm quum æquatorem possidet, au parallelum f o M, quod item demonstrandū proposuimus. Et hac etiam demonstrādi arte probabitur, quod sole existente in signis borealibus, punctis borealioribus longiora crepuscula debeantur, quod in prima parte per alia media ostensum est.

SEd priusquam reliqua prosequamur, id quod assumpsimus demonstremus: nēpe arcus circulorum æquidistantium inter similes horizontes comprehēsos, proportionales esse. Veniant enim meridiani per A, & P, secantes æquatorem super m, & n: igitur anguli ad m, n, recti per

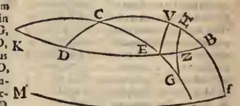


19 propositionem primi Theo. ipsi vero arcus A m, P n, declinationis æquales sunt per communem sententiam, & anguli ad B E, æquales, at reliquorum arcuum, A B, P E, coniuncti semicircunferentia minores, præterea m B, n E, coniuncti etiam semicircunferentia minores. igitur A B, P E, latitudines ortuum eiusdem puncti eclipticæ in similibus horizontibus æquales. item m B, n E, differentiæ ascensionales seu differentiæ quadrantis & semidiurni alter alteri æquales per 16. propositionem primi libri Menelai. his itaque adiecto cōmuni arcu B n, duo arcus m n, B E, æquales fient per communem sententiam, atqui proportionalis est arcus A P, arcui m n, per ea quæ in primo lemmate demonstrauim⁹, seu per 14. propositionem secundi libri Theo. igitur proportionalis est ipse arcus A P, arcui B E. & similiter de reliquis demonstratio fiet.

 Quod

Quòd ſi ſtudioſe lector penes te non ſint Menelai ſphęrica, poteris hoc ex præmiſsis demonſtrationibus alio modo colligere. Nam in triangulo rectangulo P n E, ſicut ſinus totus ad ſinũ rectum anguli E, ita ſinus rectus arcus P E, ad ſinum rectum arcus P n. Similiter in triangulo A m B, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum anguli B, ita ſinus rectus arcus A B, ad ſinum rectũ arcus A m: eadem autem eſt ratio ſinus totius ad ſinum rectum anguli E, & ad ſinum etiam rectum anguli B, per ſeptimam propoſitionē quinti Euclid. igitur ſicut ſinus rectus arcus P E, ad ſinum rectum arcus P n, ita ſinus rectus arcus A B, ad ſinum rectum arcus A m, per 11. propoſitionem quinti Euc. porro æqua les ſunt ipſi arcus P n. A m: igitur per ſeptimam & nonam eiuſdem quinti libri concludemus ſinus rectos arcuum P E, A B, æquales eſſe, & ipſos quoque arcus, quia vterque quadrante minor, æquales eſſe neceſſe eſt. Deinde extendemus arcus P n, P E, in menſuram quadrantum vſque ad G, R, & ſuper P, tanquam polo, circulus maximus deſcribatur G R O, & producatur arcus n E, donec concur rat cum deſcripto circulo ſuper O. Circuli igi tur P n G, polus eſt in circulo n E O, per 17. propoſitionem primi libri Theo. & quoniam angulus ad G, rectus eſt per 19. erit etiam in circulo G R O, polus eiuſdem circuli P n G, per eandem 17. O, igitur polus, & n O, G O, quadrantes per 24. Igitur per ea quæ ſuperius demōſtrauimus, in triangulo ſphærico E R O, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum arcus anguli O, ita ſinus rectus arcus E O, ad ſinum rectum arcus E R. At vero n G, arcus anguli O, complementum exiſtit arcus P n, & ipſe E O, complementum arcus n E, arcus denique E R, complementum arcus P E: quapropter ſicut ſinus totus ad ſinum rectum complementi arcus P n, ita ſinus rectus complementi arcus n E, ad ſinum rectum complementi arcus P E. Itidem demonſtrabitur in quocunq; alio trian gulo rectangulo cuius latera quadrantibus ſint minora. Iam igitur ita concludemus id quod aſſūpſimus: ſicut ſinus totus ad ſinũ rectũ complemēti arcus A m, ita ſinus rectus complementi arcus n E, ad ſinum rectum complemēti arcus P E, per ſeptimam propoſitionem quinti: & ſicut ſinus totus ad ſinum rectum cōplementi arcus A m, ita ſinus rectus complementi arcus m B, ad ſinum rectum complementi arcus A B: igitur per 11. propoſitionem quinti ſicut ſinus rectus cōplementi arcus n E, ad ſinũ rectum complementi arcus P E, ita ſinus rectus cō plementi arcus m B, ad ſinum rectum comple menti arcus A B: idcirco per permutatam pro portionem ſicut ſinus rectus complementi ar cus n E, ad ſinum rectum complementi arcus m B, ita ſinus rectus complementi arcus P E, ad ſinũ rectum arcus A B: æqualia autem ſunt ipſorum arcuum P E, A B, cōplementa: igitur & complementa arcuũ n E, m B, interſe æqua lia, & arcus n E, arcui m B, æqualis, quod per theoremata Menelai cōciſius demōſtratur.

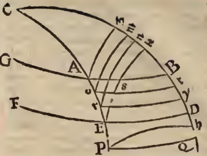
Sed redeamus ad inſtitutũ & inquiramus pūctũ illud eclipticæ, in quo quũ ſol extiterit, crepuſculũ efficiet crepuſculo æquinoctiali æquale. Erat autē in deſcripta figuratione arc⁹ B E, longitudo crepuſculi æquinoctialis, quod etiam debetur pūcto eclipticæ parallelũ ſo M, deſcribenti: E V, arcus occultationis ſolis in principio crepuſculi. Et quoniam arcus E C, quadrante minor eſt: arcus vero o C, reliqua



pars ſemicirculi: deſcribemus ſuper puncto C, tanquam polo arcum circuli maximi G Z H, ſecantem æquatorem in puncto Z, ipſos autē horizontes ſuper G, H. Igitur anguli ad G, H, recti ſunt per 19. primi libri Theod. & arcus C G, C H, quadrantes per 24. Atqui in duobus triangulis B Z H, G Z E, anguli ad Z, cōtra poſiti æquales ſunt, quod ſola communis ſentē tia probare ſufficit: anguli ad E, B, æquales etiam, quia æqualium altitudinum æquatoris in ſimilibus horizontibus: & reliqui ad G, H, recti. Quapropter per 17. propoſitionem primi libri Menelai æqua ſunt latera quæ æqualibus angulis ſubtenduntur: æquales igitur arcus G Z, Z H. Hoc idem concludemus, ſi (vt paulo ante) rē ipſam propoſitionibus perſequamur: nam ab arcubus B C, C E, ſemicirculo æqualibus,

bus,& à duob⁹ H C,C G,itē ſemicirculo æquã libus detractis communibus H C, C E,duo arcus B H,G E,æquales relinquentur: ſunt autē ipſi anguli ad Z,æquales:igitur proportionum viam progredientes arcus B Z,Z E,æquales demonſtrabimus:rurſus G Z,Z H,æquales. At vero in triangulo B E V,ſicut decima propoſitio demōſtrauit,vt ſinus rectus anguli B,altitudinis æquatoris ad ſinum totum,ita ſinus rectus arcus E V,occultationis ſolis ad ſinum rectum arcus B E:idcirco per commune documentum numerorum proportionalium,ex tribus terminis cognitis quartus cognoſcetur,nempe ſinus rectus arcus B E:ipſe igitur arcus B E,longitudinis crepuſculi æquinoctialis notus, & dimidia eius pars B Z,cognita quoque. Porro in triangulo B Z H,ſicut ſinus totus ad ſinum rectū anguli B,altitudinis æquatoris,ita ſinus rectus arcus B Z,ad ſinum rectum arcus Z H: quapropter ex tribus cognitis quartus Z H, innoteſcet.& totus ipſe arcus G H,cognitus. Quoniã vero ſicut ſinus rectus arcus G H,ad ſinum rectum arcus E V,ita ſinus rectus arcus G C,ad ſinum rectū arcus E C: igitur ex tribus cognitis, quartus innoteſcet, nempe ſinus rectus arcus E C,& ipſe arcus E C,cognitus quoque: eum itaque detrahemus à ſemicirculo,& relinquetur arcus o C,notus: ideoque differentia o E, cognita,quæ quidem latitudini ortus quæſiti puncti eclipticæ æqualis exiſtit. Iam igitur ex latitudine ortus cognita in dato horizōte, cognoſcetur declinatio puncti parallelum f o M, deſcribentis,& per ſecundam propoſitionem ipſum éclipticæ punctum cui ea reſpondet.

NVnc tranſeamus ad inueſtigandum quantitatē breuiſsimi crepuſculi quod in dato horizonte eſſe poteſt, & punctum eclipticæ in quo illud fiat. Eſto igitur æquinoctialis circul⁹ B A G,obliquus horizon Q B C:efficiat autem ſol breuiſsimum crepuſculum, quum parallelum deſcribit D F,& ſit eius menſura arcus æquatoris A B: veniat autē per A,horizon P A C, priori ſimilis: & ipſius crepuſculi breuiſsimi arcus in parallelo D F,eſto E D. Aio primum arcum E C,eſſe quadrantem . Deſcribantur alij quiuis paralleli vt o t,r y,P Q:& deducantur in horizonte Q B C, perpendiculares arc⁹ A z,o m,r n,E K,P h.Igitur arcus E k, eſt oc-



cultatio ſolis in principio breuiſsimi crepuſculi:ſunt autem omnes ipſi arcus parallelorum inter deſcriptos horizontes intercepti proportionales,& breuiſsimum crepuſculum eſt E D: igitur quum ſol deſcribit parallelum r y,priuſquam motu primi cæli perueniat ad r, punctū matutinum crepuſculum inchoat: arcus itaq; r n,circuli verticalis quo adhuc occulitur ſub horizonte Q B C,minor eſt quam E K, ſolis occultatio crepuſculina. Atqui ſicut ſinus rectus arcus E K,ad ſinum rectum arcus r n, ita ſinus rectus arcus E C,ad ſinum rectū arcus r C: maior autem primus terminus ſecundo,& maior igitur tertius quarto. Similiter demonſtrabitur quod ipſe ſinus rectus arcus E C,maior ſit ſinu recto arcus o C,& cuiuſcunque alterius arcus quem vel in C,vel in oppoſitam partem, paralleli ſolis diſtingunt. Quapropter ſi rectus ſinus arcus E C,maior exiſtit ſinibus rectis eorū arcuum quos proxima puncta collateralia finiunt,eum quadrantē eſſe neceſſe eſt. Iã igitur breuiſsimi crepuſculi quantitatē facile cognoſcemus:ſecet enim arcus E k, arcum æquatoris A B,in pūcto s: manifeſtū eſt ex eis quæ paulo ante demonſtrauimus,arcus A s,B s,æquales eſſe: rurſus E s,k s,interſe æquales. Quoniã vero in triangulo rectangulo s B K,ſicut ſinus rectus anguli B,altitudinis æquatoris ad ſinum totum,ita ſinus rectus arcus k s,dimidiæ occultationis crepuſculinæ ad ſinum rectum arcus B s,dimidiæ longitudinis breuiſsimi crepuſculi:idcirco ex tribus terminis notis quartus innoteſcet,nempe ſinus rectus arcus B s:per tabulam igitur ſinus recti arcus B s,cognitus erit:& totus A B, cognitus quoque, propterea ipſa breuiſsimi crepuſculi longitudo nota. Rurſum in ipſo triangulo rectangulo s B k, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum complementi arcus B K, ita ſinus rectus complementi arcus k s,ad

 ſinum

ſinum rectum complementi arcus B s: primus autē terminus tertius atq; quartus cogniti ſūt: igitur ſecūdus innoteſcet per cōmune documētum numerorū proportionalium: quapropter ſubtrahemusà quadrante complementū arcus B K, cognitum, & relinquetur ipſe arcus B K, aut ei æqualis A E: porro æquales oſtenſi ſunt B D, A E, igitur B D, latitudo ortus pūcti eclipticæ in quo breuiſsimum crepuſculum fit cognita erit. Ex latitudine autem ortus cognita in dato horizonte, concepti puncti eclipticæ declinatio deprehendetur, & per ſecundam propoſitionem ipſum eclipticæ punctum cui ea debetur. Poſtquā igitur quæ propoſuimus geometricis demonſtrationibus inueſtigauimus: reliquū eſt vt ea omnia numeris perſequamur. In primis itaq; ſolem æquatorem poſsidere ponamus, & ſupputemus in dato horizonte longitudinem crepuſculi, exempli gratia, vbi polus arcticus eleuatur gra.38.mi.40. præterea pūctum illud eclipticæ inquiramus in quo iterū æquale crepuſculū fit. Igitur multiplicabimus 27626. ſinum rectum occultationis ſolis in ſinum totū, productū diuidemus per 78079. ſinū rectū altitudinis æquatoris, & preuenient 35382. ſinus rectus arcus lōgitudinis crepuſculi: quibus reſpōdent in tabula gra.20.mi.43.ſe 20. huius dimidium gradus habet 10.mi.21. ſe. 40. ſinus rectus, partes 17985. hūc numerū multiplicabimus in 78079. productū diuidemus in ſinū totū: & venient 14042. ſinus rectus gra.8. mi.4.ſe.20. igitur duplus arcus gra.16.mi.8.ſe. 40. eius ſinus rectus 27806. per hūc diuidemus eū numerū qui fit ex multiplicatione ſinus totius in 27626. ſinū rectū arcus occultationis: & venient 99353. quibus reſpōdent gra.83.mi.29 fere: hos auferemus à ſemicirculo & relinquentur gra.96.mi.31. & ab his rurſus auferem⁹ gra. 83.mi.29. & relinquetur gra.13.mi.2. latitudinis ortus: eius ſinū rectū 22551. multiplicabim⁹ in 78079. productū diuidemus per ſinū totū, & venient ex partitione 17607. & dimidiū: ſinus rectus gra.10.mi.8.ſe.30. declinationis. Demū multiplicabimus in ſinū totū 17607. & dimidiū: productū diuidemus per 39874. ſinū rectū maximæ declinationis eclipticæ: & venient 44158. ſinus rectus gra.26, mi.12. ſigni Libræ: aut gra.3.mi.48. ſigni Piſciū. Igitur decima die menſis Octobris & duodecima Februarij in āno cōmuni, crepuſcula fiūt æqualia noſtra ætate iis quæ rurſus ſol efficit quū primā Arietis partē aut libræ ingreſſus fuerit: hoc autē in horizōte Olyſsipponenſi. Præterea vt longitudinem breuiſsimi crepuſculi, & punctum eclipticæ in quo fiat cōmoſtremus, multiplicabimus ſinum totū in 13946. ſinum rectum graduum 8.mi.1. dimidij arcus occultationis: productumque diuidemus per 78079. ſinum rectum altitudinis æquatoris: & veniēt ex partititione 17861, ſin⁹ rectus gra.10.mi.17.ſe.20. quos habet dimidia longitudo breuiſsimi crepuſculi. Igitur breuiſſimum crepuſculum gra.20.mi.34.ſe.40. Sed vt punctum eclipticæ inueniamus in quo ipſum fiat, multiplicabimus 98391. ſinum rectū complementi dimidiæ longitudinis crepuſculi in ſinum totum: productum diuidemus per 99022. ſinum rectum complementi dimidij arcus occultationis, & venient ex partitione 99363. ſinus rectus gra.83.minu.32. quos habere neceſſe eſt complementum latitudinis ortus quæſiti puncti eclipticæ: his igitur detractis à quadrante relinquetur arcus latitudinis ortus graduum 6.min.28. eius autem ſinum rectum 11262. multiplicabimus in 78079. productum diuidemus per ſinum totum: & veniēt 8793. ſinus rectus grad.5.mi.2.ſe.40. declinationis auſtralis. Proinde multiplicabimus 8793. in ſinū totum: productum diuidemus per 39874. ſinū rectum maximæ declinationis: & venient ex partitione 22052. ſinus rectus graduum 12. mi. 44. ſigni Libræ, aut gra.17.minu.16. ſigni Piſcium. Igitur breuiſsima crepuſcula noſtra ætate 26. die Septēbris & 25. Februarij in ipſo horizonte Olyſsipponenſi. Aduertendum eſt autem impoſsibile non eſſe, vt in aliqua regione fiant duo crepuſcula breuiſsima in duobus diebus continuis: vt ſi exēpli gratia in aliqua die anni arcus E C, eſſet gra.90.mi.15. & in proxima die fuiſſet E C, grad.89.minu.45. ſed ipſos duos dies in quibus breuiſsima crepuſcula fieri poſſe affirmamus, continuos non eſſe, prorſus impoſsibile eſt: ſequeretur enim vt in die intermedia crepuſculum fieret breuius breuiſsimo. Nec vero neceſſe eſt arcum E C, quadrantem eſſe, etiam ſi vnum tantum breuiſsimū crepuſculum habeat ut E D, in hyemali quadrante, rurſus in autūnali. Sed aut quadrans erit ipſe arcus E C, aut quadrante maior aut minor minima tamen differentia. Ita enim eius ſinus rectus maior erit ſinu recto cuiuſcunque alterius arcus circuli P A C, qui ad C, punctū terminatur. Quamuis igitur eum ſemper quadrantem ſubijciamus, nulla propterea diuerſitas ab exacta ratione fiet.

Tabula

Tabula arcuum crepusculorum ad initia signorum pro varia poli arctici sublimitate.

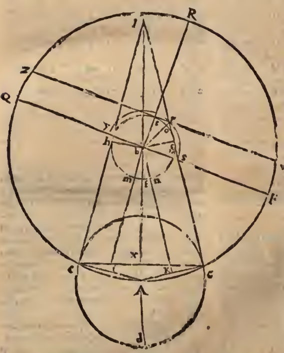
Polares elevationes.	Capri.		Sagit. Aqua.		Scorp. Pisces.		Libra. Ari.		Virgo. Taur.		Leo. Gemi.		Cácer.	
	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.
3 0	20	5	19	35	18	46	18	36	19	33	21	16	22	15
3 3	20	48	20	15	19	22	19	14	20	19	22	20	23	31
3 6	21	37	20	42	20	5	19	58	21	15	23	38	25	5
3 9	22	39	21	58	20	54	20	49	22	21	25	15	27	6
4 2	23	51	23	4	21	52	21	49	23	41	27	19	29	47
4 5	25	16	24	21	23	00	23	00	25	18	30	5	33	39
4 8	27	1	25	55	24	21	24	23	27	16	33	56	40	3
5 1	29	8	27	48	25	54	26	2	29	49	40	13	nox tota.	

Propositio. XVIII.

Summam vaporum eleuationē metiri.

Priusquam ad id quod præsens problema proponit, explorandum accedam', nonnulla ordinatim demōstrabimus, quæ necessario præmittere oportebit. Primum, si luminosum sphæricum aliud sphæricum corpus illuminat, necesse est extremos radios luminosos vtranque sphæram contingere. Quod si procidētes radij vtrunque corpus contingunt, eos extremos esse longissimos que necesse est. Illuminet enim sphæra cuius centrum A, eam sphæram cuius centrum b: & cōnexa recta A b, agatur per eam planum vtranque sphæram secans: manifestum est ex prima primi Theo. communes sectiones plani & sphærarum circulos esse maximosque. Igitur sint huiusmodi circuli c d e, f g h. Quoniam vero lumen per rectas lineas quoquo versum se diffundit, sit recta c g aut e h, extremus radius in superficie coni aut cylindri luminosi secundum quem fit illuminatio, à basi ad fastigium protensa. Dico quod ipsa c g, aut e h, eos ambos circulos sphærarū contingit. Nam si recta c g, circulum f g h, non contingit, secat igitur eum. Quare si à puncto c, ducatur recta quædam linea ipsum circulum f g h, contingens per 17. propositionem tertij Euclid. vel cadet inter rectam c g, & eam quæ c, punctum cum b, circuli centro cōnectit, vel extra ipsam c g. Si primum, duæ igitur ipsæ rectæ lineæ nempe c g, & ea quæ circulum tangit, superficiem claudent, quod est impossibile. Si detur secundum, quum per ipsam contingentem rectam lineam, & per alias quoque inter eam & c g, cadētes lumen diffundatur, non erit igitur c g, extremus radius: neque item longissimus. Nam quælibet aliarum remotior est, lōgiorq; per octauā propositionē tertij. Quapropter necesse est vt recta ipsa c g, extremus radius circulū contingat in pūcto g. Simi-

Similiter demonſtrabitur quod contingat circulum c d e, in puncto c: ex oppoſito enim eadem incõmoda inſeruntur. Igitur extremus radius qui prodit à corpore luminoſo ſphærico in corpus ſphæricum quod ab eo illuminatur, vtrunque corpus contingit. Rurſus ponatur recta c g, ipſos circulos tãgere ſuper pũctis c g. Dico quod radius c g, extremus erit longiſſimusque. Si non, prodeat igitur vel ad g, ab alio puncto: vel ab c, ad aliud: vel quouis alio modo, igitur duæ rectæ lineæ ſuperficiem claudẽt quod eſt impoſsibile. Quare ſi recta linea vtrãque ſphæram tangat, extremus radius erit, longiſſimusque, quod demonſtraſſe oportuit.



SEcundũ. Luminoſum ſphæricũ ſphærici minoris pluſquam dimidium illuminat, ſub eodemque cono comprehenduntur verticem habente in minorem ſphærã. Illuminet enim ſphæra maior cuius centrum A, minorem ſphæram cuius centrum b: & connexa a b agatur per eam planum vtranque ſphæram ſecans: ſint itaque cõmunes ſectiones ipſi circuli c d e, f g h: extremi autem radij illuminatam partem comprehendentes ſint c g, e h: portio illuminata ſit arcus g f h. Aio hanc ſemicirculo maiorem eſſe. Eſto enim punctum f, in communi ſectione rectę A b, & arcus g f h: & coniungantur A c, A e, b g, b h: præterea abſcindãtur à rectis A c, A e, maioribus, e i, c k, ipſis b h, b g, minoribus æquales per tertiam primi: & coniungantur b i, b k: ſecent autem hæ arcum g f h, in punctis m n. Quoniam vero recta e h, ipſos circulos contingit per primum demonſtratum, idcirco anguli A e h, b h e, recti erũt per 18. tertij: igitur A e, b h, parallelæ per 28. primi: atqui æquales factæ ſunt e i, b h: propterea anguli A e h, i b h, æquales erũt per 34. propoſitionem primi: rectus igitur angulus i b h: quapropter arcus h m, quadrans. Similiter demõſtrabitur arcũ g n, quadrantem eſſe. Tot⁹ igitur arcus g f h, ſemicirculo maior, & reliquus arcus g h, ſemicirculo minor: recta autẽ b f, partẽ circuli illuminatã in duo æqualia ſecat. Nam in duobus triãgulis A i b, A k b, duo anguli ad i, & K, puncta recti ſunt, rectæ vero A i, A K, æquales: idcirco per 47. propoſitionem primi & cõmunẽ ſententiã: reliqua latera ęqualia erũt. igitur per octauã anguli A b i, A b K, æquales erunt: arcus igitur f n, f m, æquales per 26. tertij: quare per cõmunem ſententiam arc⁹ f g arcui f h, æqualis. At vero rectas lineas A b, c g, e h, in rectum productas ad vnũ punctum concurrere breuiſſime demonſtrabitur. Anguli enim ad i, k recti ſunt: igitur anguli ad A, acuti: idcirco per quintum poſtulatum primi libri duæ rectæ A b, e h, in rectum productæ concurrent ad partem b h: concurrant igitur in puncto l: ſimiliter demonſtrabitur rectas A b, c g, concurrere ad eandẽ partẽ. Cæterum quod huiuſmodi concurſus in ipſo pũcto l, fiat, ex eo liquet quod duo anguli l b h, l b g, æquales ſunt, quia duobus qui ad A, fiunt æquales

æquales per 28. & 29. primi anguli vero quos ad g h, puncta rectæ b g, b h, faciunt, æquales: nempe recti. Igitur producta recta c g, duo triangula æqualia fiet super ipsis basibus b g, b h, æqualibus per 26. propositionem primi. Necesse igitur est concursum fieri in ipso l, puncto: alibi enim si fieret, esset pars æqualis toti quod est impossibile. Iam igitur quod in vno plano de arcubus circulorũ demõstrauimus, deq; rectis lineis in effigiẽ metæ ad vnũ punctum cõcurrentibus ad solida trã: feremus. Etenim recta e c, cõnectatur quæ rectam A l, secet in pũcto x: & bina triangula intelligantur A e x, A c x, quæ necesse est æqualia esse, per quartam primi: igitur per eandem bina triangula e l x, c l x, æqualia erũt, æqualesq; habebũt angulos qui ad x: idcirco ipsi qui ad x, anguli recti sunt per decimam diffinitionem primi. Intelligamus autẽ rectam A l, produci vsq; ad d, vt circulũ ipsum maiorem in semicirculos diuidat. Præterea cõcipiam᷒ manẽte recta linea d l, cõmuni axe, rectangulũ triangulũ e l x, simul & semicirculos qui ad e h, pertinent circũduci, donec in idẽ rursus vnde ferri incœperãt reuertãtur: semicirculi sphæras gignent, triãgulũ vero conũ vtrãq; sphærã cõprehẽdẽtẽ, cuius quidem basis, circulus quidã qui dimetientem habet e c.

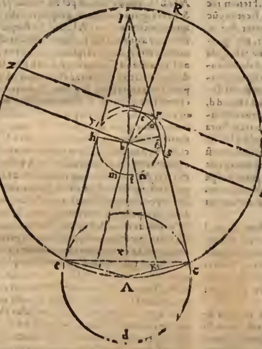
Correlarium. Ex hoc manifestum est quod sicut partis maioris sphæræ minorem sphærã illuminantis ad partem ipsius minoris obumbratam, ita partis non illuminantis ad partem illuminatam. Sunt enim anguli g b h, c A e, æquales: igitur arcus e c, g h, similes: & reliqui quoque arcus proportionales.

Aliter vt Aristarchus Samius in libro de magnitudinibus & distantijs solis & lunæ. Si sphæra à maiore quam ipsa sit sphæra, lumen assumat, maius dimidio lumine perfunditur: ambæque sphæræ ab eodem cono comprehendũtur. Sphæra enim cuius centrum b, à maiore quam ipsa sit sphæra lumine perfundatur, cui᷒ cẽtrũ A: aio lumine perfusam partẽ sphæræ cuius centrũ b, maiorẽ esse hemisphærio: ambasq; sphæras ab eodẽ cono comprehendi. Coniũgantur enim A b, & per ipsam A b, agatur planum vtranque sphæram secãs: finique cõmunes sectiones, circuli c d e, f g h, maximiq; per primũ librum Theodosij: & protracta A b, in rectum recta linea inueniatur b l, per 12. propositionẽ sexti libri Euc. ad quam recta ipsa A b eã habeat ratiõnẽ quam differentia semidiametrorũ prædictorũ circulorũ ad f b, minoris circuli semidiametrũ: igitur per cõpositã rationẽ 18 propositione quinti libri ostẽsam, sicut semidiameter maioris circuli ad semidiametrũ minoris, ita A l, ad b l. Deinde à pũcto l, recta linea deducatur l h, quæ circulũ f g h super h, puncto contingat per 17. propositionẽ tertij: & extẽsa ipsa l h, in rectũ, cõnexaq; b h, ducatur per A, pũctũ ipsi b h, parallelus recta linea A e, per 31. propõnem primi. Quapropter bina triangula A l e, b l h, æquiãgula erũt per 29. eiusdẽ primi & latera igitur habebunt proportionalia per quartã sexti: idcirco vt A l, ad b l, sic A e, ad b h sunt autẽ æquales f b, b h, nẽpe eiusdẽ circuli semidiametri: igitur per septimam quinti vt A l, ad b l, ita A e ad f b: atqui vt A l, ad b l, ita semidiameter circuli maioris ad f b, ostensũ est: propterea recta ipsa linea A e, semidiameter erit circuli c d e, per nonã eiusdẽ quinti libri. At vero angulus l h b, rectus est per 18. propositionẽ tertij, rectus igitur ei æqualis l e A, quare per correlariũ 16. propositionis tertij, recta e l, circulũ c d e, tangit in pũcto e: deducatur autẽ ab e, pũcto recta e x, perpẽdicularis in A l: & producatur A l, vsq; ad d: itaq; si manente d l, triãgulũ rectangulũ e x l, pariter & semicirculi qui ad e h, pertinent in idẽ rursus reuoluãtur, vnde ferri incœperũt, semicirculi gignent sphæras ipsas quorũ centra A, b: triangulũ vero conum eas cõtingentẽ: quandoquidẽ in omni permutatione recta e l, semicirculos contingit. Proinde sphæræ pars lumine perfusa hemisphærio maior est: nam quũ angulus ad h, rectus sit, necesse est angulũ l b h, acutũ esse. Similiter deducta à pũcto l, contingente vtrũq; circulũ recta linea l g c: & cõiugatis b g, A c, angulus l b g, acutus iudicabitur: duo itaq; anguli h b f, g b f, obtusi, & arcus g f h, semicirculo maior: pars igitur sphæræ minoris sub ipso arcu cõprehẽsa hemisphærio maior: qd demõstrasse oportuit.

Præmittendum. Ex cognita distãtia cẽtrorum prædictarum sphærarũ, & ratione semidiametrorum, arcũ maximi circuli minoris sphæræ, sub quo pars eius illuminata comprehenditur, numeris indicare. Vtamur enim ipsa eadem figuratione: ratio autem A e, ad b h, cognita supponatur: & A b, centrorum distãtia, in eisdẽ partib᷒ semidiametrorũ nota:

 propo-

propoſitumque ſit arcum g f h, ſub quo mino-ris ſphæræ pars radijs illuſtrata comprehendi-tur, pate facere. Igitur quoniam ratio rectæ A e, ad b h, nota ſupponitur, recta A i, earum differentia, in partibus eiſdem diametrorum maioris & minoris ſphæræ nota erit: at vero & in ipſis quoque partibus diſtantia A b, nota datur: igitur ratio A b, ad A i, etiam nota fiet: angulus autem ad i, rectus exiſtit: igitur



in triangulo rectangulo A i b, ſicut recta A b, ad rectam A i, ita ſinus totus ad ſinum rectum anguli A b i, per lemma ſextæ appendicis: horum quatuor terminorum proportionaliũ tres primi ſunt noti: idcirco reliquus notus: multiplicabimus enim differentiam ſemidiametrorum in ſinum totum: productumque numerũ diuidemus per diſtantiã centrorũ: proueniet q; ex huiuſmodi partitione numerus partium quas habet ſinus rectus arcus f m, angulũ A b i, ſubtendentis: & ipſe igitur arcus f m, per tabulam ſinus recti innoteſcet. Quare quum oſtenſum ſit arcum h m, quadrantem eſſe, totus arcꝰ

f h, ex eis cõſlatus cognitus erit. Atqui demõſtrauimꝰ ſuperius arcꝰ f g, f h, æquales eſſe: igitur totꝰ arcꝰ g f h, ſecũdũ quẽ minor ſphæra a maiore illuminatur cognita redaetur; quod erat demõſtrandũ. Hinc colligi poteſt quãta terræ portio ſole illuſtretur, ſuppoſita ex quinto libro magnæ cõpoſitionis Ptolemæi, diſtãtia cẽtrorũ partiũ 1210. qualiũ ſemidiameter terræ eſt pars vna, et ſolis ſemidiameter quinq; et dimidiũ.

Iam vero his præmiſſis fundamentis, quãto interuallo a terra diſtent ſummi vapores, qui aerem condenſant, ſpiſſantque facile demonſtrabimus. Repetatur hæc ipſa figuratio qua paulo ante vſi ſumus. Sphæra cuiꝰ cẽtrũ A, eſto corpus ſolare: ſphæra cuiꝰ cẽtrũ b, eſto terræ globus. Intelligatur autẽ circulus quidã maximꝰ A P R Q ſuper b, centro mũdi deſcriptus interuallo A b, per horizõtis polũ ductꝰ & ſolis centrũ apud initiũ crepuſculi matutini: communis ſectio plani huiꝰ cõcepti circuli cũ ſole eſto circulꝰ c d e: cũ terra vero circulꝰ f g h: ab arcu e c, radij ſolares procidãt e l, c l, terrã contingẽtes ſuper pũctis g, h, igitur ſub arcu g f h, pars terreni globi radijs ſolaribus illuſtrata cõprehẽditur: ſed ſub reliquo arcu g h pars vmbra obcæcata. Eſto præterea punctum R, horizontis polus: & connectatur b R, circulum l g h, ſecans ſuper puncto r, in quo centrũ viſus collocatum: recta deinde P Q, per centrum mũdi veniens, eſto communis ſectio horizontis & dicti circuli A P R Q: recta vero z i v, eiuſdem circuli communis ſectio & alterius cuiuſdam circuli quẽ ſenſibilem horizontẽ appellamus, qui ob terreni globi paruitatem à cõcepto horizõte quod ſola ratione percipitur inſenſibili differẽtia diſtat ei parallelus. At vero quãuis horũ horizontum diſtantia reſpectu eius interualli quo ſol à terra abeſt, perexigua ſit, nihilominus ſuorũ diametrorũ magna quidẽ differẽtia.

Nam

Nam qui ratione percipitur, mundum totũ in duo ſecat, & ad ſtellarũ fixarum ſphæram pertinet. ſed qui ſenſu vſurpatur, ex Procli ſententia duum millium ſtadiorum dimetientem habet. at vt Macrobius putat trecentorum tantum & ſexaginta, centum enim & octoginta ſtadia (inquit) nõ excedit acies cõtra videntis, ſed viſus cũ ad hoc ſpatiũ venerit, acceſſu deficiẽtis in rotũditatẽ recurrẽdo curuatur. Albertus magnus eũ mille ſtadiorum ſtatuit, ſed ſenſibilem appellat, alia ratione. Verũtamen ſiue diameter ſenſibilis horizontis, tantam longitudinem habeat, quantam ſuppoſuit Proclus, ſiue minorem vt Macrobius, nihil propterea demõſtratio noſtra variabitur. Nã orientẽ ſolẽ & occidentem intuemur, atq; ſtellas. Quonã vero modo authores intelligendi ſint, quum videndi terminos ad prædictas diſtantias præfiniunt, aut maiores, aut minores, ad aliam doctrinam determinare pertinet. Reuertamur ad inſtitutũ, duæ rectæ P Q, z v, æquidiſtantes ſunt per 16. propoſitionem 11. Eucli. angulus, vero R b P, rectus exiſtit, quia R P, quadrãs igitur angulus b t v, rectus etiam, quod item per primum librum Theo, concludi poſſet. recta idcirco z v, circulum tangit in puncto t, per correllarium 16. propoſitionis tertij. Quoniam vero ab aëre puro tenuiq; non fit luminis reflexio: concipiamus animo ſphæram vaporum, à terra mariq; aſcẽdentiũ, qui aerem vſq; eo ſpiſſant, condenſantq; vt ſolis lumen reflexionem efficere poſſit: nam quod vltra hanc ſphæram verſus cœlũ eſt, quanquã nocturno tẽpore illuminetur à ſole, ob reflexionis defectum viſibile non eſt. Eſto autẽ y r s, arcus circuli maximi huiuſmodi ſphæræ ſuper b, centro deſcripti: eũ ſecet recta z v, ſuper r, puncto. Igitur quamuis ante crepuſculum matutinum, ab omni puncto arcus r s, lumen ſolis reflectebatur, nullus tamen radius peruenire potuit ad t, centrum viſus, quia ſub recta linea t v, nulla recta linea ſumi poteſt, quæ circulũ non ſecet, quẽadmodũ in 16. propoſitione tertij Euclidis demõſtratur: erat idcirco terræ globoſitas impedimẽto, quo minus videretur quod ſub ipſa recta linea t v, collocabatur. At etiã quicquid intra turbinatã terræ vmbrã g l h, continetur aſpici non poteſt. Primũ igitur punctũ quod illuminatũ apparet, in principio crepuſculi matutini, quũ illuceſcit, eſt r. Nã neq; in eo aëre tenuiſsimo, liquidiſsimoq; exiſtit, qui lumen ſolis nobis minime reddit: neq; intra terræ vmbrã: neq; ſub ſẽſibilis horizõtis planitię. Itaq; cõnectatur b r, recta linea quæ circulũ terræ ſecet in o, pũcto: fiet idcirco ipſa o r, ſũma vaporũ altitudo qui à terra in ſublime attollũtur, cui⁹ lõgitudinẽ in hũc modũ perſcrutabimur. Angulus P b t, rect⁹ exiſtit, angulus vero A b P, depreſsionis ſolis ſub horizõte, not⁹ per precedẽtẽ propõnẽ: tot⁹ igitur angulus A b t, not⁹: ab hoc ſubtrahemus angulũ A b g, notũ etiã, nẽpe dimidiũ terræ arcũ ſolle illuſtratũ ſubtendẽtẽ, & relinquetur angulus g b t, notus. Porro angulus quẽ b g, cũ recta g l, circulũ contingẽte ad pũctũ g, facit, rect⁹ eſt per 18. propõnẽ tertij: angulus etiã ad t, rectus: igitur bina triãgula b r g, b r t, æqualia habent latera per 47. propõnẽ primi & cõmunẽ ſententiam: æquiãgula idcirco ſunt ipſa triãgula per octauã primi & angulus t b r, dimidium anguli t b g: at innotuit iam ipſe angulus t b g, innoteſcet igitur & t b r: quare reliquus angulus t r b, trianguli b r t, cognitus erit: eſt autem ſicut ſinus rectus anguli t r b, ad ſinum totum, ita recta b t, ad rectam b r, per lemma ſextæ appendicis: & harũ quatuor quantitatũ duæ primæ notæ ſunt: tertia vero, recta nempe linea b t, quot ſtadia habeat cognoſcitur, ſuppoſito numero ſtadiorum totius orbis ſ g h, ex Ptolemæo aut Eratoſthene, ſuppoſita etiam proportione eiuſdem circuli ad diametrum ex Archimede. Quare per commune documentũ numerorum proportionaliũ, numerus ſtadiorũ rectæ b r, cognitus erit: ab eo autem auferemus numerũ ſtadiorum ſemidiametri: & relinquetur nota recta o r, diſtantia videlicet qua editiſsimi vapores à terra abſunt, quod inueſtigandũ propoſuimus. Sed vt facilius hoc idẽ computari poſit, intueri oportet, quod ſi ſol non prius illuminare inciperet ſuperum hemiſphæriũ, quã æqualem arcum haberet ſub horizonte differẽtiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati, crepuſculum matutinũ non fieret: lamberet enim eius ſupremus radius horizontem excertiuum. Atqui matutinũ crepuſculum fit igitur priuſquam ſub æquali arcu occultetur ipſi differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati, ſuperum hemiſphæriũ illuminare incipit. Eſt itaque ſemper arcus occultationis ſolis ſub horizõte, apud initiũ crepuſculi matutini aut veſpertini finẽ, maior differẽtia quadrãtis & dimidij arcus illuminati. Ipſa igitur differẽtia ab arcu occultationis ſubtracta, arcum relinquet æqualẽ ei q inter pũctũ in quo radius ſolis globũ terrenũ tãgit, & cẽtrũ ſẽſibilis horizõtis interia

cet in quod visus omnes cōfluunt, quē admodum in ipsa figuratione animaduertere licet: nam duo anguli n b g, P b t, recti sunt: à quibus detracto communi angulo P b g, duo anguli n b P, g b t, æquales relinquuntur: porro idē ipse angulus n b P, relinquitur, subtracto angulo A b n, differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati, ab angulo A b P, occultationis solis, in principio crepusculi matutini: idē enim iuditiū habetur de angulis & de arcubus, quippe quod arcus angulorum sint mensura. Quoties igitur summam vaporum altitudinem metiri libuerit, multiplicabimus in sinum totum differentiam semidiametrorum solis & terræ adijciendo quinque ziphras: productum diuidemus per distantiam centrorū, & proueniet sinus rectus differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati: eius arcum subtrahemus ab arcu depressionis solis, & relinquetur arcus inter centrum sensibilis horizōtis & punctum illud in quo radius solis terrenum orbem tangit: deinde dimidij huius arcus complementum sumemus: & per ipsius complementi sinum rectum diuidemus eum numerum, qui ex ductu sinus totius in numerum stadiorum semidiametri terræ fit: equidem proueniet ex partitione distantia summorum vaporum à centro terræ: sublata igitur semidiametri mensura, suprema ipsa altitudo in quam vapores attollun tur nota relinquetur.

Ptolemæi & Marini sententia de mensura terræ

ADuertendum est autem circa mensuram semidiametri terræ, quod ex sententia Ptolemæi & Marini vni gradui cælesti in terrestri supficie quingenta stadia respondent: quare vniuersus terræ circuitus secundum maximum eius circulum, centū octoginta mille stadia cōprehēdet. Sed Plinius & Strabo septingenta stadia numerant in quo libet gradu ita vt tota circunferentia stadiorum sit ducentorum quinquaginta duorū millium: tantamq; Eratosthenem deprehendisse aiunt. Cleomedes tamen obseruationem & computationem Eratosthenis memorat, ex qua tantum ducenta quinquaginta millia stadia eliciuntur: eius obseruationis & demonstrationis summa hæc est. Supponatur Sienem & Alexandriam sub eodem esse meridianō: interuallumque inter ambas ciuitates quinque millium stadiorum. Præterea Sienem sub tropico æstiuo collocatam esse. Itē radios solis apud terram parallelos esse, quod à multis demonstratum habetur: coincidunt enim, sed ob eorum immensam longitudinem æquidistantes apparent: vnde fit vt arbores etiam vmbras iaciant quantum ad sensum paribus interuallis distinctas: in quo Plinius errauit. Nam quod vmbræ parallelę sint, amplitudo solis causa non est, sed immensa eius distantia. Quippe si perexiguus sol esset, ad eandem tamen intercapedinem positus, modo eius radij ad terram peruenire possent, nihilominus vmbras arborum iaceret, paribus interuallis disiunctas. Hoc obiter monuisse sat sit: nūc ad Eratosthenis obseruationem redeamus. Gnomone in Alexandria recto existente ad horizontis planum: sole principium Cancri tenente, meridiano tempore acutus angulus qui à radio solis ad verticem Gnomonis fit, quinquagesimæ circuli parti subtensus inuenitur: hic autem æqualis censetur alterno angulo qui super centro terræ ex duabus rectis lineis coincidentibus fit, quarum altera in rectum ducta per Sienē transit, & ad solem vsque pertingit: altera per Alexandriam, cum Gnomone vnam rectam lineā constituit ad cœlum extensa. Quapropter arcus terrestris circuitus inter Sienem & Alexādriam, similis habebitur ei qui in cœlo inter ipsorum locorum vertices comprehenditur, eundem angulum ad terræ centrum suscipienti: quinquagesimam igitur partem maximi circuli terræ, inter Sienem & Alexandriam esse necesse est: totus idcirco ambitus ducentorum quinquaginta millium stadiorum. Magnū certe discrimen inter Ptolemæi & Eratosthenis sententias, nisi stadiorum mensura (vt puto) inæqualis fuerit. Arabes quoque suas habent de hac re opiniones quas asseuerant. Vtcunq; sit, sequemur nunc Eratosthenis authoritatem, & supposita ex Archimede proportione circunferentiæ circuli ad diametrum, numerum stadiorum semidiametri terræ inueniemus 39773 fere.

Plinius. Strabo.

Eratosthenis obseruatio ex Cleomede.

Plinij error.

PRæterea animaduertendū quod de distantia cētri terræ à cētro solis variant authores. Ptolemæus enim eam posuit partiū 1210. qualium semidiameter terræ est vna, & semidiameter solis

Albategnius.

lis quinq; & dimidium. Albategnius cōtendit maximam esse, partium 1146. mediam 1108. minimā vero 1070. sed siue vna siue altera vtamur, ad cognoscendum partem terræ sole illustratam, nihil propterea nota dignum variabitur. Nam neque principium crepusculi matutini aut vespertini finis, oculis potest adeo exacte examinari, quin aliquot secunda minuta tēporis omittantur. Verum neque ob id in supremorum vaporum altitudinis supputatione sensibilis diuersitas fiet. Posset autem quotidie ex argumento solis cognito, prædicta distantia deprehendi, sed præstat longitudine media semper vti. Multiplicabimus igitur quatuor & dimidiū differentiā semidiametrorū in 100000. sinum totum, fientque 450000. hunc numerū diuidemus per 1108. mediam longitudinem, & venient 406. quibus in tabula sinus recti respōdent arcus minuta prima 54. fere, videlicet differentia quadrantis & dimidij arcus illuminati: ipsa deinde 14. minu. auferemus à grad. 16. mi. 2. occultationis solis; & remanebunt grad. 15. mi. 48. horum dimidium gra. 7. mi. 54. præterea huius dimidij complementum grad. 82. minu. 6. sinus rectus 99050. multiplicentur autem stadia 39773. semidiametri terræ in sinum totum, fient 3977300000. diuidatur is numerus per 99050. venient ex partitione 40154. stadia: ab his detrahemus 39773. & relinquetur summa vaporum altitudo stadiorum 381: at si alij sint vapores in 400. stadia assurgerent, arcus occultationis in grad. 16. minu. 24. excresceret. Non sunt igitur hæc incomperta & inextricabilia vt Plinius putat libro secundo cap. 23. in quo loco ita legendum censeo. Posidonius non minus cccc. stadiorum à terra altitudinem esse, in quam nubila ac venti nubesque perueniant: inde purum liquidumque & imperturbatæ lucis aerem: non xl. vt habent vulgata exemplaria: sed neque is tantum locus ob mathematicarum artium ignorationem deprauatus legitur.

Locus Plinij emendatus.

Propositio. XIX.

Ex data montis altitudine, arcum circuli verticalis inuenire, quo prius solem prospiciunt qui in montis cacumine habitant, quā qui ad eius radices: præterea tēporis interuallū inter ipsos solis exortus deprehēdere.

Centrum terræ esto A, eius semidiameter A B, punctum C, summum montis iugum, recta linea B C, altitudo ad perpendiculum ab imis radicibus, qua nota supponatur; extensa A B C, recta linea vsque ad D, in solis sphæra, ducatur circulus maximus per D, & solis centrum, quum sol ipse exoriens ab ijs cernitur qui C, montis fastigium incolunt. Esto huiusmodi circulus D G H: secetque is sphæram terræ secundum maximum eius circulum B e Q, id enim à Theodosio libro primo ostēsum est: secet prætetea idem circulus ipsum montem secundum figuram f C e; at e, f, sint duo loca circum eiusdem montis radices habitantium: e, ad ortum spectans, f, ad occasum. Propositum nobis est inuenire, quanto arcu descripti circuli verticalis, exoriens sol cernatur prius ab incolentibus C, quam ab incolentibus e, tēporis etiam interuallum inter ipsos solis exortus deprehendere. Excitetur enim ab e, recta linea P e R, vtrinque ad circunferentiam circuli verticalis extensa, terræ circulum tangens in ipso e, puncto: prætetea deducatur ab C, recta linea C t L, eundem tangens super t, similiter vtrinque extensa ad K L, in eiusdem circuli verticalis circunferentia: & agantur semidiametri A e M, A t N, super quas à centro perpendiculares excitentur S A O, V A Z, diametri. Igitur recta S A O, diameter erit horizontis habitantium in loco e; punctum M, vertex seu horizontis polus, per primum librum Theod. recta autem P e R, in plano sensibilis horizontis apparentis vē sita, ex qua syderum ortus atque occasus cernuntur. Similiter V A Z, diameter horizontis incolentium locum t, sed K t L, linea apparentis horizontis, ex qua syderum ortus cernitur atq; occasus, N, punctum vertex, arcus vero O R, L Z, quia tota terra velut punctum atque centrum existit respectu cœli, insensibilis quantitatis sunt. Itaque quum sol exoriens, ex O, puncto illustrauerit locum e, æstimabitur in R, quemadmodum & exoriens in Z, locum t, radijs illustrans æstimabitur in L. Atqui ex eadem recta linea K t L, pariterque sol exoriēs cernitur ab incolentibus t, & ab incolentibus C, prius autem cernitur ab eis qui in t, habitant, quam ab eis qui in e. igitur prius cerni necesse est ab eis qui in summo mōtis cacumine



Igitur angulus C A t, notus: reliquus autem arcus notus relinquitur per communem sententiam & 32. propositionem primi Eucl. Iam igitur in memorata proportione ex tribus terminis cognitis, nempe ſinu toto, ſemidiametro A t, & ſinu recto arcus anguli A C t, innoteſcet latus A C, a quo auferemus ſemidiametrum A B, & relinquetur cognita montis altitudo B C. Verba quidē complura ſunt, ſed opus dicto citius abſoluitur. Multiplicetur enim menſura ſemidiametri terræ in ſinum totum: productum ſi diuidatur per diſtantiam ſummi verticis montis à cētro terræ, quæ conflata eſt ex diametro & altitudine, prodibit ſinus rectus complementi arcus ſub horizonte eorum qui circū radices habitāt: ſed ſi per ipſū ſinū rectū cōplementi arcus occultationis diuidatur, prodibit diſtantia ſummi verticis à centro terræ. Exempli gratia: ſupponatur ex ſententia quorūdam arabum vniuerſum terræ circuitum milliaria italica continere 24000 eſto autem alicuius montis altitudo ad perpendiculum ab inſis radicibus milliaria octo: oporteatque arcum circuli verticalis inuenire, quo prius ſol cernitur ab incolentibus montis faſtigium, quam ab eis qui in ipſius montis radicibus habitant verſus ortum. Multiplicentur 3818. milliaria quæ ſemidiameter terræ continet in ſinum totū, ſietque 381800000. diuidatur hic numer' per 3826 milliaria quæ ſunt à centro terræ vſque ad mōtis cacumen, & prodibūt ex partitione 99791. ſinus rectus graduum 86. primorum minu. 16. ſe. 20. circiter: erit igitur complementū gra. 3. minuta prima 43. ſe. 40 nēpē quarta fere pars graduum 15. quibus gradibus & minutis occultatur ſol ſub horizonte habitantium apud radices montis, quū iam cernitur ab eis qui ſummum cacumen inhabitant: porro ipſi arcui reſpondent in circunferentia terræ 250. fere italica milliaria, per quæ ſine vllo impedimento viſus eorum pertinget qui in montis cacumine habitant. Quoniā vero gradus quindecim non ſunt

habitant, quam ab eis qui circum radices: erit autem harū apparitionum differētia ipſe arcus O Z, quē in hunc modū cognoſcemus. Enimuero recta linea B C, montis altitudo, ſecundū menſuram ſemidiametri terræ nota ſupponitur: igitur tota A C, nota: at in triāgulo A t C, angulus ad t, rectus exiſtit, per 18. propoſitionē tertij libri Eucl. igitur per lemma ſextæ appendicis, vt A C, ad A t, ita ſinus totus ad ſinum arcus anguli A C t: per commune itaque documentum numerorum proportionalium, ex tribus proportionis terminis notis, quartus innoteſcet, nempe ſinus rectus arcus anguli A C t. idcirco per tabulam ſinus recti eius arcus notus habebitur: cum autem auferemus à quadrante & arcus anguli reliqui C A t, cognitus relinquetur: arcus igitur D N, innoteſcet: porro hic inſenſibili differentia excedit arcū M N, quippe quod e. prope B, ſit, aut in ipſo B, vt ſupponimus: idcirco arcus M N. notus. At uero à duobus quadrantibus M O, N Z, dempto communi arcu N O, æquales relinquuntur M N, O Z: propterea & ipſe arcus O Z, cognit' erit, quod inueſtigandum propoſuimus. Rurſus ex cognito arcu O Z, montis altitudinem facile deprehendemus. Aequales enim cenſentur duo arcus O Z, D N, vt demonſtrauimus. ſubtenſus

ſunt in alio circulo interualli horarij menſura, præterquam in æquatore & ei æquidiſtantibus; non ſunt propterea ipſi gra.3.mi.43.ſe.40 vnius horæ quarta pars. Quapropter recte quidem Allacen quum in huiuſmodi ſpecie inter vtrunque ſolis exortum quartam horæ partē præfiniret, lectorem admonuit, ita supponendum eſſe ijs qui in geometricis demonſtrationibus parum verſati fuiſſent. Cæterum ex cognita loci latitudine ad radices montis poſiti, ſolisque declinatione ad diem, per octauam propoſitionem, nonam, aut decimam, illico innoteſcet, quanto temporis ſpatio ab inuento occultationis arcu ſol emergat. Huius quoq; propoſitionis conuerſionem eadem methodo demonſtrabimus: nam ex cognita loci latitudine ad radices montis poſiti, ſolis declinatione ad diem, & temporis interuallo ante exortum, ſcitur arcus occultationis, nempe O Z, æqualis arcui D N: inſenſibilem enim ſupponimus differentiam inter D, & M: igitur angulus C A t, cognitus, quo dempto ab angulo recto, relinquetur angulus A C t, cognitus: idcirco in memorata proportione cognoſcetur latus A C: auferemus igitur ab eo ſemidiametrum A B, & relinquetur cognita ſummi verticis altitudo ad perpendiculum. Exempli gratia, habeant imæ radices montis alicuius borealiſsimi, latitudinem ab æquinoctiali circulo vt ſolet cōnumeratam, gra.80. eius autem ſummum cacumen radijs ſolaribus illuſtretur, ad tertiam vſq; noctis partem, mane & veſperi, quum ſol ipſe initium Arietis aut Libræ occupat, oporteatque per hæc, ſupremam montis altitudinem ad perpendiculum cognoſcere. Quoniā vero per nonam propoſitionem ſicut ſinus totus ad ſinum rectum altitudinis æquatoris, ita ſinus rectus arcus temporis ante exortum, ad ſinum rectum arcus occultationis ſolis eidem tempori reſpondentis: multiplicabimus idcirco 17364. ſinum rectum graduum 10. quos continet altitudo æquatoris in 86602. ſinum rectum grad. 60. qui ſunt in quatuor horis æqualibus, tertia noctis parte, fientque 1503757128. hunc numerum diuidemus per ſinum totum, & prodibūt 15037. & vnius partis pluſquam dimidium: quibus reſpondet arcus graduum 8. minu. 39. ferer tantus itaque erit arcus O Z, aut D N: totidem etiam gradus & mi. habebit arcus B t: & ad tantam diſtantiam videbitur ſummum mōtis iugum à loco t, ſi videndi acies potens fuerit: nihil enim obſtaculo erit, quo minus & à ſummo montis vertice cernatur t, & ab ipſo t, idē montis faſtigium. Proinde auferemus à 90. gradus 8. minu. 39. magnitudinem videlicet C A t, & relinquentur grad. 81. minu. 21. pro magnitudine anguli A C t: præterea multiplicabimus 39773. terræ ſemidiametrum ex Eratoſthenis ſententia, in ſinum totum, productum diuidemus per 98862. ſinum rectum anguli A C t, & prodibunt ſtadia 40230. diſtantia ſummi verticis à centro terrę: ſubtrahemus ab ijs ſemidiametrum, & relinquentur 457. ſtadia, quæ neceſſe eſt habere prædicti montis altitudinem, ab imis radicibus ad perpendiculum, iuxta pręmiſſas hipotheſes. Nam ſi ſol extra ęquatorem conſtitueretur, aliud euenire neceſſe eſſet: quippe quod non poſsit idem mons per ſingulas noctes, ad vnam atque eandem præfinitam temporis menſuram illuminari. Ex his conſtare arbitror, fabuloſum eſſe illud quod in primo libro meteororum de monte Caucaſo Ariſtoteles ſcribit. Is enim longe breuiori interuallo ab æquatore diſtat, nempe qui vtrique pelago immineat & Pontico & Caſpio, muniens Iſthmū qui ea dirimit, vt ex Ptolemæo & Strabone facile intelligi poteſt, quod etiam ex ſolo Ariſtotele coniectari licet: nam ad exortum inquit æſtiualem vergit, & ab ijs cernitur qui Mæotici lacus oſtium nauigant, & ab eo loco quem Bathea hoc eſt profunda ponti vocant. Fieri autem non poſſet vt Caucaſi ſummæ partes ad tertiam vſque partem noctis radijs ſolaribus illuſtrarentur, niſi in immenſam & prorſus incredibilem celſitudinem aſſurgerēt: quod numeris periculum facienti ſtatim liquere poterit. Minus etiam credibile id quod Pomponi⁹ Mela mōtanis Arabiæ tribuit: qua in altū abit (inquit) adeo ædita vt ex ſūmo vertice à quarta vigilia ortum ſolis oſtendat: loci latitudine, vt ex ſupputatione conſtare poteſt, non conſentiente. Idem de Caſio monte refert Plinius, ſed falſum etiam atque pugnans: quum eius altitudinem per directum ſubijciat quatuor tantum millium paſs. Cleomedes æditiſsimū mōtem affirmat in altitudinem aſſurgere quindecim tantum ſtadiorum ad perpendiculum. Allacen octo M. paſs. Plinius non credit Dicæarcho dicenti, altiſsimum montem ratione perpendiculi inueniſſe M.ccl. paſs. quoniam quoſdam alpium vertices nouerit, longo tractu nec breuiore L. millibus paſsuum aſſurgere. Hi autem ad tertiam fere noctis partem ſole illuſtrabuntur, ſi in tantam latitudinem ab æquatore

in

in polum arcticum positi sint, quantam in exẽplo sumpsimus: nam 457. stadia, 57. millia passuum conficiunt. Hic finem imposuimus libello de crepusculis. Reliquã opuscula nostra breui (vt speramus) in lucem edemus. De astrolabio opus demonstratiuũ. De triangulis sphæricis. De planisphærio geometrico. De proportione in quintum Euclidis. De globo deliniando ad nauigandi artem, & nõnulla alia quæ hodie molimur.

¶ Authores qui à nobis in hoc libello citantur.

Euclides.	*Aristoteles.*
Theodosius.	*Strabo.*
Menelaus.	*Pomponius mela.*
Archimedes.	*Plinius.*
Aristarchus Samius.	*Macrobius.*
Ptolemeus.	*Proclus.*
Albategnius.	*Cleomedes.*
Geber.	*Albertus Magnus.*
Allacen.	*Ioãnes de Sacrobusto.*
Vitello.	*Ioannes Stofler.*

FINIS.

ALLACEN ARABIS VETVSTISSIMI

Liber de crepusculis, Gerardo Cremonensi interprete,

OStẽdere volo in hoc tractatu quid sit crepusculũ, & quæ causa necessario faciens eius apparitionẽ. Inde vero progrediar ad cognoscẽdum vltimum quod eleuatur à superficie terræ, de vaporibus subtilibus ascendẽtibus ex ea. Dico ergo quod crepusculum matutinum & crepusculum vespertinum sunt similis figuræ. Vnum namque eorum ex accessione luminis solis, & alterum ex ipsius recessione contingit. Vtrorumque vero colores diuersi sunt, propter diuersitatem horizontum in quibus sol est apparens. Quoniam sol quando est in horizonte orientali non multum eleuatus, est illic color eius alius à colore ipsius in visibus, quando est secundum æqualitatem illius altitudinis in horizonte occidentali. Et similiter radij eius qui videntur in crepusculo, & quod videtur in æthere de luminibus eius. Et ipse coloratus est sequens illud, secundum quod est sol in vtrisque partibus eius. Nam quod ex illo est in oriente, color est albedo & claritas: & quod est in occidente est ad rubedinem aliquãtulum vergens. Quæ res vero sit illud illuminans, & qualiter sit apparens illic, & quæ causa necessario faciat ipsum, ad illud præmittemus propositiones exponentes illud cuius volumus declarationem. Ex illo quidem est, quia sphæra orbis tota semper est splendida & luminosa ex luminari maiori quod est sol, nisi quantum obtegit tenebra contingens ex terra, in figura piramidis quod est nox. Et ego non significo in hoc libro per illud quod accidit de huiusmodi receptione luminis ex sphæris stellarum, nisi quod cum sphæra propter claritatem aeris, & subtilitatem ætheris, & tenuitatem eius nõ suspenditur aliquid de lumine solis, sicut videmus ipsum suspendi cum corporibus altis, que sunt stellæ: quia illuminantur & deferunt nobis illud quod recipiunt ex lumine: & consequuntur ipsum visus nostri in eis: & quamuis dissentiant in stellis, in luna tamen non dissentiunt. Visus autem non consequuntur quod in eis est de luminibus, nisi quod ipsæ proculdubio sunt spissioris & vehementioris corporeitatis quam æther in quo sunt. Et hoc patet per significationes, quod quædam earum tegunt nobis quasdam, quia eclipsant eas: aer vero non tegit nobis aliquid ex eis quæ sunt post ipsum. Et propterea videmus quod tota nox est secundum habitudinem vnam, in qua non illuminatur nobis ex æthere aliquid, quãuis sciamus secundum scientiam nostrã, quod quam plurimum eius est luminosum non tectum soli. Et videmus quod illud quod ex eo so

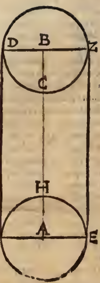
si apparet,& nihil aliud tegit, est in visione sicut illud quod terra tegit, quod piramis tenebræ continet. Et non facit necessario æqualitatem vtriusque ad visus nostros, nisi illud quod diximus de subtilitate aeris & quod non perducit illuminationē eius,& perducit nobis tenebrositatē ipsi⁹. Tūc antē nō cessat habitudo vmbræ apparere nobis secūdū similitudinē ipsius, quousq; incipiat ab oriēte splēdor diluculi & lumen sparsum, cuius principiū est in primis cum superficie horizontis. Et illius principij non est nobis causa nisi sol, cum sit causa illuminationum. Et non est nobis illud principiū sol ipse, nec radius eius tantū, quoniā iā præmisimus quod radij eius per transeunt vsq; ad ætherem totum, quem videmus aut ad plurimū eius:& non diuersa est eius habitudo in illa hora ab alia habitudine ante illud. Verumtamen radij eius suspenduntur tūc cum aliquo corpore spissiore aere, ducit ergo nobis cum spissitudine sua radiū quem induit. Et dico quod illud quo suspensus est radius in illa hora non est terra, neq; extremitates plagarum eius distinctæ à nobis, quoniam quum videns est super æqualitatem terræ, non peruenit eius visus nisi quasi ad 23. milliaria ab omni parte. Et quoniam accidit ei vt sit super altiorem montium qui esse potest,& ille non pertransit octo milliaria, secūdū quod dixerunt sapientes, intēdentes hoc, visus non pertransit tūc nisi 250. milliaria fere. Et hoc manifestū est ex eo quod nec [illegible] facit forma terræ. sed altitudo loci visus a superficie eius. hoc est spatium quod diximus, abscindit orbem in quarta horæ. Oportet ergo vt oriatur sol paululū post crepusculū matutinū per quartā horæ ad minus:illud vero quod est inter apparitionem crepusculi & apparitionē solis est plus hora multo. Hoc autem quod diximus non est nisi propinquitas propter eum qui non est exercitatus in geometricis. In veritate vero visus non peruenit ad punctum terræ quod iam illuminatum est à sole, nisi cū ipse peruenerit & cōprehenderit cornu ipsius solis: quoniam duæ lineæ contingētes punctū circuli à duabus partibus diuersis coniunctæ sunt linea vna secundū rectitudinē. Quando ergo illuminatum apparet nobis, tūc non est illud terra ipsa, propter id quod dixim⁹: nec est aer implens totam sphæram, quoniam vt præmisim⁹, super totum aerem aut plurimum eius, semper est cadens radius solis nocte & die: & non apparet illud in ipso propter ipsius subtilitatem.

Et super terram non est corpus spissius aere, nisi vapores ascendentes, quibus non deest semper quin illuminentur à sole. Tunc vero quando piramis vmbræ ab eo remouetur, quod de vaporum sphæra terrā cōtinente visus nostri consequūtur,& recipit eos corpus solis, & cadunt super eos radij eius, suspēditur cum eo radius: & defert ipsum nobis,& consequūtur ipsum visus nostri:& videtur à nobis eius lumen, sicut videmus ipsum apparere in nubibus ex coloratione humiditatum ascendentiū,& sicut colores qui in roribus videntur in forma portionis circuli & aliorum modorum. Quando ergo volumus scire quāta sit vltima eleuatio illorū vaporū à superficie terræ, tunc ad eam cognitionem præmittuntur quatuor res, quarū nulla excusa[illegible] præter ipsas nulla alia re indigemus: ita vt fie[illegible] possit per minus, nec sit necessariū plus. Illa autē quatuor sunt corpus terræ: corpus solis, lōgitudo cētri solis à cētro terræ in ōni situ,& quāta sit depressio solis ab horizonte donec appareat crepusculū matutinū. Corpus autē terræ est sicut instrumētū omniū aliorū:& quantitas circuli magni continentis eam secūdū quod dixerunt sapientes,& significauerūt illud per propositiones certas, est viginti quatuor mille milliaria. Et dixerunt quod per quantitatem qua semidiameter terræ est pars vna, est medietas diametri solis quinq; partes & medietas partis:& per eam est longitudo centri solis à centro terræ in longitudine media, non in omni situ mille & centum & circiter decem partes: & quod depressio solis ab horizonte cū oritur crepusculum est 18. gradus,& iam inuenitur super 19.& super hoc fabricabo computationem nostrā: quoniā cum narrator rei est cum additione in ea, dignior est vt recipiatur sermo eius, quū non cōtradicit ei alius. Quādoquidē narrator cū additione scit quod non scit alius,& consequitur quod non cōsequitur alius. Nā qui narrat de aliquo quod viderit illud antequā viderit ipsū alius, dignior est vt consequatur quod intēdit, quando non existimatur de eo suspitio. Præmittam igitur ad illud quod inter manus meas est, propositiones quasdam multi iuuaminis.

Dico ergo quod omnium duarum sphærarum æqualiū, inter quas non est aliud corpus quod vnam earum alteri abscondat, illud qđ ex vnaquaq; earū versa facie respicit alterā est medietas eius æqualiter. Et signi

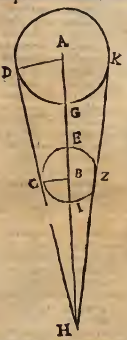
fico

fico per versã faciẽ vnius respectu alteri us, quod si vna earũ est luminosa, & alte ra recipiẽs lumen, illuminatur & relucet medietas recipientis lumen. Cuius exemplum est vt sint duæ sphæræ A, et B, æqua les: & pono vt aliqua superficies plana trã seat per cẽtrũ vtriusq;: secabit ergo duas sphæras super duos circulos æquales & in superficie vna: sint ergo illi duo circuli A G H, B D C: & cõtinuabo A, cũ B: & protrahã duas lineas A G, B D, perpẽdiculares super lineam A B: ergo ipsæ sunt



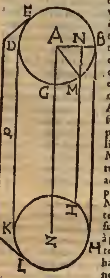
æquidistantes: & cõtinuabo G, cũ D. Et quoniã duæ lineæ A G, B D, sunt æquales & æqui distãtes, duæ lineæ A B, G D, similiter erũt æquales & æquidistantes: ergo duo anguli G, & D, sunt recti: ergo linea G D, est cõtingẽs duos circulos. Et quãdo nos protrahemus G A, & B D, secundũ rectitudinẽ, ad duas circũferentias duorũ circulorũ, vsq; ad duo pũcta E, & Z, dein de cõtinuauerimus E, cũ Z, erit recta linea E Z cõtingens duos circulos: & erit vnaquæq; dua rũ portionũ G H E, D C Z, quarũ vna est versa facie ad alterã medietas circuli: quoniã vnamquãq; earũ secat diameter circuli. Et similiter cõtingit in omnibus superficiebus planis quæ transeũt per duo cẽtra duarũ sphærarũ. Iã igitur declaratũ est, quod lineæ egrediẽtes ex vna duarũ sphærarũ ad alterã contingũt vtrasq; simul, & cõprehendũt ex vnaquaq; earũ medietatem & illud est quod declarare voluimus.

Quod si vna duarum sphærarum est maior altera, tũc illud quod ex minore versa facie respicit maiorẽ est plus medietate minoris: & quod ex maiore versa facie respicit minorẽ est minus medietate maioris. Cuius exemplũ est vt sint duæ sphæræ A, & B: & sphæra A, sit maior: protraham ergo superficiem planam transeuntem per centrum vtriusque: secabit ergo vtranq; earum in duo media super duos circulos A G D, B E Z: & continuabo A, cum B: & protraham ipsam secundum rectitudinem in partem H: & ponam proportionem medietatis diametri circuli A G D, ad medietatem diametri circuli B E Z, sicut proportio A H, ad B H: eius vero acceptio est propinqua ex tractatu sexto & quinto Euclidis: & protrahã à puncto H, lineam contingentem circulum A G D, quæ sit linea H C D. Dico ergo quod ipsa contingit etiàm circulum B E Z. Quod patet quia continuabo A, cum D, per lineam A D: ergo est perpendicularis super lineã H D: & protrahã à puncto B, perpẽdicularẽ super lineã H C D: quæ sit linea B C. Et quoniam duæ lineæ B C, A D, sunt perpendiculares super lineã H D sunt æquidistantes: & quia linea B C, est æquidistans ipsi A D, quæ est basis trianguli: erit ergo proportio A D, ad B C, sicut proportio A H, ad H B. Et iam posuimus proportionẽ A H, ad H B, sicut proportionẽ medietatis diametri circuli A G D, ad medietatem diametri B E Z, ergo linea B C, est medietas diametri circuli B E Z, ergo pũctũ C, est sup circũferẽtiã circuli B E Z, & duos D, C, posuimus rectos. ergo linea H C D, cõtigit minorẽ circulũ. Nos vero iã proximus eã cõtigẽtẽ maiorẽ, ergo ipsa est cõtingẽs vtrosq;



vtrosq; simul. Et protraham similiter ex puncto H, lineam contingentem duos circulos similiter in parte Z, quæ sit linea H Z K: est ergo qd ex circulo A, maiore versa facie respicit circulum B, minorem portio D G K: & est minor medietate circuli, quoniam angulus H A D, est minor recto, quoniam ipse est in triangulo vno: & est triangulus D A H, cum angulo, A D H, recto: ergo est portio D G, minor quarta circuli, & similiter portio G K, æqualis ei: ergo portio D G K, est minor medietate circuli. Et quoniam linea B C, est æquidistans lineæ A D; est angulus C B H, æqualis angulo D A H: ergo erit portio C L, similis portioni D G: & tota portio C L Z, similis portioni D G K: ergo vnaquæque earum est minor medietate circuli: remanet ergo portio C E Z, maior medietate circuli: & illud est quod ex circulo minore versa facie respicit circulum maiorē: ergo duæ portiones C E Z, & D G K, sunt ex duobus circulis qui versa facie se respiciunt. Et significo quidā per hoc, quod aliquid portionis vnius non cooperitur ex circulo altero, & portio C E Z, est maior medietate circuli, & portio D G K, minor: & illud est qd volumus declarare.

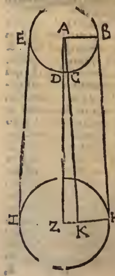
Et dico quod quando sunt duo circuli æquales, & protrahūtur duæ lineæ quarū vnaquæq; est cōtingēs duos circulos simul secundū formam quā præmisimus, tūc in vnaquaq; duarum portionum quarum vna versa facie respicit alteram, non est locus qui velet aliquid ex circulo vno circulo alteri: & quod in reliquis duabus portionibus duorum circulorum quæ non sunt facie ad faciē se respicientes, non est locus qui appareat circulo alteri. Cuius exemplum est, quod sint duo circuli A B G D E, & Z H T K L: & protrahantur duæ lineæ B H, & D K, contingentes duos circulos simul: ergo duæ portiones B G D, & H T K, sunt quæ se facie ad faciem respiciunt: earū portiones B E D, & H L K, sunt se non facie ad faciem respicientes. Dico ergo quod non est in portione B G D, punctum quod aliquid ex circulo Z H, velet circulo A B: & quod non est in portione B E D, punctum quod appareat penitus circulo Z H, & quod



tota ipsa portio est velata circulo Z H: & neque est in portione H L K, punctum quod appareat circulo A B. Cuius demonstratio est, qd ego continuabo A, cum Z, per lineam A G Z: & signabo super arcum B G D, punctum qualiter velim, quod sit pūctum M: si ergo fuerit pūctum M, à puncto G, ad partem B, tunc protrahā ex puncto M, lineam æquidistātem lineæ B H: & si fuerit punctum M, à puncto G, ad partem D, tunc protraham ex puncto M, lineam æquidistantē lineæ D K: sit ergo M T. Dico igitur quod linea M T, tota est extra circulum B M G D E, de qua non cadit aliquid in eo. Cuius demōstratio est, quod ego cōtinuabo A, cū B, & protrahā lineā M T, secundum rectitudinem donec concurrat cum linea B A, super punctum N: ergo duorum angulorum ad N, vnusquisq; est rectus. & continuabo M, cū A: angulus igitur N, trianguli A N M, est rectus, & iam protractum est latus N M, secundum rectitudinem vsque ad T, & prouenit angulus A M T, extra triangulum, qui est maior recto, scilicet angulo N. Et quā do protrahitur ab extremitate diametri circuli, quæ cū ipsa contineat plus angulo recto, tunc illa linea non secat circulū, nec cadit de ea intra ipsum aliquid: ergo de linea M T, nō cadit in circulo A M, aliquid, ergo punctum M, facie ad faciem est respiciens circulum Z, & non velat aliquid ei: quoniā quando non velat ei aliquid ex corpore ipsiusmet sphæræ A M, tūc nulla alia res tegit illud, quoniā nos posuim⁹ vt inter duas sphęras nō sit corp⁹ aliud ab eis, quod tegat vnā earū alteri. Et similiter ostendetur hoc in omni puncto super arcum H T K. Et dico iterum quod non est in arcu B E D, punctum quod appareat circulo Z: nec est possibile vt cōiungatur cū aliquo de circulo

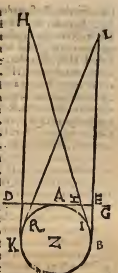
Z, per lineam, nisi & linea illa secet circulum A B, & cadat intra ipsū. Quod si possibile est tunc protrahemus à puncto E, lineam peruenientem ad aliquid de circunferentia circuli H T K L, & non secet aliquid de circulo A E D: & si fuerit possibile, sit linea E Q L, & protraham lineam D K, in vtrasque partes duarum extremitatum eius: necesse est ergo vt occurrat lineæ E Q L in duobus locis: quoniam linea D K, quam iam posuimus contingentē duos circulos non est possibile vt secet vnum duorum circulorū, nec cadat inter vtrosque: & quoniam non cadit inter ipsos, tunc secabit lineā E L, in duobus locis: ergo iam sunt duæ lineæ rectæ continentes superficiem: illud autem est contrarium & impossibile.

Quod autem oportet nos facere, secundū illud quod præmisimus, vt inueniamus quanta sit quantitas arcus terræ illuminati à sole, quā iam posuimus maiorem esse medietate terræ. Ponam ergo duos circulos solis & terræ, super quos secat vtrosque vna superficies plana, quales sunt A B G D E, Z H T. Circulus ergo A, sit terræ, & circulus Z, solis: & protraham duas lineas contingentes vnūquemque eorum, sicut diximus, quæ sint duæ lineæ B H, & E T, igitur portio B G D E, ex terra, est illuminata sole, sicut iā ostendimus: & illud est plus medietate circuli. Quādo ergo volumus scire quantitatem eius tunc nos cōtinuabimus A. cum B, & cum Z, & Z. cū H: ergo B A, & H Z, sunt æquidistantes, quoniā vtræque sunt perpendiculares super lineam B H, contingentem duos circulos. Et secabo ex linea H Z, quod sit æquale lineæ B A, & sit linea H K: & continuabo A, cum K: ergo A K, est perpendicularis super H Z, quoniam est æquidistans ipsi B H, cum contineat totum quod est inter extremitates duarum linearum B A, & H K, æqualium & æquidistantium: ergo angulus k, est rectus. Et propterea qđ linea H Z, est quinque partes & medietas partis, per quantitatem qua linea B A, est pars vna, remanet linea k Z, quatuor partium & medietatis vnius partis ex illa quantitate: & per eandem inuenitur linea A Z: 1110. in medijs longitudinibus: ergo per quantitatem qua linea A Z, subtensa angulo recto est 60. grad. est linea K Z, 14. mi. & tres quintæ vnius minuti: ergo angulus K A Z, est 14. minu. excepta tertia parte quintæ partis vnius minuti, per quantitatem qua angulus rectus est 90. gra. & illud est quātitas arcus G D: sed arcus B G, est 90. grad. quoniam angulus B A G, est rectus: ergo arcus B D, est 90. gra. & 14. minu. excepta tertia parte quintæ partis vnius minuti: & arcus D E, est æqualis arcui B D, ergo totus arcus B G D E, illuminatus est 180. partes, & 27. minuta & quatuor quintæ & tertia quintæ vnius minuti cum propinquitate: & illud est quod voluimus declarare.



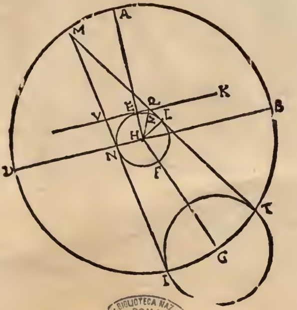
Incipiamus ergo nunc ex eo quod intendimus de causa apparitionis crepusculi, & formæ apparitionis eius nobis, & figurationis ipsius in horizonte orientali. Ponam ergo circulum signatum super sphæram terræ, & super quam abscindit terram superficies plana transiens per zenit capitum & per Z, centrum terræ & solis circulum A B, & locum visus A: & faciā transire super punctum A, lineam contingentem circulum: & prolongabo duas extremitates eius in duas partes, super quam sint G D. Manifestum est igitur quod super totum quod cadit sub linea G A D, ad partem B, non est cadens visus, quoniam terra velat illud nobis: quia extensio visus non est nisi super lineam rectam. Et Euclides quidem iam declarauit, quod non egreditur à puncto contactus linea inter lineam contingentem & inter circulum: visus ergo non cadit sub linea G A D: sed cadit super illud quod eleuatur ab ea. Et ponā formam piramidis tenebræ euenientis ex vmbra terræ, parum ante crepusculum quando est depressio solis plus 19. gradibus per minutum vnum, verbi gratia aut circiter, super quā sint

BEL R: totũ enim quod cadit in hac piramide designata cuius caput est L, & basis ipsius terra est tectum soli, non apparens ei, neque illuminatũ ab eo, & est in veritate tenebrosũ: & quod cadit exterius ab ea est apparens soli, & super ipsum sunt cadentes radij eius & lumen ei⁹. Verumtamen quod ex corporib⁹ est subtile valde non perducit ad visus nostros illud quod ex radio induit, propterea q̃d æquantur in visibus nostris illud quod ex aëre subtile est intra



piramidem, & quod est extra ipsum: & videtur æther totus in forma luminis & tenebræ. Et nos quidem scimus quod illud quod continet nos ex aëre, & quod est propinquum nobis est tenebrosum non apparens soli, & quod procedit in incessu in altum, aut dextrorsum aut sinistrorsum, & anterius & posterius est luminosum apparens soli: & sunt ambo cum illo apud nos æqualiter in tota comprehensione visus. & non apparet aliquid visibus nostris ante solis ortum, & post solis occasum, nisi sit eleuatum à superficie horizontis, & nisi sit extra piramidem vmbræ, & nisi sit spissius aëre subtili. Manifestum est igitur quod non apparet aliquid visibus nostris in habitudine splendoris & illuminationis nisi per aggregationẽ trium conditionum in eo. Vna quarum est vt non sit sub linea G A D: quoniam si est sub ea, prohibet sphæra terræ inter ipsum & visum, quia nõ comprehendit ipsum visus luminosum neque tenebrosum. Et alia est vt non sit in piramide vmbræ: nam si est in ea, est tenebrosum, propterea quod priuatum facie solis, & illuminatione sua ab ea. Et alia est vt sit spissi⁹ aere subtili implente sphæram: quoniam iam sciuimus quod aër altior extra piramidem est cadens super lineam G A D: & cum illo non apparet nobis in eo aliquid luminis propter tenuitatẽ & subtilitatem suam: & propterea quod videmus in hoc loco, & est parum ante crepusculũ illud quod comprehendimus de sphæra, tectũ non illuminatum: & non diuersificatur pars eius à parte. Et scimus quod non est in eo punctum neque locus vnus in quo agregentur istę conditiones tres. Sed pũctum E, est vbi occurrit vltimo statui piramidis linea G A D, & iã posuimus in eo duas conditiones: quoniam nõ est sub linea G A D, nec est intrans piramidẽ: ergo est cadens super ipsum radius solis. Non ergo facit necessariam tenebrositatem eius in oculis nostris tunc, nisi priuatio eius à conditione tertia, quæ est spissitudo. Iam ergo certificatur quod aër vbi est punctum E, in hoc loco est subtilis, & non perueniunt ad ipsum vapores spissi ascendentes de terra, qui sunt spissiores aëre. Deinde postquam eleuatur sol parum, & fit depressio eius ab horizonte 19. gradus tantum, & fit forma piramidis & figura ei⁹ sicut illa super quã sunt I T H K, & apparet in horizonte res luminosa, & non fuerit ante illic res luminosa, scimus quod ille est primus locorum & hospitiorum in quo agregantur cõditiones tres prædictæ: quoniam ante illud parum per illud cui non est quantitas, non fuit illic aliquid de lumine: & primus locorũ in quo agregatur vt non sit sub linea G A D, nec sit intrans piramidem tenebræ, est punctum T. Ergo punctum T, est primus locorum in quo inuenta est conditio tertia, & est illic spissitudo aeris: ergo punctum T, est vltimus status vaporum, & summa ascensio eorum: & non abreuiantur ab eo, neque pertranseũt ipsum. Quoniam si abreuiarentur ab eo, esset punctum T, in aere subtili, & non appareret nobis in eo aliquid de lumine, sicut non apparet in eo qui est post ipsum ad partem E: & si pertransirent ipsum, illuminaretur nobis pũctum E, ante hoc: quoniam non ponimus in eo quod est inter T, & E, in his duobus locis rem sensibilem. Ergo punctum T, est vltimus status ad quem perueniunt vapores ascendentes in altum, & occursus lineæ G A D, contingentis sphæram terræ cum linea H I. Quando ergo volumus scire lõgitudinem eius à facie terræ, tunc nos describemus altitudinis circulum transeuntem per centrum solis, quando eius depresio ab Horizonte est 19. gradus, & illud est apud ortũ crepusculi, super quem sint A B G D: secabit ergo sphæram terræ super circulum E Z N, & linea A E H, sit pertransiens per zenith capitũ & per centrum terræ, perpẽdicularis ad lineã

B H D: ergo linea B H D. secat terram in duo media, apparens & occultum. Apparens ergo est illud quod est supra ipsam ad partem A, & occultum quod est ad partem G: & non dicimus hoc nisi dilatando & apropinquando. Veritas vero est quod apparens non est nisi illud quod est super lineam V E Q K, protractam contingentem sphæram super punctum visus. Verumtamen non est apud hunc orbem terræ magna quantitas. Et ponam arcum B G, 19. graduum, qui sunt depressio solis apud ortum crepusculi: super punctum ergo G, est centrum solis: faciam igitur illic super ipsum punctum circulum, cum longitudine quincupli & medietatis eius quod est æquale lineæ E H, qui sit circulus T I: & super ipsum scilicet punctum G, secat solem, orbis A B G D, & continoabo lineam H G: deinde protraham duas lineas contingentes duos circulos solis & terræ continentes illuminatum terræ à sole, quæ sunt duæ lineæ quæ sunt T L M, & I N M. contingentes terram super duo puncta L, & N, & sunt termini piramidis vmbræ: ergo linea T L M, occurrit lineæ E K, super punctum Q. ergo punctum Q, secundum quod ostendimus in figura quæ est ante hanc, est locus luminosus apud ortum crepusculi: & est vltimus status ascensionis vaporum. Cum ergo volumus cognoscere longitudinem eius à superficie terræ, tunc continuabimus H, cum Q, per lineam H Z Q. & continuabo H, cum L: ergo portio L F N, est illuminata, quod facie ad faciem respicit solem. Iam ergo ostendimus quod ea est 180. gradus & 27. minuta & 52. secunda, & arcus F L, est medietas eius, & est gradus 90. & 13, minuta & 56, secunda: & illud est quantitas anguli L H F, & iam fuit angulus B H F, 19. gradus, quoniam est depressio solis, ergo remanet angulus L H B, 71. gradus, 15. minuta, & 56. secunda. sed angulus E H B, est 90. quia rectus existit, ergo remanet angulus E H L, 18. grad. 46. minut. 4. secun. & quia linea Q H, diuidit eum in duo media, & illud est manifestum: angulus igitur Q H E, est 9. graduum, 23. mi. 2. secun. ergo angulus H Q E, est complementum recti, & illud est 80. graduum, 36. minut. 58. secun. corda ergo eius, quæ est linea E H, est 59. graduum 11. minu. 48. secundorum, per quā (?) veritatem qua est linea Q H, 60. graduum, verum tamen per quantitatem qua est linea H E 60. grad. erit Q Z H, 60. grad. & 48. minu. & quinque sextæ minuti. sed linea H Z, ex illis est 60. grad. ergo remanet Z Q, 48. mi. & 50. secun. & est illud ex milliaribus quibus circunferentia terræ continet 24000. milliaria 51. & 47. minu. & 34. secun. & 6. partes ex 11. partibus secundi. Et illud est vltimum ad quod eleuantur & perueniunt vapores ascendentes ex terra, & illud est quod volumus. Hic est finis eius quod intendit in hac epistola, quædam enim sequuntur in Arabico, quæ ego prætermisi, quia in illis nulla est vtilitas: non enim continentur in eis nisi quædam in quibus laudat deum modo sarracenorum, & reprehendit quosdam qui quærebant, quinam fructus esset in hoc quod ipse dixit in hac epistola. Dicit enim illos esse redarguendos qui non cōprehēdūt insensibilia per sensibilia. & quia in eis quæ dicit nulla est vtilitas, ideo ea prætermisi.


M
A
K
E
Q
B
V
R
L
H
N
F
T
G
I

